

I. ЕЛЕКТРОТЕХНІКА

УДК 681.513

А. Е. Казурова, Е. М. Потапенко

Возможные варианты построения высокоточных систем управления упругой неопределенной электромеханической системой

Рассматривается управление упругой неопределенной электромеханической системой, особенностью которой является наличие значительного нелинейного трения как на объекте управления, так и на двигателе. Для трех вариантов комбинаций измерителей построены наблюдатели координат вектора состояния двигателя. Синтезирован алгоритм идентификации сопротивления якорной цепи в реальном времени. Для этой системы разработан робастный комбинированный регулятор с наблюдателем неопределенностей. Результаты аналитических исследований иллюстрируются численным моделированием.

Введение

Под электромеханической системой (ЭМС) понимается механизм, состоящий из последовательно соединенных электродвигателя (для конкретности постоянного тока), редуктора, муфты и объекта управления. Сопротивление якорной цепи двигателя вследствие изменения температуры может меняться в 1,5 раза вверх и вниз по отношению к его номинальному значению. Редуктор и (или) муфта обладают ограниченной жесткостью, вследствие чего в них при работе возникают упругие деформации. Объект управления (ОУ) представляет собой твердое тело с неизвестным моментом инерции, к которому приложены ступенчато-изменяющиеся воздействия. Работа двигателя с редуктором и движение объекта управления сопровождаются нелинейным трением. Система предназначена для позиционного управления объектом. Описанная ЭМС является универсальной и может входить в состав обрабатывающих станков, роботов, телескопов, радиолокаторов, систем автоматического прицеливания стрелкового оружия, в том числе установленных на движущихся объектах, и тому подобное.

Анализ литературных источников

Традиционным методом управления является использование ПИ- и ПИД-регуляторов. Однако этот метод управления обладает недостаточной робастностью, плохо противодействует ступенчато изменяющимся внешним воздействиям и теряет работоспособность при нелинейном трении типа LuGre [1]. Этим недостатком лишены системы со скользящими режимами (ССР) [2–4]. К сожалению, скользящие режимы сопровождаются вибрациями, которые ухудшают надежность системы, повышают ее электропотребление, вызывают появление акустических шумов. Вибрации еще больше усиливаются при наличии высокочастотных помех. Кроме того, ССР могут возбуждать высокочастотную паразитную динамику (упругие колеба-

ния) вплоть до потери устойчивости. Хорошей робастностью к неопределенностям, быстрым реагированием на ступенчато изменяющиеся воздействия и одновременно при «мягком» управлении без скользящих режимов обладают комбинированные системы управления с оценкой и компенсацией неопределенностей динамики [5–7]. Поскольку в неопределенности включены и внешние воздействия, то указанные системы, помимо обеспечения робастности, обеспечивают высокую точность управления. Благодаря отсутствию скользящих режимов эти системы в меньшей степени возбуждают паразитную высокочастотную динамику.

Целью данной работы является обеспечение высокой точности и быстродействия управления описанным объектом с помощью компенсатора, состоящего из наблюдателей координат состояния и неопределенностей и комбинированного регулятора.

1. Постановка задачи

ЭМС описывается следующей системой дифференциальных уравнений:

$$I_c \ddot{\varphi}_c = c(n^{-1}\varphi_m - \varphi_c) - f_c - f_l, \quad (1)$$

$$I_m \ddot{\varphi}_m = -n^{-1}c(n^{-1}\varphi_m - \varphi_c) + c_m i - f_m, \quad (2)$$

$$L \dot{i} + Ri = u - c_e \dot{\varphi}_m, \quad (3)$$

где φ_c, φ_m – углы поворота ОУ и ротора двигателя; i, u – ток и напряжение якорной цепи; I_c, I_m – моменты инерции ОУ и ротора двигателя; R, L – активное сопротивление и индуктивность якорной цепи; c_m, c_e – моментный и скоростной коэффициенты двигателя

© Е. М. Потапенко, А. Е. Казурова 2009 г.

постоянного тока (ДПТ); n – передаточное число редуктора; c – коэффициент жесткости упругой части; f_c, f_m – моменты нелинейного трения в ОУ и в двигателе соответственно; f_l – момент нагрузки. В системе (1)–(3) неизвестными являются I_c, f_c, f_l, f_m, R .

В качестве модели трения использовалась модель LuGre [8], соответствующая ей зависимость трения от скорости представлена на рис. 1 и описывается уравнениями (4)–(6).

$$f = -m \text{ при } \dot{x} = 0, \quad \forall |m| \leq f_0, \quad (4)$$

$$f = -f_0 \text{sign} m \text{ при } \dot{x} = 0, \quad \forall |m| > f_0, \quad (5)$$

$$f = -\varphi(|\dot{x}|) \text{sign} \dot{x} \text{ при } |\dot{x}| > 0, \quad (6)$$

где m – сумма всех внешних воздействий на объект, подверженный трению, f_0 – максимальный момент трения покоя, \dot{x} – относительная скорость трущихся поверхностей. Поскольку точно функция трения $|f| = \varphi(\dot{x})$ не известна, то принято

$$\begin{aligned} f &= f_0 + a|\dot{x}| & |\dot{x}| \leq |\dot{x}_{\min}|, \\ f &= b + k|\dot{x}|, \quad k = \text{tg} \alpha & |\dot{x}| > |\dot{x}_{\min}|, \end{aligned}$$

где a, b – коэффициенты аппроксимации функции трения.

2. Синтез робастного компенсатора

Представим управляющее напряжение в виде

$$u = u_i + u_m + u_c, \quad (7)$$

где u_i, u_m, u_c – управляющие напряжения соответственно для контуров тока, двигателя и объекта управления.

Пусть

$$u_i = -Rk_i i, \quad (8)$$

где k_i – постоянный коэффициент. Тогда уравнение (3) примет вид

$$T_e \dot{i} + (1 + k_i) i = R^{-1} (u_m + u_c - c_e \dot{\varphi}_m), \quad (9)$$

где $T_e = LR^{-1}$. Подставим i из (9) в уравнение (2). Получим

$$\begin{aligned} I_m \ddot{\varphi}_m &= -n^{-1} c (n^{-1} \varphi_m - \varphi_c) + c_{m1} \times \\ &\times [R^{-1} (u_m + u_c - c_e \dot{\varphi}_m) - T_e \dot{i}] - f_m, \end{aligned} \quad (10)$$

где

$$c_{m1} = c_m (1 + k_i)^{-1}.$$

Управляющее напряжение двигателя представим в виде

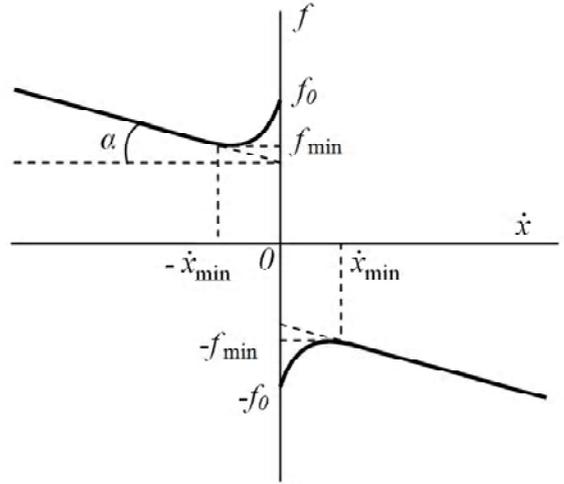


Рис. 1. Зависимость трения от скорости

$$u_m = -k_m \dot{\varphi}_m - kn^{-1} c (n^{-1} \varphi_m - \varphi_c) R c_{m1}^{-1}, \quad (11)$$

где k_m, k – постоянные коэффициенты. Здесь вторая составляющая введена для увеличения жесткости системы. Подставив уравнение (11) в уравнение (10), получим

$$\begin{aligned} I_m \ddot{\varphi}_m &= -(1 + k) n^{-1} c (n^{-1} \varphi_m - \varphi_c) + \\ &+ c_{m1} [R^{-1} (u_c - (c_e + k_m) \dot{\varphi}_m) - T_e \dot{i}] - f_m. \end{aligned} \quad (12)$$

Умножим уравнение (12) на $\varepsilon = n(1 + k)^{-1}$ и сложим с уравнением (1), в результате чего получим

$$\begin{aligned} I_c \ddot{\varphi}_c + \varepsilon I_m \ddot{\varphi}_m &= \varepsilon c_{m1} \times \\ &\times [R^{-1} (u_c - (c_e + k_m) \dot{\varphi}_m) - T_e \dot{i}] - f_c - f_l - \varepsilon f_m. \end{aligned} \quad (13)$$

Представим момент инерции ОУ в следующем виде:

$$I_c = I_{c0} + I_{c\delta}, \quad (14)$$

где I_{c0} – известное номинальное значение момента инерции ОУ, $I_{c\delta}$ – его неизвестное отклонение. С учетом обозначения (14) уравнение (13) переписывается в виде

$$\begin{aligned} I_{c0} \ddot{\varphi}_c + \varepsilon I_m \ddot{\varphi}_m &= \varepsilon c_{m1} \times \\ &\times [R^{-1} (u_c - (c_e + k_m) \dot{\varphi}_m) - T_e \dot{i}] - f_c - \\ &- f_l - \varepsilon f_m - I_{c\delta} \ddot{\varphi}_c. \end{aligned} \quad (15)$$

Сформируем неопределенность

$$f_{c\Sigma} = -f_c - f_l - \varepsilon f_m - I_{c\delta} \ddot{\varphi}_c,$$

с учетом которой уравнение (15) принимает вид

$$I_{c0}\ddot{\phi}_c + \varepsilon I_m \ddot{\phi}_m = \varepsilon c_{m1} \times \\ \times [R^{-1}(u_c - (c_e + k_m)\dot{\phi}_m) - T_e \dot{i}] + f_{c\Sigma}.$$

Управляющее напряжение объектом управления представим в виде

$$u_c = u_{cs} + u_{cc}, \quad (16)$$

где u_{cs} , u_{cc} – управляющие напряжения стабилизации и компенсации неопределенности, которые сформируем в виде

$$u_{cc} = -(1+k)(nc_{m1})^{-1} R \hat{f}_{c\Sigma}, \quad (17)$$

$$u_{cs} = -k_{c1}(\phi_c - \phi_{cp}) - k_{c2}(\dot{\phi}_c - \dot{\phi}_{cp}), \quad (18)$$

где k_{c1} , k_{c2} – постоянные коэффициенты, знаком «^» здесь и дальше будут обозначаться оценки соответствующих переменных.

Чтобы получить оценку неопределенности необходимо построить ее наблюдатель. С этой целью, для начала, сформируем эту неопределенность, но с учетом того, что на управляющее напряжение накладывается ограничение (что всегда имеет место на практике), т. е.

$$u = \text{sat}(u_i + u_m + u_c).$$

Из уравнения (3)

$$i = R^{-1}(u - c_e \dot{\phi}_m) - T_e \dot{i}. \quad (19)$$

Последовательная подстановка уравнения (19) в уравнение (2), умножение полученного выражения на n и сложение с уравнением (1) дает

$$I_c \ddot{\phi}_c + n I_m \ddot{\phi}_m = n c_m \times \\ \times [R^{-1}(u - c_e \dot{\phi}_m) - T_e \dot{i}] - f_c - f_l - n f_m,$$

или с учетом обозначения (14)

$$I_{c0} \ddot{\phi}_c + n I_m \ddot{\phi}_m - n c_m \times \\ \times [R^{-1}(u - c_e \dot{\phi}_m) - T_e \dot{i}] = -f_c - f_l - n f_m - I_{c\delta} \ddot{\phi}_c. \quad (20)$$

Отсюда суммарную неопределенность сформируем в виде

$$f_{c\Sigma} = -f_c - f_l - n f_m - I_{c\delta} \ddot{\phi}_c.$$

С учетом этого уравнение (20) переписывается в виде

$$f_{c\Sigma} = I_{c0} \ddot{\phi}_c + n I_m \ddot{\phi}_m - n c_m [R^{-1}(u - c_e \dot{\phi}_m) - T_e \dot{i}]. \quad (21)$$

Выражение (21) можно рассматривать как изменение неопределенности $f_{c\Sigma}$. Поскольку дифференцировать ток i не желательно и нет информации об ускорениях двигателя и ОУ, то избавимся от необходимости получения производной тока и указанных ускорений следующим образом. Будем полагать быстродействие наблюдателя $f_{c\Sigma}$ настолько большим, что

в масштабе времени наблюдателя можно считать

$$\dot{f}_{c\Sigma} = 0. \quad (22)$$

По уравнениям (21), (22) построим наблюдатель для оценки $f_{c\Sigma}$ в виде

$$\dot{\hat{f}}_{c\Sigma} = l_f (\hat{f}_{c\Sigma} - f_{c\Sigma}), \quad (23)$$

где l_f – коэффициент передачи наблюдателя. Пусть ошибка наблюдателя

$$\tilde{f}_{c\Sigma} = \hat{f}_{c\Sigma} - f_{c\Sigma}. \quad (24)$$

Вычитая из уравнения (23) уравнение (22), получим уравнение $\dot{\tilde{f}}_{c\Sigma} = l_f \tilde{f}_{c\Sigma}$ с решением

$$\varepsilon \tilde{f}_{c\Sigma}(0) = \tilde{f}_{c\Sigma}(0) \exp(l_f t), \quad (25)$$

где ε – зона, при захождении в которую переходный процесс считается закончившимся, t_t – заданное время переходного процесса. Из (25) следует, что при $l_f < 0$ решение $\tilde{f}_{c\Sigma} = 0$ является асимптотически устойчивым, поэтому на основании (24) можно записать $\lim_{t \rightarrow \infty} \hat{f}_{c\Sigma} = f_{c\Sigma}$ при $t \rightarrow \infty$. На основании выражения (25) по заданному времени переходного процесса можно определить коэффициент l_f

$$l_f = \frac{1}{t_t} \ln \varepsilon.$$

Подстановка (21) в (23) дает

$$\dot{\hat{f}}_{c\Sigma} = l_f (\hat{f}_{c\Sigma} + n c_m [R^{-1}(u - c_e \dot{\phi}_m) - T_e \dot{i}] - \\ - I_{c0} \ddot{\phi}_c - n I_m \ddot{\phi}_m). \quad (26)$$

Для понижения порядков производных в уравнении (26) введем обозначение

$$z := \hat{f}_{c\Sigma} + l_f (I_{c0} \dot{\phi}_c + n I_m \dot{\phi}_m + n c_m T_e i) \Rightarrow \\ \Rightarrow \dot{\hat{f}}_{c\Sigma} = z - l_f (I_{c0} \dot{\phi}_c + n I_m \dot{\phi}_m + n c_m T_e i), \quad (27)$$

с учетом которого уравнение (26) принимает вид

$$\dot{z} = l_f (\hat{f}_{c\Sigma} + n c_m R^{-1}(u - c_e \dot{\phi}_m)). \quad (28)$$

$\hat{f}_{c\Sigma}$ определяется по результату интегрирования уравнения (28) и второму выражению в (27).

Для нахождения коэффициентов закона управления (7) составим характеристическое уравнение для системы уравнений (1)–(3), вектор состояния которой $x = [\phi_c \ \dot{\phi}_c \ \phi_m \ \dot{\phi}_m \ i]$. Определитель системы (1)–(3) имеет вид

$$\Delta = \begin{bmatrix} I_{c0}p^2 + c & -cn^{-1} & 0 \\ -n^{-1}c & I_m p^2 + n^{-2}c & -c_m \\ R^{-1}(k_{c1} + k_{c2}p) - kc_{m1}^{-1}n^{-1}c & R^{-1}(c_e + k_m)p + kc_{m1}^{-1}n^{-2}c & T_e p + 1 + k_i \end{bmatrix},$$

откуда следует характеристическое уравнение

$$\begin{aligned} & p^5 + T_e^{-1}(1 + k_i)p^4 + (c(I_m^{-1}n^{-2} + I_{c0}^{-1}) + \\ & + c_m(RT_e I_m)^{-1}(k_m + c_e))p^3 + \\ & + (T_e^{-1}c(I_m^{-1}n^{-2} + I_{c0}^{-1})(1 + k_i) + \\ & + c_m(T_e I_m)^{-1}kn^{-2}cc_{m1}^{-1})p^2 + \\ & + c_m c(RT_e I_m I_{c0})^{-1}(k_m + c_e + k_{c2}n^{-1})p + \\ & + c(nRT_e I_m I_{c0})^{-1}c_m k_{c1} = 0, \end{aligned} \quad (29)$$

где p – оператор дифференцирования. Сопоставляя уравнение (29) с эталонным характеристическим уравнением

$$\begin{aligned} & p^5 + 5\omega_0 p^4 + 10\omega_0^2 p^3 + \\ & + 10\omega_0^3 p^2 + 5\omega_0^4 p + \omega_0^5 = 0, \end{aligned}$$

где ω_0 характеризует быстродействие управляемого контура, можно получить значения коэффициентов закона управления в виде

$$k_i = 5T_e \omega_0 - 1,$$

$$k_m = \frac{RT_e I_m (10\omega_0^2 - c(I_m^{-1}n^{-2} + I_{c0}^{-1}))}{c_m} - c_e,$$

$$k = \frac{I_m T_e n^2 c_{m1} (10\omega_0^3 - cT_e^{-1}(1 + k_i)(I_m^{-1}n^{-2} + I_{c0}^{-1}))}{c_m c},$$

$$k_{c1} = I_{c0} I_m T_e c^{-1} n c_m^{-1} R \omega_0^5,$$

$$k_{c2} = \left(\frac{5I_{c0} I_m T_e R \omega_0^4}{c_m c} - k_m - c_e \right) n.$$

Предполагается, что диапазон рабочих температур такой, что сопротивления двигателя могут меняться в 1,5 раза вверх и вниз по отношению к номинальным значениям. Поскольку ток обмотки возбуждения постоянен, то за счет ПИ-регулятора его значение можно сделать равным заданному. Поэтому коэффициенты c_e , c_m будем считать постоянными и равными заданному значению.

3. Идентификация сопротивления якоря

Перепишем уравнение (3) в виде

$$Ri = u - c_e \dot{\phi}_m - Li. \quad (30)$$

Умножим уравнение (30) на i . В результате получим

$$Ri^2 = i(u - c_e \dot{\phi}_m) - \frac{1}{2} L \frac{d}{dt} i^2. \quad (31)$$

Пусть

$$R = R_0 + R_\delta, \quad (32)$$

где R_0 – известное из паспорта двигателя номинальное значение сопротивления, R_δ – неизвестное вследствие изменения температуры его отклонение от номинального значения.

Разделим уравнение (31) на две части: известную часть

$$y = i(u - c_e \dot{\phi}_m) - \frac{1}{2} L \frac{d}{dt} i^2 - R_0 i^2 \quad (33)$$

и неизвестную часть

$$y = R_\delta i^2. \quad (34)$$

Поскольку сопротивление меняется медленно, то можно записать

$$\dot{R}_\delta = 0. \quad (35)$$

Рассматривая уравнение (35) как динамическое уравнение, а (34) – как его измерение, построим по системе (34), (35) наблюдатель, оценивающий R_δ в виде [9]

$$\dot{\hat{R}}_\delta = l_R (\hat{R}_\delta i^2 - y), \quad (36)$$

где l_R – коэффициент передачи наблюдателя. Подстановка (34) в (36) дает уравнение

$$\dot{\hat{R}}_\delta = l_R i^2 (\hat{R}_\delta - R_\delta). \quad (37)$$

Вычитая из уравнения (37) уравнение (35), получим

$$\dot{\tilde{R}}_\delta = l_R i^2 \tilde{R}_\delta, \quad (38)$$

где знаком « $\tilde{\sim}$ » здесь и в дальнейшем будут обозначаться ошибки оценки, а именно $\tilde{R}_\delta = \hat{R}_\delta - R_\delta$.

Умножив уравнение (38) на \tilde{R}_δ , получим

$$2V = \tilde{R}_\delta^2, \quad \dot{V} = l_R i^2 \tilde{R}_\delta^2,$$

где V можно рассматривать в качестве функции Ляпунова. Тогда на основании теоремы Ляпунова можно заключить, что $\lim_{t \rightarrow \infty} \tilde{R}_\delta = 0$ при $l_R i^2 < 0$. Это означает, что при $i \neq 0$ тождественно и $l_R < 0$ ошибка оценки стремится к нулю, а это, в свою очередь означает, что $\lim_{t \rightarrow \infty} \hat{R}_\delta = R_\delta$. Найдем решение уравнения (38). Для этого разделим его на \tilde{R}_δ и проинтегрируем по времени. Получим

$$\ln \tilde{R}_\delta = l_R \int_0^t i^2 dt$$

или

$$\tilde{R}_\delta = \exp\left(l_R \int_0^t i^2 dt\right). \quad (39)$$

Соотношение (39) позволяет путем выбора коэффициента l_R обеспечить заданную скорость сходимости оценки \hat{R}_δ к R_δ .

Для получения рабочего вида наблюдателя подставим (33) в (36). Получим

$$\dot{\hat{R}}_\delta = l_R \left[i^2 \hat{R}_\delta - i(u - c_e \dot{\varphi}_m) + \frac{1}{2} L \frac{d}{dt} i^2 + R_0 i^2 \right]. \quad (40)$$

Для устранения необходимости дифференцирования квадрата тока вводится обозначение

$$\hat{R}_\delta - l_R \frac{1}{2} L i^2 = z, \quad (41)$$

откуда

$$\hat{R}_\delta = z + l_R \frac{1}{2} L i^2. \quad (42)$$

Подстановка (42) в (40) дает уравнение

$$\dot{z} = l_R \left[i^2 (z + l_R \frac{1}{2} L i^2) - i(u - c_e \dot{\varphi}_m) + R_0 i^2 \right]. \quad (43)$$

Уравнение (43) не содержит в правой части дифференцирования. Система уравнений (42), (43) представляет собой наблюдатель для оценки R_δ . Поскольку R_δ неизвестна, то начальное условие для интегрирования следует принять $\hat{R}_\delta = 0$, а на основании (41)

начальное условие для $z = -l_R \frac{1}{2} L_e i^2$. Искомое сопротивление в соответствии с (32) определится выражением

$$\hat{R} = R_0 + \hat{R}_\delta.$$

Таким образом, в дальнейшем будем полагать, что сопротивление R известно.

4. Алгоритм оценивания скорости ОУ

Принят в виде асимптотического дифференциатора [10]:

$$\dot{\hat{r}} = A \hat{r} + L_r (\hat{r}_1 - \varphi_c),$$

где

$$\hat{r} = \begin{bmatrix} \hat{r}_1 \\ \hat{r}_2 \\ \hat{r}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{\varphi}_c \\ \dot{\hat{\varphi}}_c \\ \ddot{\hat{\varphi}}_c \end{bmatrix}, \quad A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$L_r = \begin{bmatrix} l_{r1} \\ l_{r2} \\ l_{r3} \end{bmatrix},$$

L_r – матрица коэффициентов передачи асимптотического дифференциатора.

5. Наблюдатель координат вектора состояния двигателя

Информацию об угле и скорости поворота ротора двигателя можно получить с помощью наблюдателя вектора состояния двигателя. Будет рассматриваться управление ЭМС со следующими вариантами состава измерителей: 1) датчик тока якорной цепи ДПТ, тахогенератор, измеряющий скорость поворота ротора двигателя, и датчик положения ОУ; 2) датчик тока якорной цепи ДПТ, инкрементный датчик приращений угла поворота ротора двигателя, позволяющий оценивать угол поворота ротора двигателя φ_m с погрешностью φ_{m0} , и датчик положения ОУ; 3) датчик тока якорной цепи ДПТ и датчик положения ОУ. При этом в первых двух случаях считается, что сопротивление известно вследствие его идентификации, а в третьем сопротивление принимается номинальным (такая ситуация возможна при термостатировании двигателя).

5.1. Измеряются ток якорной цепи ДПТ, скорость поворота ротора двигателя и перемещение ОУ

Перепишем уравнение (2) следующим образом:

$$\ddot{\varphi}_m = I_m^{-1} (-n^{-1} c (n^{-1} \varphi_m - \varphi_c) + c_m i - f_m). \quad (44)$$

Измерение имеет вид уравнения

$$y = \dot{\varphi}_m. \quad (45)$$

Легко убедиться с помощью теоремы 1.3.1 [11] в том, что система (44), (45) полностью наблюдаемая. По-

этому для системы (44), (45), записанной в форме Коши, можно построить наблюдатель для оценки $\varphi_m, \dot{\varphi}_m$ (слагаемое, содержащее φ_c , рассматривается как известное внешнее воздействие).

Введем обозначения

$$\varphi_m = x_1, \quad \dot{\varphi}_m = x_2. \quad (46)$$

В соответствии с обозначениями (46) запишем систему уравнений

$$\dot{x} = Ax + Bu, \quad y = Cx, \quad (47)$$

где

$$x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}, \quad A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -I_m^{-1}n^{-2}c & 0 \end{bmatrix},$$

$$Bu = \begin{bmatrix} 0 \\ I_m^{-1}(n^{-1}c\varphi_c + c_m i) \end{bmatrix}, \quad C = [0 \quad 1]. \quad (48)$$

Наблюдатель вектора состояния системы (47) имеет вид

$$\dot{\hat{x}} = A\hat{x} + L_x(C\hat{x} - y) + Bu, \quad (49)$$

где $L_x = [l_{x1} \quad l_{x2}]^T$ – матрица коэффициентов наблюдателя. Подстановка y из (47) в (49) дает уравнение

$$\dot{\hat{x}} = A\hat{x} + L_x C(\hat{x} - x) + Bu. \quad (50)$$

Определим ошибки наблюдателя следующим образом: $\tilde{x} = \hat{x} - x$. Уравнение ошибок наблюдателя находится вычитанием из уравнения (50) первого уравнения в системе (47).

$$\dot{\tilde{x}} = (A + L_x C)\tilde{x}. \quad (51)$$

Характеристическое уравнение, соответствующее уравнению (51), с учетом обозначений (48) имеет вид

$$p^2 - l_{x2}p + I_m^{-1}n^{-2}c(1 + l_{x1}) = 0. \quad (52)$$

Сопоставляя уравнение (52) с эталонным характеристическим уравнением

$$p^2 + 2\omega_0 p + \omega_0^2 = 0,$$

где ω_0 характеризует быстродействие управляемого контура, можно получить значения коэффициентов наблюдателя в виде

$$l_{x1} = I_m n^2 c^{-1} \omega_0^2 - 1, \quad l_{x2} = -2\omega_0.$$

С учетом обозначений (46) и выражения матрицы C из (48) уравнению наблюдателя (49) можно придать окончательный вид

$$\dot{\hat{x}} = A\hat{x} + L_x(\hat{x}_2 - \dot{\varphi}_m) + Bu,$$

где

$$\hat{\varphi}_m = \hat{x}_1, \quad \dot{\hat{\varphi}}_m = \hat{x}_2.$$

Подставим полученные оценки координат векто-

ра состояния двигателя $\hat{\varphi}_m, \dot{\hat{\varphi}}_m$ и оценки сопротивления и скорости ОУ в алгоритмы управления (8), (11), (17), (18) и наблюдатель неопределенности (27), (28). Получим

$$u_i = -\hat{R}k_i i, \quad (53)$$

$$u_m = -k_m \dot{\hat{\varphi}}_m - kn^{-1}c(n^{-1}\hat{\varphi}_m - \varphi_c)\hat{R}c_{m1}^{-1}, \quad (54)$$

$$u_{cc} = -(1+k)(nc_{m1})^{-1}\hat{R}\hat{f}_{c\Sigma}, \quad (55)$$

$$u_{cs} = -k_{c1}(\varphi_c - \varphi_{cp}) - k_{c2}(\hat{\varphi}_c - \dot{\varphi}_{cp}), \quad (56)$$

$$\hat{f}_{c\Sigma} = z - l_f(I_{c0}\dot{\hat{\varphi}}_c + nI_m\dot{\hat{\varphi}}_m + nc_m L\hat{R}^{-1}i), \quad (57)$$

$$\dot{z} = l_f(\hat{f}_{c\Sigma} + nc_m \hat{R}^{-1}(u - c_e \dot{\hat{\varphi}}_m)). \quad (58)$$

5.2. Измеряются ток якорной цепи ДПТ, угол поворота ротора двигателя и перемещение ОУ

Уравнение измерения имеет вид

$$y = \varphi_m + \varphi_{m0}. \quad (59)$$

Найдем физический смысл погрешности φ_{m0} . Из уравнения (44) следует, что в положении равновесия $\varphi_m = n\varphi_c$. Отсюда видно, что φ_{m0} – начальное отклонение ротора двигателя от значения $n\varphi_c$. Поскольку начальная погрешность инкрементного датчика постоянна, то можно записать

$$\dot{\varphi}_{m0} = 0.$$

Аналогично случаю, рассмотренному выше, согласно теореме 1.3.1 [11] система (44), (59) полностью наблюдаемая. Поэтому для системы (44), (59), записанной в форме Коши, можно построить наблюдатель для оценки $\varphi_m, \dot{\varphi}_m$.

Введем обозначения

$$\varphi_m = x_1, \quad \dot{\varphi}_m = x_2, \quad \varphi_{m0} = x_3. \quad (60)$$

В соответствии с обозначениями (60) запишем систему уравнений

$$\dot{x} = Ax + Bu, \quad y = Cx, \quad (61)$$

где

$$x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}, \quad A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -I_m^{-1}n^{-2}c & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$Bu = \begin{bmatrix} 0 \\ I_m^{-1}(n^{-1}c\varphi_c + c_m i) \\ 0 \end{bmatrix}, \quad C = [1 \quad 0 \quad 1]. \quad (62)$$

Наблюдатель вектора состояния системы (61) имеет вид

$$\dot{\hat{x}} = A\hat{x} + L_x(C\hat{x} - y) + Bu, \quad (63)$$

где $L_x = [l_{x1} \quad l_{x2} \quad l_{x3}]^T$ – матрица коэффициентов наблюдателя. Следует обратить внимание на то, что размерность наблюдателя увеличена за счет введения в рассмотрение неизвестной координаты $x_3 = \varphi_{m0}$. Подстановка y из (61) в (63) дает уравнение

$$\dot{\hat{x}} = A\hat{x} + L_x C(\hat{x} - x) + Bu. \quad (64)$$

Определим ошибки наблюдателя следующим образом: $\tilde{x} = \hat{x} - x$. Уравнение ошибок наблюдателя находится вычитанием из уравнения (64) первого уравнения в системе (61).

$$\dot{\tilde{x}} = (A + L_x C)\tilde{x}. \quad (65)$$

Характеристическое уравнение, соответствующее уравнению (65), с учетом обозначений (62) имеет вид

$$p^3 - (l_{x1} + l_{x3})p^2 + (I_m^{-1}n^{-2}c - l_{x2})p - I_m^{-1}n^{-2}cl_{x3} = 0. \quad (66)$$

Сопоставляя уравнение (66) с эталонным характеристическим уравнением

$$p^3 + 2\omega_0 p^2 + 2\omega_0^2 p + \omega_0^3 = 0,$$

можно получить значения коэффициентов наблюдателя в виде

$$l_{x1} = -2\omega_0 - l_{x3}, \quad l_{x2} = I_m^{-1}n^{-2}c - 2\omega_0^2,$$

$$l_{x3} = -I_m n^2 c^{-1} \omega_0^3.$$

С учетом обозначений (60) и выражения матрицы C из (62) уравнению наблюдателя (63) можно придать окончательный вид

$$\dot{\hat{x}} = A\hat{x} + L_x(\hat{x}_1 + \hat{x}_3 - (\varphi_m + \varphi_{m0})) + Bu,$$

где

$$\hat{\varphi}_m = \hat{x}_1, \quad \dot{\hat{\varphi}}_m = \hat{x}_2, \quad \hat{\varphi}_{m0} = \hat{x}_3.$$

Алгоритмы управления (8), (11), (17), (18) и наблюдатель неопределенности (27), (28) будут иметь вид уравнений (53)–(58).

5.3. Измеряются ток якорной цепи ДПТ и перемещение ОУ

В этом случае, как уже говорилось, сопротивление R считается известным и принимается номинальным.

Разделим уравнение (3) на две части: известную часть

$$y := u - Li - Ri \quad (67)$$

и неизвестную часть

$$y = c_e \dot{\varphi}_m. \quad (68)$$

Будем рассматривать уравнение (68) в качестве измерения для динамического уравнения (44). Как и в предыдущих двух случаях, можно убедиться, что система (44), (68) полностью наблюдаемая. Поэтому для системы (44), (68), записанной в форме Коши, построим наблюдатель для оценки $\varphi_m, \dot{\varphi}_m$.

Подставим ток i из уравнения (3) в уравнение (44). Получим

$$\ddot{\varphi}_m = I_m^{-1}(-n^{-1}c(n^{-1}\varphi_m - \varphi_c) + c_m R^{-1}(u - c_e \dot{\varphi}_m - Li) - f_m).$$

Введем обозначения

$$\varphi_m = x_1, \quad \dot{\varphi}_m = x_2. \quad (69)$$

В соответствии с обозначениями (69) запишем систему уравнений

$$\dot{x} = Ax + Bu, \quad y = Cx, \quad (70)$$

где

$$x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}, \quad A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -I_m^{-1}n^{-2}c & -I_m^{-1}c_m R^{-1}c_e \end{bmatrix},$$

$$Bu = \begin{bmatrix} 0 \\ I_m^{-1}n^{-1}c\varphi_c + I_m^{-1}c_m R^{-1}(u - Li) \end{bmatrix}, \quad C = [0 \quad c_e] \quad (71)$$

Наблюдатель вектора состояния системы (70) имеет вид

$$\dot{\hat{x}} = A\hat{x} + L_x(C\hat{x} - y) + Bu, \quad (72)$$

где $L_x = [l_{x1} \quad l_{x2}]^T$ – матрица коэффициентов наблюдателя. Подстановка y из (70) в (72) дает уравнение

$$\dot{\hat{x}} = A\hat{x} + L_x C(\hat{x} - x) + Bu. \quad (73)$$

Определим ошибки наблюдателя следующим образом: $\tilde{x} = \hat{x} - x$. Уравнение ошибок наблюдателя находится вычитанием из уравнения (73) первого уравнения в системе (70).

$$\dot{\tilde{x}} = (A + L_x C)\tilde{x}. \quad (74)$$

Характеристическое уравнение, соответствующее уравнению (74), с учетом обозначений (71) имеет вид

$$p^2 + (I_m^{-1}c_m R^{-1}c_e - l_{x2}c_e)p + I_m^{-1}n^{-2}c(1 + l_{x1}c_e) = 0. \quad (75)$$

Сопоставляя уравнение (75) с эталонным характеристическим уравнением

$$p^2 + 2\omega_0 p + \omega_0^2 = 0,$$

где ω_0 характеризует быстродействие управляемого контура, можно получить значения коэффициентов

наблюдателя в виде

$$l_{x1} = (I_m n^2 c^{-1} \omega_0^2 - 1) c_e^{-1},$$

$$l_{x2} = (I_m^{-1} c_m R^{-1} c_e - 2\omega_0) c_e^{-1}.$$

С учетом уравнения (67), обозначений (69) и выражения матрицы C из (71) уравнению наблюдателя (72) можно придать окончательный вид

$$\dot{\hat{x}} = A\hat{x} + L_x(c_e \hat{x}_2 - (u - Li - Ri)) + Bu, \quad (76)$$

где

$$\hat{\phi}_m = \hat{x}_1, \quad \dot{\hat{\phi}}_m = \hat{x}_2.$$

Поскольку дифференцировать ток i нежелательно, то избавимся от необходимости получать производную тока следующим образом. Введем обозначения

$$z = \hat{x} - L'_x Li,$$

откуда

$$\hat{x} = z + L'_x Li, \quad (77)$$

где

$$z = \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \end{bmatrix}, \quad L'_x = \begin{bmatrix} l_{x1} \\ l_{x2} - I_m^{-1} c_m R^{-1} \end{bmatrix}. \quad (78)$$

Подстановка (77) с учетом (78) в уравнение (76) дает уравнение

$$\dot{z} = A\hat{x} + L_x(c_e \hat{x}_2 - u + Ri) + B'u, \quad (79)$$

где

$$B'u = \begin{bmatrix} 0 \\ I_m^{-1} n^{-1} c \varphi_c + I_m^{-1} c_m R^{-1} u \end{bmatrix}.$$

Уравнение (79) не содержит в правой части дифференцирования тока. Таким образом, наблюдатель вектора состояния представляется в виде системы уравнений (77), (79).

С учетом полученных оценок координат вектора состояния двигателя $\hat{\phi}_m$, $\dot{\hat{\phi}}_m$ и оценки скорости ОУ, запишем окончательный вид алгоритмов управления (8), (11), (17), (18) и наблюдателя неопределенности (27), (28).

$$u_i = -Rk_i i,$$

$$u_m = -k_m \dot{\hat{\phi}}_m - kn^{-1} c (n^{-1} \hat{\phi}_m - \varphi_c) R c_{m1}^{-1},$$

$$u_{cc} = -(1+k)(nc_{m1})^{-1} R \hat{f}_{c\sigma},$$

$$u_{cs} = -k_{c1}(\varphi_c - \varphi_{cp}) - k_{c2}(\dot{\hat{\phi}}_c - \dot{\phi}_{cp}),$$

$$\hat{f}_{c\sigma} = z - l_f (I_{c0} \dot{\hat{\phi}}_c + n I_m \dot{\hat{\phi}}_m + n c_m L R^{-1} i),$$

$$\dot{z} = l_f (\hat{f}_{c\sigma} + n c_m R^{-1} (u - c_e \dot{\hat{\phi}}_m)).$$

6. Результаты моделирования

Поскольку качество управления рассмотренной ЭМС при различных комбинациях измерителей существенно не отличается, то здесь представлены результаты моделирования для одного из вариантов, а именно, для второго, когда в состав измерителей входит инкрементный датчик приращений угла поворота ротора двигателя.

При моделировании принимались следующие параметры: $I_{c0} = 250 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$, момент инерции считается известным и находится в диапазоне $I_c = (0,83 \dots 1,5) I_{c0}$, $I_m = 27 \cdot 10^{-5} \text{ кг} \cdot \text{м}^2$, $R_0 = 0,075 \text{ Ом}$, аналогично, сопротивление принимается равным $R = (0,67 \dots 1,5) R_0$, $L = 3,375 \cdot 10^{-4} \text{ Гн}$, $n = 377$, $c = 3 \cdot 10^5 \text{ Н} \cdot \text{м} \cdot \text{рад}^{-1}$, $c_m = 0,062 \text{ Н} \cdot \text{м} \cdot \text{А}^{-1}$, $c_e = 0,062 \text{ В} \cdot \text{с} \cdot \text{рад}^{-1}$, $f_i = 0 \dots 500 \text{ Н} \cdot \text{м}$, $f_c = 200 \text{ Н} \cdot \text{м}$, $f_m = 0,15 \text{ Н} \cdot \text{м}$, пусковой ток 360 А , напряжение питания двигателя 27 В . Для модели трения брались следующие значения: $f_{\min} = 0,67 f_0$, $\dot{x}_{\min} = 0,4 \text{ рад/с}$.

На рис. 2–12 показаны переходные процессы, возникающие при подаче ступенчатого программного сигнала величиной 3° ($\varphi_{cp} = 0,05236 \text{ рад}$) при номинальном моменте инерции ОУ. Нагрузка $f_i = 500 \text{ Н} \cdot \text{м}$ в виде ступенчатого сигнала прикладывалась на $0,5 \text{ с}$ и снималась на $0,8 \text{ с}$. На рис. 2 показан весь переходный процесс, а на рис. 3, 4 – его фрагменты. На рис. 3 пунктирными линиями ограничена зона $\pm 30 \text{ угл. с}$, на рис. 4 – зона $\pm 0,1 \text{ угл. с}$. Анализ графиков показывает, что синтезированный алгоритм управления обеспечивает входение в зону $\pm 30 \text{ угл. с}$ за $0,14 \text{ с}$, а в зону $\pm 0,1 \text{ угл. с}$ – за $0,28 \text{ с}$, установившаяся ошибка составляет 10^{-3} угл. с . Следует отметить, что на длительность переходного процесса оказывает отрицательное влияние ограничение напряжения. Рис. 3 показывает, что система является астатической по отношению к нагрузке. На рис. 4 видно, что указанная точность в установившемся режиме $\pm 10^{-3} \text{ угл. с}$ обеспечивается как при наличии нагрузки, так и без нее. На рис. 5, 6 показана скорость ОУ. Рис. 6 является фрагментом рис. 5. Скорость в установившемся режиме не превышает $5 \cdot 10^{-6} \text{ рад/с}$ ($0,00028 \text{ }^\circ/\text{с}$). Графики напряжения и тока изображены на рис. 7, 8. На рис. 9 даны графики неопределенности и ее оценки при номинальном моменте инерции ОУ, на рис. 10 – фрагмент рис. 9. На рис. 11, 12 изображены графики угла и скорости поворота ротора двигателя и их оценки с помощью наблюдателя. На рис. 13 показаны фрагменты переходных процессов при значениях момента инерции ОУ 1) $0,83 I_{c0}$, 2) I_{c0} , 3) $1,5 I_{c0}$ подтверждающие работоспособность системы при неизвестных отклонени-

ях момента инерции от его номинального значения в указанном пределе. На рис. 14, 15 приведены фрагменты графиков неопределенностей и их оценок при значениях моментов инерции $0,83I_{c0}$ (рис. 14) и $1,5I_{c0}$ (рис. 15). Графики идентификации активного сопротивления при его отклонении в 1,5 раза вниз и вверх от номинального значения представлены на рис. 16, 17 соответственно. Причем идентификация осуществлялась одновременно с оценкой координат вектора состояния двигателя.

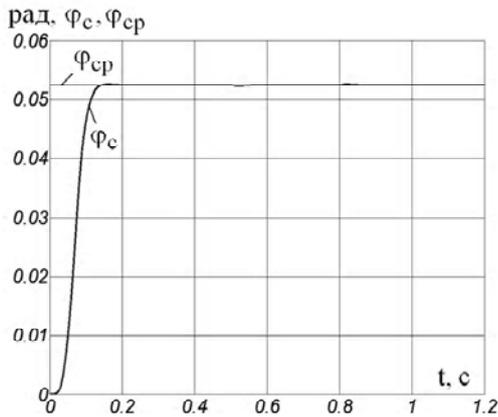


Рис. 2

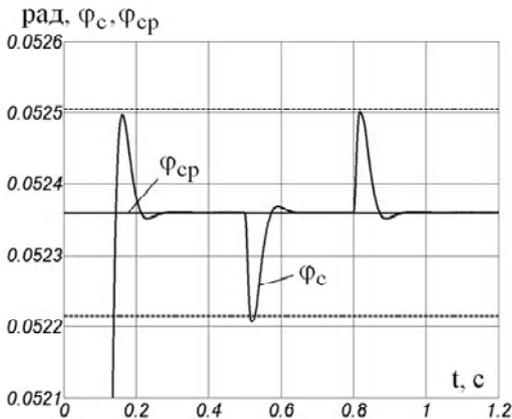


Рис. 3

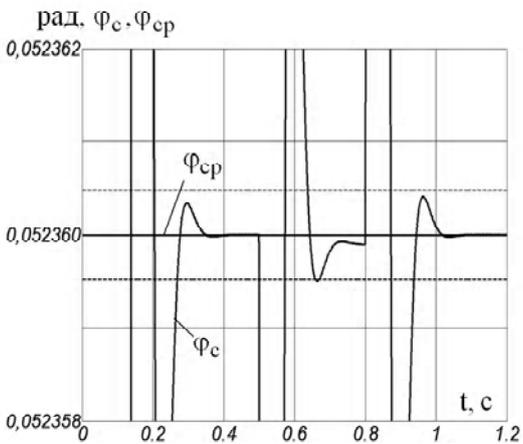


Рис. 4

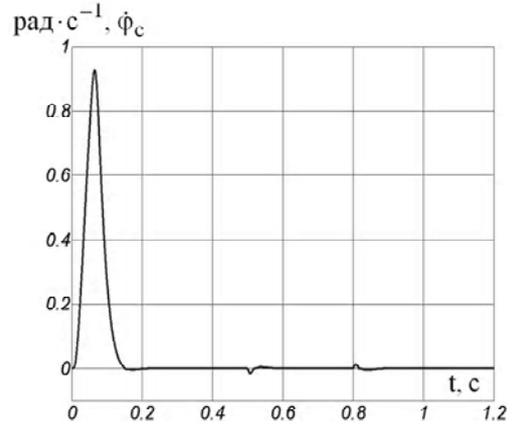


Рис. 5

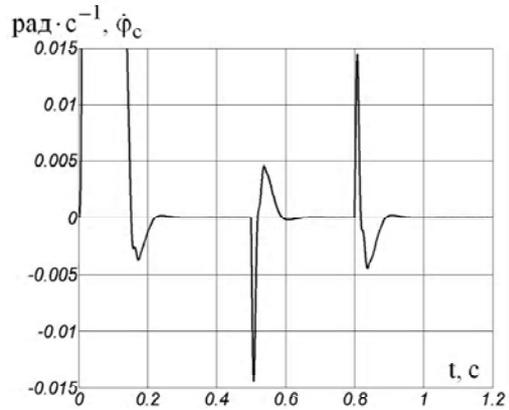


Рис. 6

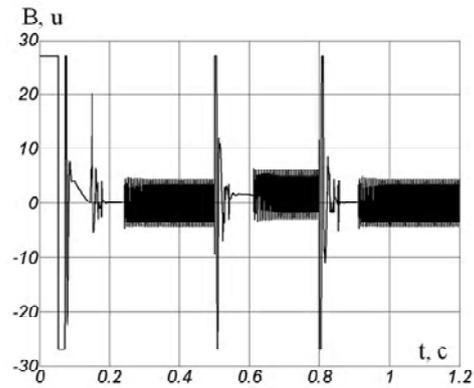


Рис. 7

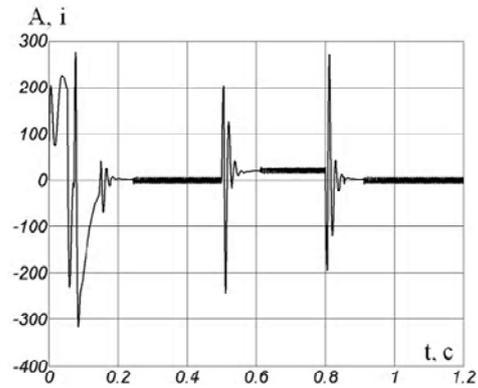


Рис. 8

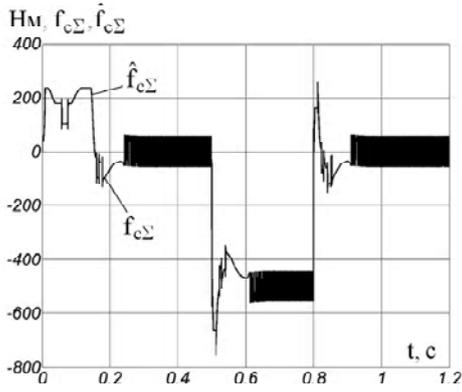


Рис. 9

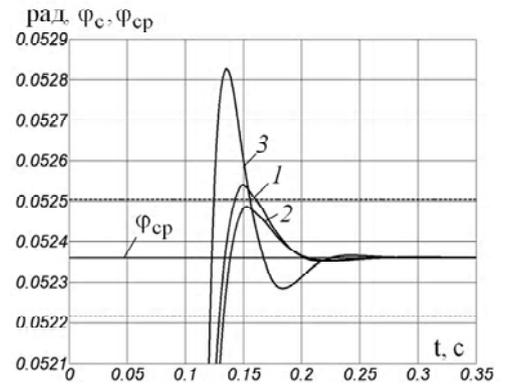


Рис. 13

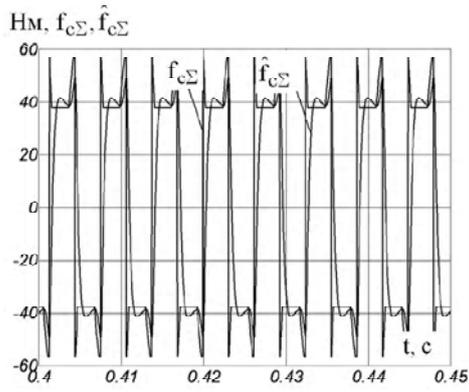


Рис. 10

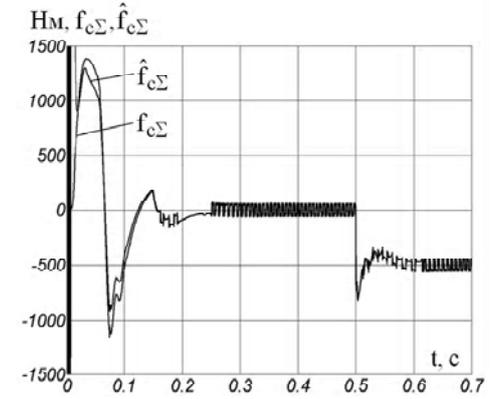


Рис. 14

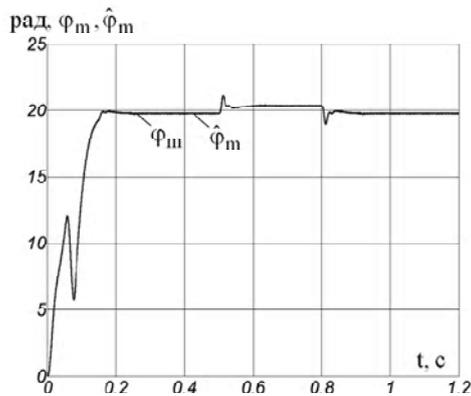


Рис. 11

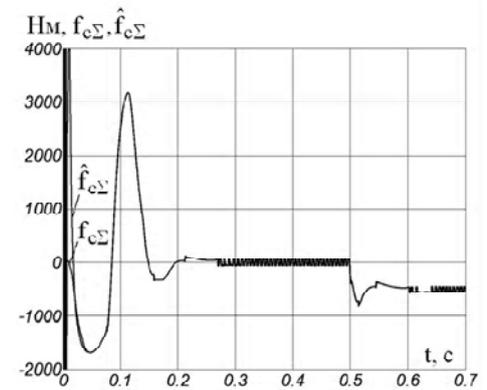


Рис. 15

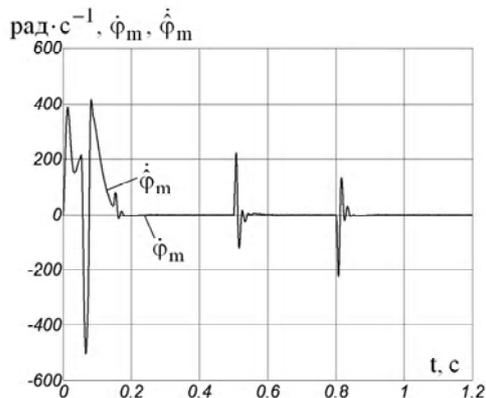


Рис. 12

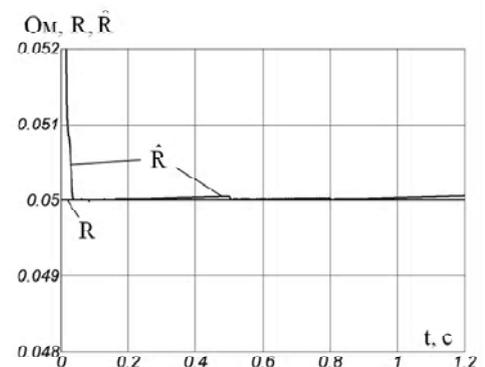


Рис. 16

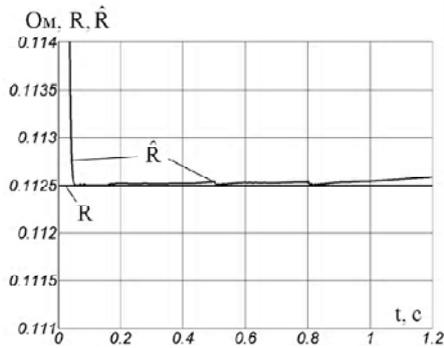


Рис. 17

Выводы

Рассмотрено управление упругой электромеханической системой (ЭМС) с тремя вариантами состава измерителей: 1) датчик тока якорной цепи ДПТ, тахогенератор, измеряющий скорость поворота ротора двигателя, и датчик положения ОУ; 2) датчик тока якорной цепи ДПТ, инкрементный датчик приращений угла поворота ротора двигателя, позволяющий оценивать угол поворота ротора двигателя (φ_m с погрешностью φ_{m0} и датчик положения ОУ; 3) датчик тока якорной цепи ДПТ и датчик положения ОУ. Недостающая информация получена с помощью наблюдателей. Разработан алгоритм идентификации сопротивления, обеспечивающий робастность системы к изменению активного сопротивления якорной цепи. В первых двух случаях идентификация активного сопротивления осуществлялась одновременно с оценкой координат вектора состояния в реальном времени, а в третьем сопротивление принимается номинальным.

Особенностью данной ЭМС является наличие значительного нелинейного трения как на объекте управления, так и на двигателе. Примененное комбинированное управление с наблюдателем неопределенности практически устраняет совместное влияние нелинейного трения и упругости передачи. Включение в неопределенность внешних воздействий делает систему астатической по отношению к нагрузке. Система работоспособна при отклонениях момента инерции ОУ в пределах 0,83...1,5 от его номинального значения. Ограниченность диапазона обусловлена ограниченностью напряжения.

Перечень ссылок

1. Mallon, N. Friction compensation in a controlled one-link robot using a reduced-order observer [text] / N. Mallon, N. van de Wouw, D. Putra, and H. Nijmeijer // IEEE Transactions on Control Systems Technology. – 2006. – Vol. 14, N 2. – Pp. 374–383.
2. Борцов, Ю. А. Автоматизированный электропривод с упругими связями [текст] / Ю. А. Борцов, Г. Г. Соколовский; 2-е изд., перераб. и доп. – СПб.: Энергоатомиздат. Санкт-Петербург. отд-ние, 1992. – 288 с.
3. Садовой, А. В. Оптимальное управление асинхронным следящим электроприводом с люфтом в кинематической цепи [текст] / А. В. Садовой, Р. С. Волянский // Электротехника. – 2003. – № 3. – С. 40–43.
4. Волянский, Р. С. Оптимальное управление двухмассовым асинхронным электроприводом с люфтом [текст] / Р. С. Волянский, А. В. Садовой // Электротехника. – 2004. – №6. – С. 11–14.
5. Потапенко, Е. М. Сравнительная оценка робастных систем управления с различными типами наблюдателей [текст] / Е. М. Потапенко // Изв. РАН. Теория и системы управления. – 1995. – №1. – С. 109–116.
6. Потапенко, Е. М. Робастные комбинированные системы управления с наблюдателями [текст] / Е. М. Потапенко // Проблемы управления и информатики (Киев, НАНУ). – 1995. – №2. – С. 36–44.
7. Потапенко, Е. М. Исследование робастности систем управления с наблюдателями [текст] / Е. М. Потапенко // Изв. РАН. Теория и системы управления. (Москва) – 1996. – №2. – С. 104–108.
8. Canudas-de-Wit, C. A new model for control of systems with friction [text] / C. Canudas-de-Wit, H. Olsson, K. J. Astrom, and P. Lischinsky // IEEE Transactions on Automatic Control. – 1995. – Vol. 40. – Pp. 419–425.
9. Кузовков, Н. Т. Модальное управление и наблюдающие устройства [текст] / Н. Т. Кузовков; М.: «Машиностроение», 1976. – 184 с.
10. Дылевский, А. В. Применение метода пространства состояний для синтеза дифференциаторов [текст] / А. В. Дылевский, Г. И. Лозгачев // Автоматика и телемеханика. – 1999. – № 9. – С. 13–20.
11. Квакернаак, Х. Линейные оптимальные системы управления [текст] / Х. Квакернаак, Р. Сиван; М.: «Мир», 1977. – 650 с.

Поступила в редакцию 15.04.09 г.

Розглядається керування пружною невизначеною електромеханічною системою, особливістю якої є наявність значного нелінійного тертя як на об'єкті керування, так і на двигуні. Для трьох варіантів комбінацій вимірювачів побудовано спостережники координат вектора стану двигуна. Синтезовано алгоритм ідентифікації опору якорного кола у реальному часі. Для цієї системи розроблено робастний комбінований регулятор зі спостережником невизначеностей. Результати аналітичних досліджень ілюструються чисельним моделюванням.

The flexible uncertain electromechanical system control, the specificity of which is the presence of significant nonlinear friction on both control object and motor, is considered. The motor state vector coordinate observers for three combination variants of measuring devices are constructed. The on-line identification algorithm of motor armature resistance is synthesized. For this system the robust combined regulator with the uncertainty observer is designed. The results of the analytic treatments are illustrated by numerical simulation.