

УДК 621.372.2

Л. М. Карпуков, А. Ю. Фарафонов, Р. Ю. Корольков, В. О. Рыбин

Замкнутая форма для поверхностного импеданса микрополосковой структуры

Предложен метод составления в замкнутой форме функций Грина векторного и скалярного электрических потенциалов многослойной диэлектрической среды. Получены аналитические соотношения для расчета поверхностного импеданса микрополосковой структуры. Рассмотрена процедура алгебраизации интегрального уравнения и представлены результаты расчета элементов микрополосковых схем по предложенным соотношениям.

Введение

Рост требований к качеству проектных работ в процессе разработки микрополосковых изделий электронной техники определяет необходимость использования при проектировании электродинамических методов моделирования. В практике электродинамических расчетов микрополосковых структур широкое применение получил метод интегральных уравнений в пространственной области [1–3]. Эффективность этого метода в значительной степени зависит от способа составления коэффициентов матриц, формируемых при алгебраизации интегральных уравнений по методу моментов [1–3].

Коэффициенты матриц вычисляются по функциям Грина микрополосковой структуры. Процедура нахождения функций Грина микрополосковых структур включает в себя два этапа. На первом этапе определяется спектральное представление функции Грина, на втором – осуществляется переход от спектрального представления к пространственным функциям. Численное интегрирование при нахождении оригиналов от спектральных функций на основе обратного преобразования Фурье малоэффективно из-за значительных вычислительных затрат. В [3–5] предложены методы, позволяющие составлять по спектральным функциям Грина их пространственные представления в замкнутой аналитической форме, удобной для расчетов. Методы основаны на аппроксимации спектральных функций Грина микрополосковых структур суммой экспоненциальных функций, оригиналы для которых известны по условиям идентичности Зоммерфельда [4, 5]. Существенным недостатком этих методов является неопределенность выбора интервала и контура аппроксимации в комплексной области, а также вида и количества аппроксимирующих функций. В настоящей работе предлагается иной подход к нахождению аналитических формул для пространственных функций Грина, суть которого состоит в разложении спектральных функций микрополосковой структуры в ряды с последующим преобразованием их членов к виду, обеспечивающему получение оригинала в аналитической форме.

Постановка задачи

Исследуемая микрополосковая структура, представленная на рис. 1, состоит из диэлектрической подложки с относительной диэлектрической проницаемо-

стью ϵ_r и толщиной h . Нижняя поверхность подложки металлизирована, на верхней поверхности наносятся металлические токонесущие плоские проводники. Размеры подложки вдоль осей x, y неограничены.

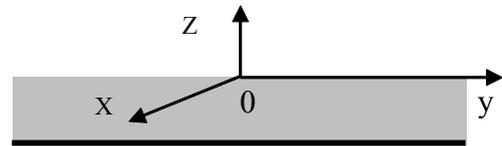


Рис. 1. Микрополосковая структура

Распределение тока на проводниках микрополосковой структуры удовлетворяет интегральному уравнению

$$\mathbf{E}_\tau(r_p) = \int_{s_q} \mathbf{Z}(r_p, r_q) \mathbf{J}_s(r_q) ds_q = 0, \quad (1)$$

где $\mathbf{Z}(r_p, r_q)$ – тензор поверхностного импеданса, связывающий тангенциальные составляющие \mathbf{E}_τ вектора напряженности электрического поля на поверхности металлических проводников с распределенным на них поверхностным током \mathbf{J}_s . В системе координат, указанной на рис. 1, компоненты тензора поверхностного импеданса определяются следующим образом:

$$\left. \begin{aligned} Z_{\tau\tau} &= -j\omega\mu_0 G_{\tau\tau} + \frac{1}{j\omega\epsilon_r\epsilon_0} \frac{\partial G_\tau^q}{\partial \tau}, \\ Z_{xy} &= \frac{1}{j\omega\epsilon_r\epsilon_0} \frac{\partial G_y^q}{\partial x}, \\ Z_{yx} &= \frac{1}{j\omega\epsilon_r\epsilon_0} \frac{\partial G_x^q}{\partial y}, \quad \tau = x, y. \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

Здесь $G_\tau^q = \partial G_{\tau\tau} / \partial \tau + \partial G_{z\tau} / \partial z$ – функция Грина скалярного электрического потенциала, $G_{x\tau}$ компоненты тензора Грина векторного электрического потен-

циала. Зависимость от времени принята в виде $e^{j\omega t}$.

Функции Грина для пространственной области в общем случае вычисляются в результате интегрирования их спектральных представлений в комплексной области. Для микрополосковой структуры связь между пространственными и спектральными представлениями функций Грина устанавливается соотношениями [3–6]:

$$G_{\tau\tau} = \frac{1}{4\pi} \int_{-\infty}^{\infty} (e^{-jk_{z0}|z-z_0|} + R^{\text{TE}} e^{-jk_{z0}(z+z_0)}) H_0^{(2)}(k_{\rho}\rho) \frac{k_{\rho}}{2jk_{z0}} dk_{\rho}, \quad (3)$$

$$G_{\tau}^q = \frac{1}{4\pi} \frac{\partial}{\partial \tau} \int_{-\infty}^{\infty} \left[e^{-jk_{z0}|z-z_0|} + \frac{k_{z0}^2}{k_{\rho}^2} (R^{\text{TE}} + R^{\text{TM}}) e^{-jk_{z0}(z+z_0)} \right] \times \\ \times H_0^{(2)}(k_{\rho}\rho) \frac{k_{\rho}}{2jk_{z0}} dk_{\rho}, \quad (4)$$

где $H_0^{(2)}$ – функция Ханкеля второго рода нулевого порядка. Входящие в формулы коэффициенты отражения TE - и TM - волн от слоя диэлектрика вычисляются по соотношениям:

$$R^{\text{TE}} = -\frac{r^{\text{TE}} + e^{-2k_{z1}h}}{1 + r^{\text{TE}} e^{-2k_{z1}h}}, \quad (5)$$

$$R^{\text{TM}} = -\frac{r^{\text{TM}} - e^{-2k_{z1}h}}{1 - r^{\text{TM}} e^{-2k_{z1}h}}. \quad (6)$$

Для коэффициентов отражения от границы раздела сред справедливо:

$$r^{\text{TE}} = \frac{k_{z1} - k_{z0}}{k_{z1} + k_{z0}}, \quad (7)$$

$$r^{\text{TM}} = \frac{k_{z1} - \epsilon_r k_{z0}}{k_{z1} + \epsilon_r k_{z0}}, \quad (8)$$

где $k_{z0}^2 = k_0^2 - k_{\rho}^2$; $k_{z1}^2 = k_1^2 - k_{\rho}^2$; $k_1 = \sqrt{\epsilon_r} k_0$; $k_0 = \sqrt{\mu_0 \epsilon_0}$ – волновое число свободного пространства.

Численное интегрирование в соотношениях (3), (4) для нахождения пространственных зависимостей осложняется наличием полюсов и ветвлений у функций R^{TM} и R^{TE} , требует значительных вычислительных затрат и поэтому неэффективно при решении интегрального уравнения. В связи с этим возникает задача преобразования и аппроксимации подынтегральных выражений с представлением их в форме, допускающей составление результатов интегрирования в явном аналитическом виде.

Теоретические результаты

Искомые аналитические зависимости для функций Грина микрополосковой структуры могут быть получены в случае аппроксимации подынтегральных выражений в формулах (3), (4) суммой функций, оригиналы которых известны. Рассмотрим структуры, удовлетворяющие условию

$$k_0 h \sqrt{\epsilon_r - 1} < \pi/2, \quad (9)$$

которое обеспечивает отсутствие полюсов у функции R^{TE} и наличие одного полюса у функции R^{TM} .

Отсутствие полюсов у функции позволяет с высокой точностью аппроксимировать ее числитель и знаменатель первыми членами экспоненциального ряда и представить следующим соотношением [6]:

$$R^{\text{TE}} = \frac{R_{\delta} - e^{-jk_{z0}h}}{1 - R_{\delta} e^{-jk_{z0}h}} \cdot e^{-k_{z0}h}, \quad (10)$$

где $\Gamma_{\delta} = 1 - \delta h \operatorname{ctg}(\delta h)$, $\delta = k_0 \sqrt{\epsilon_r - 1}$.

Разложим данное соотношение в геометрическую прогрессию, учтем тождество

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(k_{\rho}) H_n^{(2)}(k_{\rho}\rho) k_{\rho}^{n+1} dk_{\rho} = 2 \int_0^{\infty} f(k_{\rho}) J_n(k_{\rho}\rho) k_{\rho}^{n+1} dk_{\rho} \quad (11)$$

и применим к членам ряда соотношение идентичности Зоммерфельда [4, 5]:

$$\int_0^{\infty} \frac{e^{-k_{z0}(z-z_0)}}{jk_{z0}} \cdot J_0(k_{\rho}\rho) k_{\rho} dk_{\rho} = \frac{e^{-jk_0 r}}{r}, \quad (12)$$

где $r = \sqrt{(z-z_0)^2 + \rho^2}$ – расстояние от точки источника до точки наблюдения поля, $\rho = \sqrt{(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2}$,

J_n – функция Бесселя n -го порядка, индексом 0 отмечены координаты точечного источника поля.

В результате указанных преобразований функция (3) при $z = z_0 = 0$ будет представлена следующим соотношением:

$$G_{\tau\tau} = \frac{1}{4\pi} \left[\frac{e^{-jk_0 \rho}}{\rho} + \sum_{n=0}^{\infty} R_{\delta}^{n+1} F_0(n) - R_{\delta}^n F_0(n+1) \right], \quad (13)$$

$$\text{где } F_0(k) = \frac{e^{-jk_0 \sqrt{\rho^2 + (kh)^2}}}{\sqrt{\rho^2 + (kh)^2}}.$$

В функции (4) выделим составляющую, содержащую R^{TE} , и, выполнив дифференцирование по параметру ρ , преобразуем ее к виду:

$$G_{\tau}^q{}^{\text{TE}} = \frac{-k_0^2}{4\pi} \frac{\partial \rho}{\partial \tau} \int_0^{\infty} R^{\text{TE}} J_1(k_{\rho}\rho) \frac{1}{jk_{z0}} dk_{\rho}, \quad (14)$$

где J_1 – функция Бесселя первого порядка.

Аппроксимируем R^{TE} соотношением (10) и воспользуемся формулой

$$\int_0^{\infty} \frac{e^{-jk_{z0}(z-z_0)}}{jk_{z0}} \cdot J_1(k_{\rho}\rho) dk_{\rho} = \frac{j}{k_0\rho} (e^{-jk_0r} - e^{-jk_0(z-z_0)}), \quad (15)$$

которая следует из (12) в результате умножения этого тождества на ρ и интегрирования по этому параметру. После преобразований получим выражение, аналогичное (12), куда включим оригинал от функции $e^{-jk_{z0}|z-z_0|}$ из формулы (4):

$$G_{\tau}^{qTE} = \frac{1}{4\pi} \frac{\partial \rho}{\partial \tau} \left[\frac{\partial}{\partial \rho} \frac{e^{-jk_0\rho}}{\rho} - k_0^2 \sum_{n=0}^{\infty} R_{\delta}^{n+1} F_1(n) - R_{\delta}^n F_1(n+1) \right] \quad (16)$$

$$\text{где } F_1(k) = \frac{j}{k_0\rho} \left(e^{-jk_0\sqrt{\rho^2+(kh)^2}} - e^{-jk_0(kh)} \right).$$

Составляющую формулы (4), содержащую R^{TM} , запишем в виде:

$$G_{\tau}^{qTM} = \frac{-1}{4\pi} \frac{\partial \rho}{\partial \tau} \int_0^{\infty} \left[\frac{\partial}{\partial \rho} R^{TM} J_0(k_{\rho}\rho) k_{\rho} + k_0^2 R^{TM} J_1(k_{\rho}\rho) \right] \times \\ \times \frac{e^{-jk_{z0}(z+z_0)}}{jk_{z0}} dk_{\rho}. \quad (17)$$

Функция R^{TM} при выполнении условия (9) содержит один полюс. Для его выделения разложим на простые дроби и аппроксимируем полученное соотношение следующей зависимостью [7]:

$$R^{TM} = R_{kv}^{TM} + R_{sw}^{TM}, \quad (18)$$

где составляющая

$$R_{kv}^{TM} = \frac{R_{\varepsilon} - e^{-j2k_{z0}h}}{1 - R_{\varepsilon} e^{-2jk_{z0}h}} \quad (19)$$

характеризует асимптотическое поведение функции R^{TM} и моделирует квазистатическую компоненту поля в структуре.

Составляющая

$$R_{sw}^{TM} = \frac{2\beta\varepsilon_r}{k_{z0}h - \beta\varepsilon_r} \quad (20)$$

определяет полюс и моделирует поверхностную волну в структуре. В этих соотношениях:

$$R_{\varepsilon} = \frac{1 - \varepsilon_r}{1 + \varepsilon_r}, \beta = \frac{\cos(\delta h) - \Delta}{2\gamma}, \gamma = \frac{\delta h \sin(\delta h) + \delta h \cos(\delta h)}{2\delta h},$$

$$\Delta = \sqrt{\cos(\delta h)^2 + 4\varepsilon_r^2 \gamma \delta h \sin(\delta h)}.$$

Оригиналы от функции R_{kv}^{TM} в формуле (17) составим по аналогии с (13), (16):

$$G_{\tau kv}^{qTM} = \frac{-1}{4\pi} \frac{\partial \rho}{\partial \tau} \sum_{n=0}^{\infty} R_{\varepsilon}^{n+1} \left[\frac{\partial}{\partial \rho} F_0(n) + k_0^2 F_1(n) \right] - \\ - R_{\varepsilon}^n \left[\frac{\partial}{\partial \rho} F_0(n+1) + k_0^2 F_1(n+1) \right]. \quad (21)$$

Формулу (20), определив координаты полюса

$$k_s = \sqrt{k_2^2 + (p_2\varepsilon_2)^2 / (h\varepsilon_1)^2} \quad (22)$$

и введя аппроксимацию параметра $k_{z0}h$ экспоненциальной функцией, запишем в виде

$$R_{sw}^{TM} = \frac{4\beta\varepsilon_r}{h} \frac{1}{k_{\rho}^2 - k_s^2} k_{z0} - 2\beta\varepsilon_r \frac{e^{-jk_{z0}h}}{(1 - R_s e^{-jk_{z0}h})}, \quad (23)$$

где $R_s = 1 - \beta$.

Для нахождения оригинала от функции R_{sw}^{TM} воспользуемся соотношениями [4–5, 7]:

$$\int_0^{\infty} \frac{1}{k_{\rho}^2 - k_s^2} J_0(k_{\rho}\rho) k_{\rho} dk_{\rho} = -\frac{\pi j}{2} H_0^{(2)}(k_s\rho) \quad (24)$$

$$\int_0^{\infty} \frac{1}{k_{\rho}^2 - k_s^2} J_1(k_{\rho}\rho) dk_{\rho} = \frac{-1}{k_s} \left[\frac{\pi}{2} e^{j\pi/2} H_1^{(2)}(k_s\rho) + \frac{1}{k_s\rho} \right], \quad (25)$$

Используя соотношения (23–25), составим по выражению (17) оригинал от функции R_{sw}^{TM} :

$$G_{\tau sw}^{qTM} = \frac{1}{4\pi} \frac{\partial \rho}{\partial \tau} \left\{ \frac{4\beta\varepsilon_r}{h} \left[\frac{\pi j}{2} \frac{\partial}{\partial \rho} H_0^{(2)}(k_s\rho) - \right. \right. \\ \left. \left. - \frac{k_0^2 \pi}{2k_s} e^{j\frac{\pi}{2}} H_1^{(2)}(k_s\rho) - \frac{k_0^2}{k_s^2 \rho} \right] + \right. \\ \left. + 2\beta\varepsilon_r \sum_{n=0}^{\infty} R_s^n \left[\frac{\partial}{\partial \rho} F_0(n+1) + k_0^2 F_1(n+1) \right] \right\} \quad (26)$$

Полученные зависимости (13) и (16), (21), (26) совместно с соотношениями (2) обеспечивают составление формул для поверхностного импеданса микрополосковой структуры в искомой явной форме.

Численные результаты

Распределение поверхностных токов на проводниках микрополосковых схем определяется в результате решения интегрального уравнения (1). Для алгебраизации интегрального уравнения по методу моментов ток на поверхности проводников представим суммой токов отдельных полосок:

$$\mathbf{J}_s(r) = \sum_n I_n \psi_n(r) \quad (27)$$

В качестве базисных функций ψ_n используем треугольные функции. Искомые амплитуды тока I_n на полосках находятся из решения матричного уравнения

$$\mathbf{Z} \mathbf{I} = \mathbf{U}, \quad (28)$$

где \mathbf{Z} – матрица собственных и взаимных импедансов полосок, \mathbf{I} – вектор амплитуд токов полосок, \mathbf{U} – вектор напряжений от сторонних источников поля на полосках.

Элементы матрицы определяются по функциям Грина поверхностного импеданса микрополосковой структуры следующим образом:

$$Z_{mn} = \int_{s_m} \int_{s_n} \psi_m(r) \mathbf{Z}(r_m, r_n) \psi_n(r) ds_n ds_m, \quad (29)$$

где s_m, s_n – площади m -й и n -й полосок.

Четырехкратное интегрирование в формуле (29) выполняется численно. При вычислении диагональных элементов Z_{nn} матрицы импедансов возникает необходимость в аналитическом взятии интеграла от составляющей функции Грина, содержащей сингулярность. Этот расчет реализуется по формуле [8]

$$\int_{s_n} dx dy \int_{s_n} \frac{dx_0 dy_0}{\sqrt{(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2}} = 2 \left[d_n^2 w_n \operatorname{Arsh} \left(\frac{w_n}{d_n} \right) + w_n^2 d_n \operatorname{Arsh} \left(\frac{d_n}{w_n} \right) + \frac{d_n^3 + w_n^3}{3} - \frac{(d_n^2 + w_n^2)^{3/2}}{3} \right], \quad (30)$$

где d_n, w_n – длина и ширина n -й полоски.

На рис. 2 представлены результаты расчета значений элементов Z_{mn} матрицы импедансов с использованием предложенных формул вычисления функции Z_{xx} поверхностного импеданса микрополосковой структуры. Расчет проводился на частоте $f = 8$ ГГц для подложки с толщиной $h = 1,3$ мм и относительной проницаемостью $\epsilon_r = 10,65$. Графики на рисунке постро-

ены для реальной (кривая 1) и мнимой (кривая 2) частей при изменении вдоль оси x расстояния r между центрами m -й и n -й полосок с размерами $w_n = w_m = 0,24$ мм, $d_n = d_m = 0,24$ мм. Представленные на рисунке результаты совпали с данными работы [4], полученными путем численного интегрирования интегралов в (3), (4) в комплексной области.

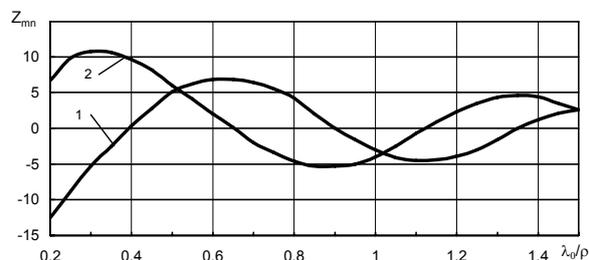


Рис. 2. Зависимость реальной (1) и мнимой (2) частей элемента Z_{mn} матрицы импедансов от нормированного к длине волны расстояния

На рис. 3 приведены результаты расчета частотных зависимостей модуля и фазы коэффициента отражения R от открытого конца микрополосковой линии с параметрами $h = 0,635$ мм, $\epsilon_r = 9,9$, $w = 0,6$ мм. Результаты расчета получены из решения интегрального уравнения (1) при составлении импедансной матрицы в (28) по предложенным формулам вычисления функций Грина. Точками на рисунках отмечены экспериментальные данные из [9].

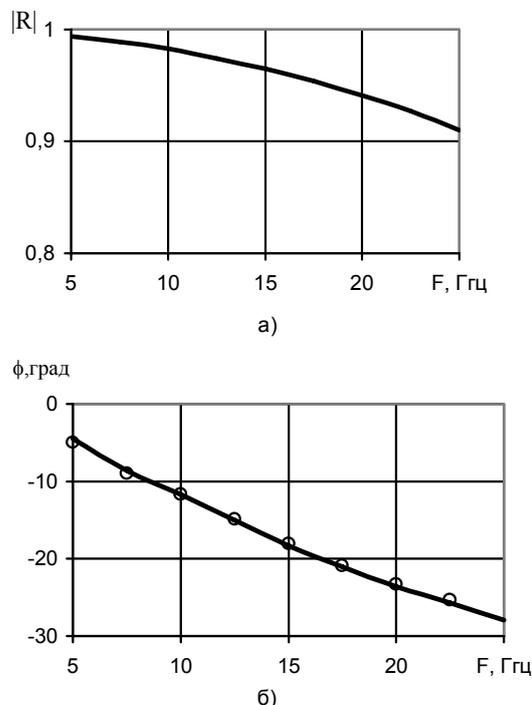


Рис. 3. Частотные зависимости модуля (а) и фазы (б) коэффициента отражения от открытого конца микрополосковой линии

Выводы

1. Разработана методика составления явных формул для функций Грина векторного и скалярного электрического потенциалов микрополосковой структуры по их спектральным представлениям. На ее основе получены простые формулы, требующие меньше вычислительных затрат на формирование импедансных матриц и обеспечивают высокую точность вычислений, подтверждающуюся результатами представленных расчетов.

2. Результаты работы могут быть использованы в системах автоматизированного проектирования микрополосковых схем и антенн. В дальнейшем предполагается развитие и применение разработанной методики для решения задач по составлению явных зависимостей для спектральных функций коэффициентов отражения ТЕ и ТМ-волн, имеющих несколько полюсов, характеризующих поверхностные волны в микрополосковой структуре.

Перечень ссылок

1. Katehi P., Alexopoulos N. G. Frequency-dependent characteristics of microstrip discontinuities in millimeter-wave integrated circuits // IEEE Trans. MTT. – 1985. – V. 33, № 10. – P. 1029–1035.
2. Tsai M. J., De Flaviis F., Fordham O., Alexopoulos N. G. Modeling planar arbitrarily shaped microstrip elements in multilayered media // IEEE Trans. MTT. – 1997. – V. 45, № 3. – P. 330–336.

3. Kinayman N., Aksum M. I. Efficient use of closed-form Green's functions for the analysis of planar geometries with vertical connections // IEEE Trans. MTT. – 1997. – V. 45, № 5. – P. 593–602.
4. Tsang L., Huang C., Chan C. H. Surface electric fields and impedance vathix elements jf stratified media // IEEE Trans. MTT. – 2000. – V. 48, № 10. – P. 1533–1543.
5. Yuehe Ge, Karu P. E. New closed-form Green's functions for microstrip structures – theory and results // IEEE Trans. MTT. – 2002. – V. 50, № 6. – P. 1556–1560.
6. Карпуков Л. М. Модель для расчета тензора Грина на микрополосковой структуре в пространственной области // Радиоелектроніка. Інформатика. Управління. – 2001. – № 2. – С. 28–33.
7. Карпуков Л. М., Пиза Д. М. Метод составления функций Грина для моделирования микрополосковых конструкций // Радиоелектроніка. Інформатика. Управління. – 2002. – № 2. – С. 20–25.
8. Иоссель Ю. Я., Кочанов Э. С., Струнский М. Г. Расчет электрической емкости. – Л.: Энергоиздат, 1981. – 288 с.
9. Benedek P., Silvester P. Equivalent Capacitances for Microstrip Gaps and Steps. // IEEE Trans. Microwave Theory Tech. – 1972. – Vol. 20, № 11. – P. 729–733.

Поступила в редакцию 08.02.07 г.

Запропонований метод складання в замкнутій формі функцій Гріна векторного і скалярного електричних потенціалів багатоплощадного діелектричного середовища. Отримані аналітичні співвідношення для розрахунку поверхневого імпедансу мікросмужкової структури. Розглянута процедура алгебраїзації інтегрального рівняння і представлені результати розрахунку елементів мікросмужкових схем по запропонованих співвідношеннях.

The compilation method of Green functions of vector and scalar electric potentials of the multilayered dielectric medium in the closed shape is offered. Analytical ratios for a superficial impedance calculation of micro-strip structure are received. The algebraization procedure of the integrated equation is considered and results of the micro-strip circuitry elements calculation on the offered ratios are presented.

УДК 639.2.06

В. М. Дворак, Д. І. Осовский

Регулятор скользящего режима для управления частотой тока валогенератора

В условиях параллельной работы валогенератора с генераторами судовой электростанции путем использования регулятора скользящего режима, функционирующего совместно с фаззи-регулятором, решена задача уменьшения колебаний частоты вращения и угла нагрузки валогенератора.

В судовых электростанциях источником электроэнергии являются дизель-генераторы. В качестве привода гребного винта регулируемого шага (ВРШ) выступает главный двигатель (ГД), приводящий во вращение также валогенератор (ВГ). Для регулирования скорости судна механизм изменения шага поворачивают лопасти винта. Для регулирования частоты враще-

ния главного двигателя (и соответственно частоты тока валогенератора) применяют регуляторы частоты вращения (РЧВ) дизеля.

На переходный процесс изменения частоты тока ВГ влияют динамические характеристики дизеля, генератора, винта. В свою очередь, на характеристики дизеля оказывают влияние условия окружающей среды, из-