

УДК [621.314+621.3.017+621.3.013.5]

Остренко М. В.¹, Тиховод С. М.²

¹Аспирант, Запорожский Национальный Технический Университет, Украина
²Д-р техн. наук, доцент, Запорожский Национальный Технический Университет, Украина

РАСЧЕТ ПОТЕРЬ В ЭЛЕМЕНТАХ КОНСТРУКЦИИ СИЛОВЫХ ТРАНСФОРМАТОРОВ И РЕАКТОРОВ МЕТОДОМ КОНЕЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ С ГРАНИЧНЫМИ УСЛОВИЯМИ ИМПЕДАНСНОГО ТИПА

Цель работы. Данная статья предлагает обоснованную математическую модель, основанную на приложении метода конечных элементов (МКЭ), которое позволяет более эффективно моделировать вихревые токи и потери, вызванные полями рассеяния, в баке силовых трансформаторов и реакторов и элементах их конструкций.

Методы исследований. Основываясь на допущениях равенства нулю нормальных составляющих напряженностей магнитного и электрического полей в ферромагнитном полупространстве, данная математическая модель вводит поверхностную плотность вихревого тока в уравнения МКЭ.

Основные результаты. Сделан вывод, что предложенная математическая модель позволяет более эффективно рассчитывать вихревые токи и потери, вызванные полями рассеяния, в баке силовых трансформаторов и реакторов и элементах их конструкций. При этом достигается существенное уменьшение результирующей системы уравнений (в десятки раз), что приводит к значительному сокращению времени расчета и компьютерных ресурсов без потери в точности.

Научная новизна. Новизной предложенной математической модели является форма, удобная для программной реализации известных граничных условий импедансного типа, описывающих распределение электромагнитного поля в баке и элементах конструкции, причем эти элементы представляются как ферромагнитное проводящее полупространство.

Практическая значимость. Примеры расчета однофазного автотрансформатора 167МВА 345кВ 161кВ в программном комплексе ELMAG-3D, созданном на основе описанного метода и в программном комплексе ANSYS с использованием классического подхода solid моделирования трансформатора, показывают применимость и достаточную точность описанного метода в контексте задач расчета потерь в баке и элементах конструкции силовых трансформаторов.

Ключевые слова: метод конечных элементов, поверхностная плотность вихревого тока, потери в силовых трансформаторах.

ВВЕДЕНИЕ

Потери энергии силового трансформатора являются одним из важнейших технико-экономических показателей. Высокая капитализация потерь трансформатора является веской причиной для проведения точного расчета потерь и принятия мер по их снижению. Весомую часть потерь в силовых трансформаторах высокой мощности составляют потери в баке трансформатора и в элементах конструкции от магнитного поля рассеяния. Более того, конкуренция на рынке производства силовых трансформаторов приводит к снижению массогабаритных показателей разрабатываемых трансформаторов, что, вследствие роста плотности энергии поля рассеяния, ведет к возникновению локальных перегревов бака, коробок вводов, элементов конструкции. Высокие температуры локальных нагревов вызывают преждевременное старение твердой изоляции и (или) интенсивное газообразование в трансформаторном масле, что может быть причиной выхода трансформатора из строя.

АНАЛИЗ ИССЛЕДОВАНИЙ И ПУБЛИКАЦИЙ

Следует отметить, что потери и перегревы должны быть оценены для всех (или по меньшей мере для край-

них) положений переключающего устройства и для разных пар обмоток в двух-обмоточных режимах и трех обмоток в трех-обмоточном режиме. Распределение поля рассеяния сильно зависит от количества обмоток (витков обмоток), запитанных на данном положении переключающего устройства и от того как эти обмотки включены по отношению друг к другу. Следовательно, задача сокращения погрешности и времени расчетов потерь и перегревов от поля рассеяния в баке и элементах конструкции трансформатора является актуальной.

Существует большое количество методов позволяющих оценить величину потерь и перегревов от поля рассеяния в силовом трансформаторе. Условно множество методов можно разделить на: аналитико-эмпирические и численно-аналитические [1], численные [1–3], численные смешанные [4]. К преимуществам аналитико-эмпирических и численно-аналитических методов расчета можно отнести высокое быстродействие, но низкая точность расчетов и отсутствие универсальности делают эти методы неконкурентоспособными. Как указано в [1]: «Полученная в настоящее время практика моделирования трансформаторных устройств показала, что численные электромагнитные модели обеспечивают необходимую и достаточную информацию для расчетов нагревов элементов конструкции трансформаторов

и реакторов». Однако существенным недостатком существующих численных методов расчета является ресурсоемкость и низкое быстродействие. При решении задачи распределения квазистатического магнитного поля наиболее популярным является метод конечных элементов (МКЭ). Особенностью и недостатком метода конечных элементов является то, что область моделирования должна быть ограниченной, даже если поле занимает значительное пространство. В работе [5] показано эффективное использование МКЭ в пакете FEMM для моделирования электромагнитных процессов в трансформаторах. В этой работе область моделирования была ограничена пространством бака, но потери в баке не учитывались. МКЭ также используется в популярном пакете моделирования ANSYS [6] и других пакетах. В системе ANSYS проблема ограничения области моделирования решена использованием, так называемых абсорбционных граничных условий [7]. В этом случае расчетная область искусственно ограничивается некоторой поверхностью, которая должна поглощать всю энергию поля, попадающую на нее изнутри. Однако эта поверхность должна достаточно далеко отстоять от всех рассматриваемых объектов, что значительно увеличивает количество узлов конечноэлементной сетки. Другая проблема заключается в том, что в элементах модели, выполненных из конструкционной стали, возникает скин-эффект. Величина скин-слоя конструкционной стали на частоте 50–60 Гц – 1–2 мм. Следовательно, проникая вглубь скин-слоя на 1–2 мм, электромагнитная волна затухает в $e(2,72)$ раз. Для аппроксимации экспоненциальной зависимости конечными элементами первого порядка удовлетворительной точности, количество конечных элементов по глубине скин-слоя должно быть не меньше трех. Т.е. учитывая размеры бака силового трансформатора в несколько метров, разбиение бака на конечные элементы со степенью детализации - несколько элементов на 1–2 мм приводит к размерам системы уравнений требующих большое количество компьютерных ресурсов и времени на решение этой системы. Смешанные численные методы [4] были разработаны для решения вышеописанной проблемы, но точность расчетов на сегодняшний день является неудовлетворительной.

Широкую популярность в решении данной проблемы приобрел эффективный метод: метод конечных элементов с граничным условием импедансного типа [8–12]. Этот метод впервые был предложен С.М. Рытовым, а потом был обоснован М.А. Леонтовичем и А.Н. Щукиным. Метод Щукина-Леонтовича в настоящее время обобщен на широкий круг электродинамических задач, что отражено в обзорной статье [13], посвященной 75-летию этого метода. По своей сути этот метод является приближенным. Следовательно, в реальных приложениях требуется обоснование корректности данного метода и оценки погрешности. Таким образом, при решении задачи расчета потерь в трансформаторах и реакторах требуется формализация принятых допущений, оценка погрешности и дальнейшее развитие метода.

В данной статье предлагается обоснованная математическая модель для расчета потерь в элементах конструкции трансформаторов, выполненных из ферромагнитного проводящего материала (например, конструкционной стали). Особенность модели заключается в замещении граничного условия МКЭ задачи поверхностной плотностью вихревого тока.

Цель статьи – систематическое изложение метода конечных элементов с граничными условиями импедансного типа в форме, удобной для приложений данного метода к задачам расчета потерь в баке и элементах конструкции силовых трансформаторов и реакторов, вызванных полями рассеяния.

ИЗЛОЖЕНИЕ ОСНОВНОГО МАТЕРИАЛА И АНАЛИЗ ПОЛУЧЕННЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ

Распределение линейного магнитного поля гармонических источников промышленной частоты в пространстве описывается уравнениями Максвелла в комплексной форме [14]:

$$\vec{\nabla} \times \vec{H} = \vec{J}; \tag{1}$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -j\omega \vec{B}; \tag{2}$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0; \tag{3}$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{J} = 0; \tag{4}$$

$$\vec{H} = \frac{1}{\mu} \vec{B}; \tag{5}$$

$$\vec{J} = \sigma \vec{E} + \vec{J}_S, \tag{6}$$

где: \vec{H} – напряженность магнитного поля, А/м; \vec{J} – плотность тока, А/м²; \vec{E} – напряженность электрического поля, В/м; \vec{B} – магнитная индукция, Тл; μ – магнитная проницаемость, Гн/м; σ – удельная электропроводность, См/м; \vec{J}_S – плотность тока источника, А/м².

Решение задачи распределения квазистатического поля методом конечных элементов может быть выражено как через векторный магнитный потенциал \vec{A} и скалярный электрический Φ потенциал (А, V-A формулировка) так и через векторный токовый потенциал \vec{T} и скалярный магнитный потенциал Φ (Т, Ф-Ф формулировка). Так как Т, Ф-Ф формулировка МКЭ приводит к «ложному распределению вихревых токов в многосвязной области» [15], выразим задачу через А, V-A формулировку:

$$\vec{\nabla} \times \vec{A} = \vec{B}; \tag{7}$$

$$\vec{E} = -j\omega \vec{A} - \vec{\nabla} \cdot \varphi \quad (8)$$

Подставляем уравнения (5), (7) в (1) и (6), (8) в (4) получаем замкнутую систему уравнений включающую уравнения Максвелла (1–6):

$$\begin{cases} \vec{\nabla} \times \left(\frac{1}{\mu} \vec{\nabla} \times \vec{A} \right) + \sigma(j\omega \vec{A} + \vec{\nabla} \cdot \varphi) = \vec{J}_S \\ \vec{\nabla} \cdot \left[\sigma(-j\omega \vec{A} - \vec{\nabla} \cdot \varphi) \right] = 0 \end{cases} \quad (9)$$

Применим метод Галеркина [16] к системе уравнений (9). Заменим истинное решение системы (9) \vec{A} и φ его разложением в конечный ряд по ортогональным (базисным) функциям:

$$\vec{A}' = \sum_{i=1}^{N_\Omega} \vec{N}_i \cdot A_i, \quad \varphi' = \sum_{i=1}^{N_\Omega} \alpha_i \cdot \varphi_i, \quad (10)$$

где: A_i и φ_i – коэффициенты ряда; \vec{N}_i – векторная базис-функция, определенная в пространстве конечных элементов, имеющих общую i -ю вершину в *Nodal-Based* формулировке или общее i -е ребро в *Edge-Based* формулировке [3]; α_i – скалярная базис-функция, определенная в пространстве конечных элементов, имеющих общую i -ю вершину; N_Ω – количество узлов конечно-элементной сетки в *Nodal-Based* формулировке или количество ребер в *Edge-Based* формулировке.

Подставляя аппроксимацию решения (10) \vec{A}' и φ' в систему (9) получаем невязки (ошибки аппроксимации) R_1 и R_2 :

$$\begin{cases} \vec{\nabla} \times \left(\frac{1}{\mu} \vec{\nabla} \times \vec{A}' \right) + \sigma(j\omega \vec{A}' + \vec{\nabla} \cdot \varphi') - \vec{J}_S = \vec{R}_1 \\ \vec{\nabla} \cdot \left[\sigma(-j\omega \vec{A}' - \vec{\nabla} \cdot \varphi') \right] = R_2 \end{cases} \quad (11)$$

Определим условие минимизации невязок R_1 и R_2 в пределах области решения задачи Ω как равенство нулю взвешенного интеграла от невязки по области Ω . В качестве весовых функций совершенно очевидно выбрать базисные функции \vec{N}_i и α_i :

$$\begin{cases} \int_{\Omega} \vec{R}_1 \cdot \vec{N} dV = 0 \\ \int_{\Omega} R_2 \cdot \alpha dV = 0, \end{cases} \quad (12)$$

$$\vec{N} = \sum_{i=1}^{N_\Omega} \vec{N}_i, \quad \alpha = \sum_{i=1}^{N_\Omega} \alpha_i.$$

Подставляя систему уравнений (11) в (12) получаем систему уравнений по методу Галеркина:

$$\begin{cases} \int_{\Omega} \left[\vec{\nabla} \times \left(\frac{1}{\mu} \vec{\nabla} \times \vec{A}' \right) + \sigma(j\omega \vec{A}' + \vec{\nabla} \cdot \varphi') \right] \cdot \vec{N} dV = \int_{\Omega} \vec{J}_S \cdot \vec{N} dV \\ \int_{\Omega} \vec{\nabla} \cdot \left[\sigma(-j\omega \vec{A}' - \vec{\nabla} \cdot \varphi') \right] \cdot \alpha dV = 0 \end{cases} \quad (13)$$

Для избегания дифференцирования производных второго порядка, применим к (13) формулы Грина [17]:

$$\begin{aligned} \int_{\Omega} \left[\vec{\nabla} \times \left(\frac{1}{\mu} \vec{\nabla} \times \vec{A}' \right) \right] \cdot \vec{N} dV &= \int_{\Omega} \left[\vec{\nabla} \times \vec{H} \right] \cdot \vec{N} dV = \\ &= \int_{\Omega} \left[\vec{\nabla} \times \vec{N} \right] \cdot \vec{H} dV + \int_{\Omega} \vec{\nabla} \cdot \left[\vec{H} \times \vec{N} \right] dV = \\ &= \int_{\Omega} \left[\vec{\nabla} \times \vec{N} \right] \cdot \vec{H} dV + \int_{\Gamma} \vec{H} \times \vec{N} \cdot \vec{n} dS = \\ &= \int_{\Omega} (\vec{\nabla} \times \vec{N}) \cdot \left(\frac{1}{\mu} \vec{\nabla} \times \vec{A}' \right) dV - \int_{\Gamma} \left[\vec{H} \times \vec{n} \right] \cdot \vec{N} dS \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \int_{\Omega} \vec{\nabla} \cdot \left[\sigma(-j\omega \vec{A}' - \vec{\nabla} \cdot \varphi') \right] \cdot \alpha dV &= \int_{\Omega} \left(\vec{\nabla} \cdot \vec{J} \right) \cdot \alpha dV = \\ &= - \int_{\Omega} (\vec{\nabla} \cdot \alpha) \cdot \vec{J} dV + \int_{\Omega} \vec{\nabla} \cdot (\vec{J} \cdot \alpha) dV = \\ &= - \int_{\Omega} (\vec{\nabla} \cdot \alpha) \cdot \vec{J} dV + \int_{\Gamma} (\vec{J} \cdot \vec{n}) \cdot \alpha dS = \\ &= \int_{\Omega} (\vec{\nabla} \cdot \alpha) \cdot \sigma \cdot (j\omega \vec{A}' + \vec{\nabla} \cdot \varphi') dV + \int_{\Gamma} (\vec{J} \cdot \vec{n}) \cdot \alpha dS \end{aligned} \quad (14)$$

где: Γ – граница, окружающая область решения задачи Ω ; \vec{n} – вектор нормали к границе Γ .

Подставляя (14) в систему уравнений (13) получаем симметричную систему уравнений, определенную в области Ω ограниченную границей Γ , на которой еще должны быть заданы граничные условия:

$$\left\{ \begin{aligned} & \int_{\Omega} \left[(\vec{\nabla} \times \vec{N}) \cdot \left(\frac{1}{\mu} \vec{\nabla} \times \vec{A}' + \vec{\nabla} \cdot \vec{\varphi}' \right) + \sigma (j\omega k \vec{A}' + \vec{\nabla} \cdot \vec{\varphi}') \cdot \vec{N} \right] dV - \\ & - \int_{\Gamma} [\vec{H} \times \vec{n}] \cdot \vec{N} dS = \int_{\Omega} \vec{J}_S \cdot \vec{N} dV \\ & \int_{\Omega} (\vec{\nabla} \cdot \vec{\alpha}) \cdot \sigma \cdot (j\omega k \vec{A}' + \vec{\nabla} \cdot \vec{\varphi}') dV + \int_{\Gamma} (\vec{J} \cdot \vec{n}) \cdot \alpha dS = 0. \end{aligned} \right. \quad (15)$$

Система уравнений (15) показывает необходимость определить условие на границе расчетной области Γ . Стоит отметить, что обнуление нормальной компоненты плотности тока на границе проводящей и непроводящей областей является естественным условием. Обнуление касательной компоненты напряженности магнитного поля, что соответствует условию ферромагнитного материала с бесконечной магнитной проницаемостью и нулевой проводимостью, не является естественным условием. Это искажает результаты распределения магнитного поля внутри области Ω . С одной стороны, наиболее распространенной рекомендацией для проведения расчетов является рекомендация отодвинуть границу Γ с нулевой касательной компонентой напряженности магнитного поля от объектов основной задачи. Это позволяет исключить влияния граничного условия на результаты расчета. С другой стороны, расчетная модель силовых трансформаторов в большинстве случаев окружена баком, толщина которого превышает величину скин-слоя, т.е. электромагнитная волна затухает внутри бака. Таким образом, представление бака, как ферромагнитного проводящего полупространства, направленного от границы Γ в обратном, относительно расчетной области Ω , направлении, является обоснованным.

Для решения задачи представления бака, как проводящего ферромагнитного полупространства, представим границу Γ расчетной области Ω границей, отделяющей расчетную область Ω от ферромагнитного проводящего полупространства (бака) с магнитной проницаемостью бака μ_f и проводимостью бака σ_f . Электромагнитное поле внутри ферромагнитного проводящего полупространства выразим через магнитную и электрическую напряженности: \vec{H}_f и \vec{E}_f . Примем два допущения: напряженность электрического поля \vec{E}_f и магнитного поля \vec{H}_f внутри полупространства направлена по касательной к границе Γ .

Первое допущение вытекает из условия нулевой компоненты плотности тока на границе Γ , нормальной к границе со стороны ферромагнитного полупространства. Так как проводимость бака – величина постоянная по толщине бака, то при движении вглубь бака перпендикулярно границе Γ плотность тока, а следовательно, и напряженность электрического поля \vec{E}_f остается касательной границе Γ .

Второе допущение вытекает из условия равенства нормальных компонент магнитной индукции на границе раздела двух сред с разными магнитными проницаемостями. Т.к. магнитная проницаемость бака μ_f в сотни раз больше чем магнитная проницаемость воздуха (трансформаторного масла), то нормальная компонента магнитной напряженности \vec{H}_f внутри бака в сотни раз меньше чем нормальная компонента магнитной напряженности воздуха (трансформаторного масла). Следовательно, влиянием данной компоненты на магнитное поле внутри области Ω можно пренебречь.

Для простоты изложения предположим, что граница Γ расположена в плоскости XY, проходящей через координату $z=k$. Тогда вектор нормали к Γ : $\vec{n} = 0 \cdot \vec{i} + 0 \cdot \vec{j} + 1 \cdot \vec{k} = 1 \cdot \vec{k}$. Представим уравнения (1) и (2) в величинах электромагнитного поля ферромагнитного проводящего полупространства:

$$\vec{\nabla} \times \vec{H}_f = -\frac{\partial H_f^y}{\partial z} \cdot \vec{i} + \frac{\partial H_f^x}{\partial z} \cdot \vec{j} + \left(\frac{\partial H_f^y}{\partial x} - \frac{\partial H_f^x}{\partial y} \right) \cdot \vec{k} = \sigma_f \cdot E_f^x \cdot \vec{i} + \sigma_f \cdot E_f^y \cdot \vec{j} + 0 \cdot \vec{k} \quad (16)$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{E}_f = -\frac{\partial E_f^y}{\partial z} \cdot \vec{i} + \frac{\partial E_f^x}{\partial z} \cdot \vec{j} + \left(\frac{\partial E_f^y}{\partial x} - \frac{\partial E_f^x}{\partial y} \right) \cdot \vec{k} = -j\omega \mu_f \cdot H_f^x \cdot \vec{i} - j\omega \mu_f \cdot H_f^y \cdot \vec{j} + 0 \cdot \vec{k} \quad (17)$$

Чтобы объединить уравнения (16) и (17) найдем ротор от правой и левой частей уравнения (17) и в результирующее уравнение добавим уравнение (16):

$$\vec{\nabla} \times \left[\vec{\nabla} \times \vec{E}_f \right] = -\frac{\partial^2 E_f^x}{\partial z^2} \cdot \vec{i} - \frac{\partial^2 E_f^y}{\partial z^2} \cdot \vec{j} + \left(\frac{\partial^2 E_f^x}{\partial z \cdot \partial x} + \frac{\partial^2 E_f^y}{\partial z \cdot \partial y} \right) \cdot \vec{k} = -j\omega \mu_f \sigma_f \cdot E_f^x \cdot \vec{i} - j\omega \mu_f \sigma_f \cdot E_f^y \cdot \vec{j} + 0 \cdot \vec{k} \quad (18)$$

Стоит отметить, что уравнения, соответствующие \vec{i} и \vec{j} компонентам – независимые и могут быть решены как обыкновенные линейные дифференциальные уравнения второго порядка. Уравнение, соответствующее компоненте \vec{k} , – не что иное, как равенство нулю частной производной по координате z от дивергенции электрической напряженности, что, при условии изотропных свойств электрической проводимости σ_f , соответствует уравнению Максвелла (4). Следовательно, общее решение уравнения (18) можно представить в виде [14]:

$$\begin{aligned} E_f^x &= C_1^x \cdot e^{p(z-k)} + C_2^x \cdot e^{-p(z-k)} \\ E_f^y &= C_1^y \cdot e^{p(z-k)} + C_2^y \cdot e^{-p(z-k)} \\ p &= \sqrt{j\omega \mu_f \sigma_f} \end{aligned} \quad (19)$$

Исходя из того, что ферромагнитное проводящее полупространство начинается границей Γ и простирается теоретически в бесконечность и при этом электромагнитное поле затухает до нуля, значения коэффициентов C_1^x и C_1^y принимаем равными нулю. Следовательно, производные от компонент напряженности в уравнении (19) по координате z :

$$\begin{aligned} \frac{\partial E_f^x}{\partial z} &= -p \cdot C_2^x \cdot e^{-p(z-k)} = -p \cdot E_f^x \\ \frac{\partial E_f^y}{\partial z} &= -p \cdot C_2^y \cdot e^{-p(z-k)} = -p \cdot E_f^y \end{aligned} \quad (20)$$

$$p = \sqrt{j\omega\mu_f \sigma_f}$$

Подставляя (17) в (20) получаем:

$$\begin{aligned} H_f^x &= \frac{-p}{j\omega\mu_f} \cdot E_f^y = (1-j) \sqrt{\frac{\sigma_f}{2\omega\mu_f}} \cdot E_f^y \\ H_f^y &= \frac{p}{j\omega\mu_f} \cdot E_f^x = (j-1) \sqrt{\frac{\sigma_f}{2\omega\mu_f}} \cdot E_f^x \end{aligned} \quad (21)$$

Так как касательные составляющие напряженности магнитного и электрического полей на границе раздела двух сред непрерывны, вставим (21) в поверхностный интеграл первого уравнения системы (15):

$$\begin{aligned} -\int_{\Gamma} [\vec{H} \times \vec{n}] \cdot \vec{N} dS &= -\int_{\Gamma} [H_y \cdot \vec{i} - H_x \cdot \vec{j} + 0 \cdot \vec{k}] \cdot \vec{N} dS = \\ &= -\int_{\Gamma} [H_f^y \cdot \vec{i} - H_f^x \cdot \vec{j}] \cdot \vec{N} dS = \\ &= (j-1) \sqrt{\frac{\sigma_f}{2\omega\mu_f}} \int_{\Gamma} [E_f^x \cdot \vec{i} + E_f^y \cdot \vec{j}] \cdot \vec{N} dS = \\ &= (j-1) \sqrt{\frac{\sigma_f}{2\omega\mu_f}} \int_{\Gamma} [(\vec{n} \times \vec{E}) \times \vec{n}] \cdot \vec{N} dS \end{aligned} \quad (22)$$

где: $[(\vec{n} \times \vec{E}) \times \vec{n}] = E_x \cdot \vec{i} + E_y \cdot \vec{j} + 0 \cdot \vec{k}$ для $\vec{n} = 0 \cdot \vec{i} + 0 \cdot \vec{j} + 1 \cdot \vec{k} = 1 \cdot \vec{k}$.

Таким образом, выразив напряженность электрического поля через потенциалы (8) и вставив (22) в систему уравнений (15), получим систему уравнений метода конечных элементов с поверхностной плотностью вихревого тока:

$$\begin{cases} \int_{\Omega} \left[(\vec{\nabla} \times \vec{N}) \cdot \left(\frac{1}{\mu} \vec{\nabla} \times \vec{A}' \right) + \sigma (j\omega \vec{A}' + \vec{\nabla} \cdot \varphi') \cdot \vec{N} \right] dV + \\ + (1-j) \sqrt{\frac{\sigma_f}{2\omega\mu_f}} \int_{\Gamma} \left[\vec{n} \times (j\omega \vec{A}' + \vec{\nabla} \cdot \varphi') \right] \times \vec{n} \cdot \vec{N} dS = \\ = \int_{\Omega} \vec{J}_S \cdot \vec{N} dV \\ \int_{\Omega} (\vec{\nabla} \cdot \alpha) \cdot \sigma \cdot (j\omega \vec{A}' + \vec{\nabla} \cdot \varphi') dV = 0 \end{cases} \quad (23)$$

Решение системы уравнений (23) позволяет, с учетом двух выше оговоренных допущений, выразить влияние электромагнитного поля в ферромагнитном проводящем полупространстве на распределение электромагнитного поля внутри области решения Ω конечно-элементной задачи через поверхностный ток \vec{J}_S , А/м:

$$\begin{aligned} \vec{J}_S &= \sigma_f \int_k^{\infty} (E_f^x \cdot \vec{i} + E_f^y \cdot \vec{j}) dz = \\ &= \sigma_f \int_k^{\infty} (C_2^x \cdot \vec{i} + C_2^y \cdot \vec{j}) \cdot e^{-p(z-k)} dz = \\ &= \frac{\sigma_f}{p} (C_2^x \cdot \vec{i} + C_2^y \cdot \vec{j}) = \\ &= (1-j) \sqrt{\frac{\sigma_f}{2\omega\mu_f}} (Em_f^x \cdot \vec{i} + Em_f^y \cdot \vec{j}) = \\ &= (1-j) \sqrt{\frac{\sigma_f}{2\omega\mu_f}} [(\vec{n} \times \vec{E}) \times \vec{n}] = \\ &= (1-j) \sqrt{\frac{\sigma_f}{2\omega\mu_f}} \left[\left(\vec{n} \times (j\omega \vec{A}' + \vec{\nabla} \cdot \varphi') \right) \times \vec{n} \right] \end{aligned} \quad (24)$$

где: коэффициенты C_2^x и C_2^y соответствуют компонентам вектора напряженности E_f на координате $z=k$, т.е. на поверхности Γ .

Таким образом, из выражения (24) видно, что поверхностный ток \vec{J}_S есть не что иное, как интеграл от плотности тока в ферромагнитном проводящем полупространстве по координате z т.е. по «глубине» ферромагнитного проводящего полупространства. Влияние, оказываемое поверхностным током \vec{J}_S на область решения задачи Ω , соответствует влиянию всего вихревого тока в ферромагнитном проводящем полупространстве.

Используя аналогичный подход найдем поверхностную плотность потерь P_s , Вт/м²:

$$\begin{aligned}
 P_s &= \frac{1}{2} \operatorname{Re} \left| \sigma_f \int_k^\infty (E_f^x \cdot E_f^{x*} + E_f^y \cdot E_f^{y*}) dz \right| = \\
 &= \frac{1}{2} \operatorname{Re} \left| \sigma_f \int_k^\infty (C_2^x \cdot C_2^{x*} + C_2^y \cdot C_2^{y*}) \cdot e^{-2p(z-k)} dz \right| = \\
 &= \operatorname{Re} \left| \frac{\sigma_f}{4p} (C_2^x \cdot C_2^{x*} + C_2^y \cdot C_2^{y*}) \right| = \\
 &= \operatorname{Re} \left| \frac{(1-j)}{4} \sqrt{\frac{\sigma_f}{2\omega\mu_f}} (Em_f^x \cdot Em_f^{x*} + Em_f^y \cdot Em_f^{y*}) \right| = \\
 &= \operatorname{Re} \left| \frac{(1-j)}{4} \sqrt{\frac{\sigma_f}{2\omega\mu_f}} [(\vec{n} \times \vec{E}) \times \vec{n}]^2 \right| = \\
 &= \operatorname{Re} \left| \frac{(1-j)}{4} \sqrt{\frac{\sigma_f}{2\omega\mu_f}} \left[(\vec{n} \times (j\omega\vec{A} + \vec{\nabla} \cdot \Phi)) \times \vec{n} \right]^2 \right|.
 \end{aligned} \tag{25}$$

Для получения потерь от полей рассеяния в элементе конструкции, функцию P_s необходимо проинтегрировать по поверхности элемента конструкции:

$$P = \int_{\Gamma} P_s dS \tag{26}$$

Стоит отметить, что данный метод можно распространить не только на расчет трансформаторного бака, но и на расчет элементов конструкции трансформатора, выполненных из конструкционной стали и с линейными размерами, превышающими глубину проникновения. Использование граничных условий импедансного типа

дает наименьшую погрешность, если глубина проникновения в металл много меньше радиуса закругления металлических конструкций [7]. Учитывая, что объем металла частей конструкции трансформатора с малыми радиусами закругления составляет доли процента, то погрешность расчета потерь будет незначительна. В качестве примера представим поверхность ярмовой балки трансформатора сложной формы (рис. 1) в виде проводящего ферромагнитного полупространства. Данное допущение основываем на том факте, что линейные размеры ярмовой балки в десятки раз превышают величину скин-слоя конструкционной стали и, как и в случае трансформаторного бака, электромагнитная волна затухает в нормальном, к поверхности балки, направлении при движении вглубь. Исходя из равенства нулю нормальной, к поверхности, составляющей вихревого тока и разницы нормальных составляющих магнитной напряженности на границе трансформаторного масла и конструкционной стали в сотни раз, примем те же допущения равенства нулю нормальных составляющих напряженностей магнитного и электрического полей в ферромагнитном полупространстве, которые были приняты для расчета бака. Исключим область внутри балки из области решения задачи Ω .

В случае исключения внутренней области балки из области решения задачи Ω , исходя из формул Грина (14), поверхность ярмовой балки также становится частью границы Γ , окружающей область решения задачи Ω . Следовательно, поверхностный интеграл в первом уравнении системы уравнений (15) включает и поверхность ярмовой балки. Применив выше оговоренные допущения к уравнениям (1–2, 8, 15) получим уравнения (16–24) для поверхности ярмовой балки.

На рис. 2 приведено распределение вихревых токов в ферромагнитном проводящем полупространстве, посчитанное на поверхности ярмовой балки.

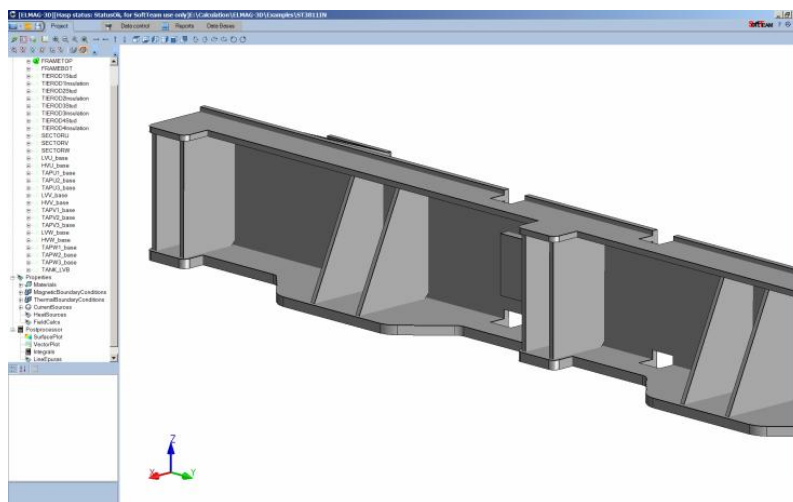


Рисунок 1 – Модель ярмовой балки трехфазного трансформатора в программе ELMAG-3D, выполненной из конструкционной стали

Основою на вищеприписаній модифікації методу розрахунку, був розроблений програмний комплекс ELMAG-3D для розрахунку втрат і перегрівів від полів розсіяння силових трансформаторів і реакторів [18]. Для оцінки швидкодії і точності запропонованого методу були розраховані вихреві токи і втрати в елементах конструкції однофазного автотрансформатора

167МВА 345кВ 161кВ з алюмінієвим екраном, установленим на бак.

Модель трансформатора обмежена поверхністю G , що збігається з внутрішньою поверхню бака, а також з заданою провідністю і магнітної проникністю бака. Також для даного автотрансформатора те ж величини були розраховані в програмному комп-

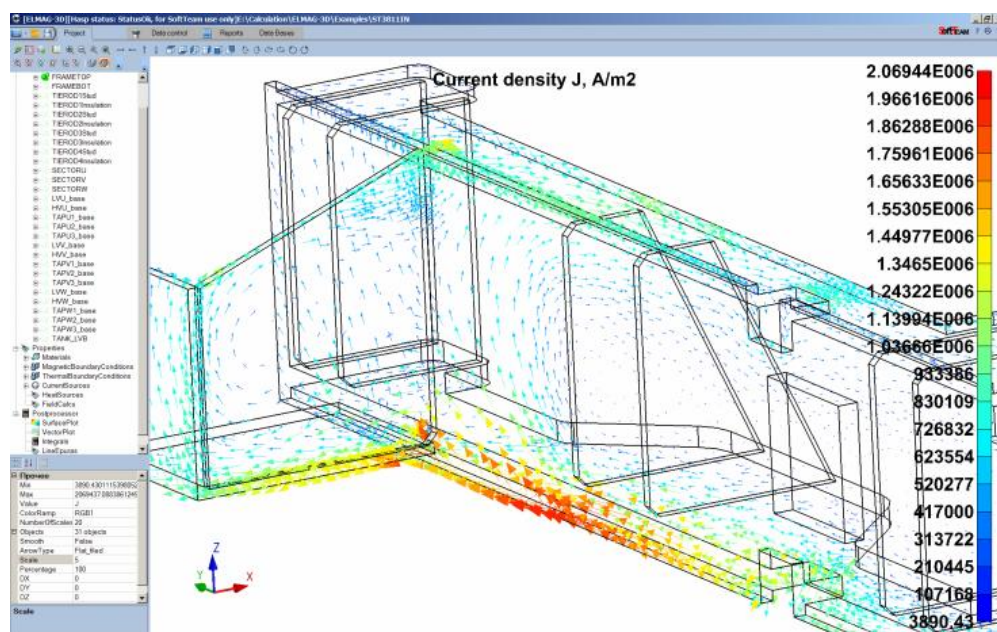


Рисунок 2 – Розподіл поверхнового вихревого струму на поверхню моделі ярмової балки трифазного трансформатора в програмі ELMAG-3D

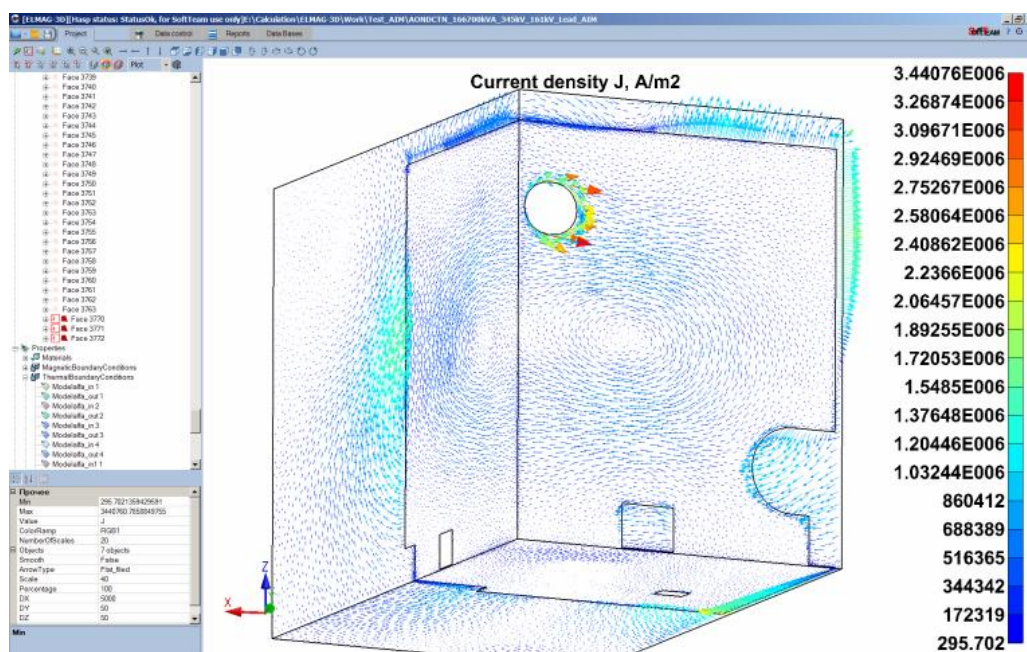


Рисунок 3 – Розподіл поверхнового вихревого струму на поверхню бака моделі однофазного автотрансформатора 167МВА 345кВ 161кВ в програмі ELMAG-3D

лексе ANSYS [6], расчетная модель которого также включает бак и экран, заданные как solid объемы и разбитые на мелкие элементы конечно-элементной сетки для получения результата расчета заданной точности (проблема скин-эффекта). Во избежание влияния граничного условия на расчетную область поверхность, ограничивающая модель, отодвинута на достаточное расстояние (несколько метров).

Результаты рассчитанного в программе ELMAG-3D поверхностного вихревого тока в модели на поверхности бака приведены на рис. 3. Результаты рассчитанного в программе ANSYS вихревого тока в модели с баком, представленным как solid объем, приведены на рис. 4.

ВЫВОДЫ

Предложенная математическая модель, основанная на методе конечных элементов, позволяет более эффективно рассчитывать вихревые токи и потери, вызванные полями рассеяния, в баке силовых трансформаторов и реакторов и элементах их конструкций. Новизной предложенной математической модели является применение известных граничных условий импедансного типа к задаче расчета потерь и перегревов, что дает исключение использования подробной конечно-элементной сетки, обусловленной проблемой скин-эффекта. Более того, данное предложение позволяет при моделировании представлять трансформаторный или реакторный бак, как поверхность ферромагнитного проводящего полу-

пространства. Данный подход дает существенное уменьшение результирующей системы уравнений (в десятки раз), что приводит к значительному сокращению времени расчета и компьютерных ресурсов без потери в точности. Приведенные результаты расчета показывают практическое совпадение результатов расчета вихревых токов, полученных с использованием вышеописанного метода и проверенного классического метода конечных элементов в программе ANSYS на примере расчета бака трансформатора 167МВА 345кВ 161кВ.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Иванков В. Ф. Электротепловые расчетные модели элементов конструкции трансформаторного оборудования / Иванков В. Ф., Басова А. В., Шульга Н. В. // Электротехника та електроенергетика. – 2014. – № 2. – С. 41–53.
2. Kurt P. Thermal-Electromagnetic Coupling in the Finite-Element Simulation of Power Transformers. / Preis Kurt // IEEE Trans. on Magn.– 2006. – vol. 42, No. 4.– P. 999–1002.
3. Guйrin C. 3D Eddy Current Losses Calculation in Transformer Tanks Using the Finite Element Method / Christophe Guйrin, Gerard Tanneau, Gerard Meunier // IEEE Trans. on Magn.- 1993.– vol. 29, No. 2.– P. 1419–1422.
4. Ostrenko M. V. Power transformers and reactors stray losses and temperatures calculation using coupled IEM

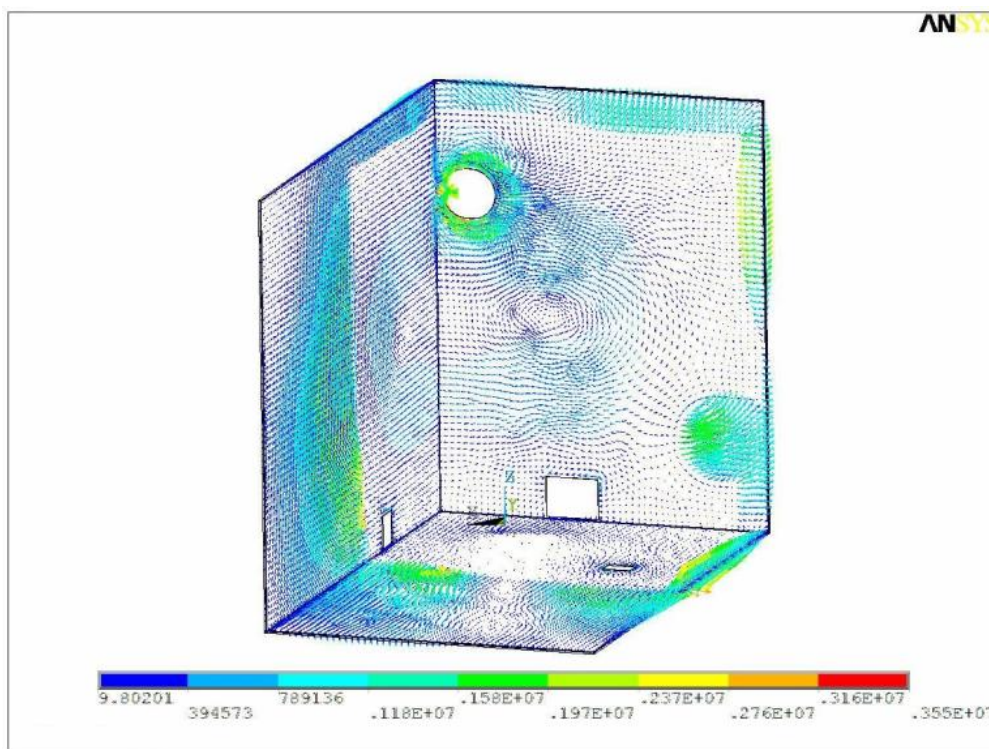


Рисунок 4 – Распределение вихревого тока внутри объема бака модели однофазного автотрансформатора 167МВА 345кВ 161кВ в программе ANSYS

- and FEM technique / Maxym V. Ostrenko, Olexandr L. Tarchutkin, Bogdan Y. Andriienko // Computational Technologies in Electrical and Electronics Engineering (SIBIRCON). – 2010. – IEEE Region 8 International Conference, p. 717–721.
5. Яримбаш Д. С. Особливості визначення параметрів короткого замикання силових трансформаторів за совами польового моделювання. / Д. С. Яримбаш, С. Т. Яримбаш, Т. Є. Дівчук, І. М. Килимник // Електротехніка та електроенергетика. – 2016. – № 1. – С. 12–17.
 6. ANSYS software. – [Електронний ресурс]. – режим доступу: <http://www.ansys.com>
 7. Григорьев А. Д. Методы вычислительной электродинамики / А. Д. Григорьев. – М.: Физматлит, 2012. – 432 с.
 8. Ostrenko M. V. Power Transformers and Reactors Structure Losses and Temperatures Calculation Using Surface Impedance Boundary Conditions / Maxym Ostrenko, Bogdan Andriienko, Sergei Tikhovod and Denys Prychynenko // 1-st IEEE Conference Advances in Magnetism AIM.- 2016.- P.14-16.
 9. Susnjic L. 3D finite-element determination of stray losses in power transformer / L. Susnjic, Z. Haznadar and Z. Valkovic // Electric Power System Research 78.– 2008.– P.1814–1818.
 10. Wagner B. Error Evaluation of Surface Impedance Boundary Conditions With Magnetic Vector Potential Formulation on a Cylindrical Test Problem / Bernhard Wagner, Werner Renhart and Christian Magele // IEEE Trans. on Magn.– 2008.– vol. 44, No. 6.– P. 734–737.
 11. Aymard N. An Improved Modified Surface Impedance for Transverse Electric Problems / N. Aymard, M. Feliachi // IEEE Trans. on Magn.– 1997. vol. 33, No. 2.– P. 1267–1270.
 12. Ida N. High Order Surface Impedance Boundary Conditions with the A- Formulation / Nathan Ida, Yvonnice Lemenach and Thomas Henneron // FACTA UNIVERSITATIS, Ser.: Elec. Energ. – 2011.– vol. 24 no. 2. – P. 147–155.
 13. Бердник С. Л. Использование концепции поверхностного импеданса в задачах электродинамики (75 лет спустя) / С. Л. Бердник // Радиофизика и астрономия. – 2014.– Т.19, №1.– С. 57–80.
 14. Бессонов Л. А Теоретические основы электротехники: Электромагнитное поле, Учебник для студентов вузов. – 7-е изд., перераб. и доп. / Л. А. Бессонов. – М.: Высш. школа.– 1978. – 231 с.
 15. Kuczmann M. Nodal and Edge Finite Element Analysis of Eddy Current Field Problems / Miklos Kuczmann // PRZEGLAD ELEKTROTECHNICZNY.- 2008. – P. 194–197.
 16. Zienkiewicz O. C. The finite element method. Fifth edition. / Zienkiewicz O. C, Taylor R. L. // Volume 1: The Basis. «Butterworth-Heinemann». – Oxford. – 2000.
 17. Левин В. И. Методы математической физики. Учебное пособие для физико-математических факультетов педагогических институтов / В. И. Левин. – М.: Высш. школа. – 1956. – 243 с.
 18. Андрієнко Б. Ю. Комп'ютерна програма «Програма розрахунку тривимірного магнітного поля, вихрових струмів, втрат та температур у силових трансформаторах та реакторах ELMAG-3D» СВДОЦТВО про реєстрацію авторського права на твір № 41639 / Б. Ю Андрієнко, О. Л. Тарчуткін, М. В. Остренко. – Державна служба інтелектуальної власності України, – 2012.

Остренко М. В¹, Тиховод С. М.²

¹ Аспірант Soft Team Group, Запорізький Національний Технічний Університет, Україна

² Д-р техн. наук, доцент, Запорізький Національний Технічний Університет, Україна

РОЗРАХУНОК ВТРАТ В ЕЛЕМЕНТАХ КОНСТРУКЦІЇ СИЛОВИХ ТРАНСФОРМАТОРІВ І РЕАКТОРІВ МЕТОДОМ КІНЦЕВИХ ЕЛЕМЕНТІВ З ГРАНИЧНИМИ УМОВАМИ ІМПЕДАНСНОГО ТИПУ

Мета роботи. Дана стаття пропонує обґрунтовану математичну модель, засновану на застосуванні методу скінченних елементів, яке дозволяє більш ефективно моделювати вихрові струми і втрати, викликані полями розсіювання, у баку силових трансформаторів і реакторів та елементах їх конструкції.

Методи досліджень. Ґрунтуючись на припущеннях рівності нулю нормальних складових напруженостей магнітного і електричного полів у феромагнітному півпросторі дана математична модель вводить поверхневу щільність вихрового струму в рівняння МКЕ.

Основні результати. Зроблено висновок, що запропонована математична модель дозволяє більш ефективно розраховувати вихрові струми і втрати у баку силових трансформаторів і реакторів та елементах їх конструкції. При цьому досягається істотне зменшення результуючої системи рівнянь (в десятки разів), що приводить до значного скорочення часу розрахунку і комп'ютерних ресурсів без втрати точності.

Наукова новизна. Новизною запропонованої математичної моделі є форма, зручна для програмної реалізації відомих граничних умов імпедансного типу, що описують розподіл електромагнітного поля в баку і елементах конструкції, причому ці елементи подаються як феромагнітний електропровідний півпростір.

Практична значимість. Приклади розрахунку однофазного автотрансформатора 167МВА 345кВ 161кВ в програмному комплексі ELMAG-3D, створеному на основі описаного методу і в програмному комплексі ANSYS, з використанням класичного підходу solid моделювання трансформатора показують застосовність і необхідну точність описаного методу в контексті завдань розрахунку втрат в баку і елементах конструкції силових трансформаторів і реакторів.

Ключові слова: метод кінцевих елементів, поверхнева щільність вихрового струму.

Ostrenko M. V.¹, Tykhovod S. M.²

¹Postgraduate student, SoftTeam Group, Zaporozhye National Technical University, Ukraine

²Doctor of science, Assoc. Prof. Zaporozhye National Technical University, Ukraine

CALCULATION OF LOSSES IN ELEMENTS OF CONSTRUCTION OF POWER TRANSFORMERS AND REACTORS BY FINITE ELEMENT METHOD WITH SURFACE IMPEDANCE BOUNDARY CONDITIONS

The purpose of the work. This paper offers the well founded mathematical model based on the applying of the finite element method, which allows more effective modeling of the eddy currents and losses in the tank of power transformers, reactors and elements of their constructions, caused by the dispersion fields.

Research methods. Based on assumptions of equality to the zero of normal components of the magnetic and electric fields' intensities in ferromagnetic half-space, this mathematical model enters the surface eddy current density in FEM equations.

The obtained results. Conclusion that the offered mathematical model allows to calculate eddy currents and losses in the power transformers tank, reactors and elements of their constructions more effectively is done. Reduction in tens of times of the resulting system of equations is also arrived, that results to considerable decreasing of calculation time and computer resources without accuracy losses.

Scientific novelty. The novelty of the offered mathematical model is the form that is comfortable for programmatic realization of the known surface impedance boundary condition describing the electromagnetic field distribution in a tank and construction elements and in addition these elements are represented as ferromagnetic conducting half-space.

Practical importance. Examples of single-phase autotransformer 167MVA 345kV 161kV calculation in a program complex ELMAG - 3d software, created on the basis of the described method and in the program complex ANSYS software with the use of classic approach of solid modeling of transformer; demonstrate applicability and required accuracy of the described method in the context of problems of losses calculation in the tank and construction elements of power transformers.

Keywords: finite element method, surface current density.

REFERENCES

- Ivankov V. F., Basova A. V., Shulga N. V., Elektroteplovye raschetnye modeli elementov konstruktsii transformatornogo oborudovaniya, *Elektrotekhnik ta elektroenergetika*, 2014, No. 2, pp. 41–53.
- Kurt P., Thermal-Electromagnetic Coupling in the Finite-Element Simulation of Power Transformers, *IEEE Trans. on Magn.*, 2006, Vol. 42, No. 4, pp. 999–1002.
- Guirrin C., Tanneau G., Meunier G., 3D Eddy Current Losses Calculation in Transformer Tanks Using the Finite Element Method, *IEEE Trans. on Magn.*, 1993, Vol. 29, No. 2, pp. 1419–1422.
- Ostrenko M. V., Tarchutkin O. L., Andriienko B. Y., Power transformers and reactors stray losses and temperatures calculation using coupled IEM and FEM technique, *Computational Technologies in Electrical and Electronics Engineering (SIBIRCON)*, 2010, IEEE Region 8 International Conference, pp. 717–721.
- Yarimbash D. S., Yarimbash S. T., Divchuk T. E., Kilimnik I. M., Osoblivost vyznachennya parametrv korotkogo zamikannya silovikh transformatorv zasovami polovogo modelyuvannya, *Elektrotekhnik ta elektroenergetika*, 2016, No 1, pp. 12–17.
- ANSYS software [elektronnyj resurs]. rezhim dostupa: <http://www.ansys.com>
- Grigorev A. D. *Metody vychislitelnoj elektrodinamiki*. Moscow, Fizmatlit, 2012, 432 p.
- Ostrenko M. V., Andriienko B., Tykhovod S., Prychynenko D., Power Transformers and Reactors Structure Losses and Temperatures Calculation Using Surface Impedance Boundary Conditions, *1-st IEEE Conference Advances in Magnetism AIM*, 2016, pp.14–16.
- Susnjic L., Haznadar Z., Valkovic Z., 3D finite-element determination of stray losses in power transformer, *Electric Power System Research* 78, 2008, pp. 1814–1818.
- Wagner B., Renhart W., Magele Ch., Error Evaluation of Surface Impedance Boundary Conditions With Magnetic Vector Potential Formulation on a Cylindrical Test Problem, *IEEE Trans. on Magn.*, 2008, Vol. 44, No. 6, pp. 734–737.
- Aymard N., Feliachi M., An Improved Modified Surface Impedance for Transverse Electric Problems, *IEEE Trans. on Magn.*, 1997, Vol. 33, No. 2, pp. 1267–1270.
- Ida N., Lemenach Y., Henneron T., High Order Surface Impedance Boundary Conditions with the A- ϕ Formulation, *FACTA UNIVERSITATIS*, 2011, Vol. 24, No. 2, pp. 147–155.
- Berdnik S. L., Ispolzovanie kontseptsii poverkhnostnogo impedansa v zadachakh elektrodinamiki (75 let spustya), *Radiofizika i astronomiya*, 2014, Vol.19, No. 1, pp. 57–80.
- Bessonov L. A., Teoreticheskie osnovy elektrotehniki: elektromagnitnoe pole, uchebnik dlya studentov vuzov. 7-e izd., pererab. i dop., Moscow, Vyssh. shkola, 1978, 231 s.
- Kuczmann M., Nodal and Edge Finite Element Analysis of Eddy Current Field Problems, *Przeglad elektrotechniczny*, 2008, pp. 194–197.
- Zienkiewicz O. C., Taylor R. L. The finite element method. Fifth edition, Vol. 1, The Basis. Butterworth-Heinemann, Oxford, 2000.
- Levin V. I. *Metody matematicheskoy fiziki*. Uchebnoe posobie dlya fiziko-matematicheskikh fakul'tetov pedagogicheskikh institutov. Moscow, Vyssh. shkola, 1956, 243 s.
- Andrisko B. U., Tarchutkin O. L., Ostrenko M. V. Komp'yuterna programa «Programa rozrakhunku trivimrnogo magnitnogo polya, vikhrovikh strumyv, vtrata ta temperatur u silovikh transformatorakh ta reaktorakh elmag-3d» Svidotstvo pro restratsyu avtorskogo prava na tvr 41639, Derzhavna sluzhba ntektualno vlasnost ukrani, 2012.