

УДК 621.311

ОПТИМИЗАЦИЯ ВРЕМЕН НАМАГНИЧИВАНИЯ И РАЗМАГНИЧИВАНИЯ ОСТАНОВЛЕННЫХ ЧАСТОТНО- РЕГУЛИРУЕМЫХ СИНХРОННЫХ МАШИН

ВОЛКОВ В.А. канд. техн. наук, докторант Национального горного университета, г. Днепр, Украина, e-mail: green_stone@ukr.net

Цель работы. Получение аналитических расчетных зависимостей для нахождения оптимальных времен намагничивания и размагничивания остановленных частотно-регулируемых синхронных машин и соответствующих им минимальных потерь энергии в этих машинах для режимов намагничивания и размагничивания.

Методы исследования. Вариационного исчисления и теории подобия, операторный метод и имитационного компьютерного моделирования.

Полученные результаты. При варьировании длительности времен намагничивания и размагничивания выполнены исследования электрических потерь энергии при режимах намагничивания и размагничивания остановленных синхронных машин применительно для различных их типов (с обмоткой возбуждения при наличии или отсутствии в них демпферной обмотки; с постоянными магнитами; синхронно-реактивной машины) и с различными траекториями (оптимальной, линейной и параболической) изменения потокосцепления и токов этих машин. Определен оптимальный вид траекторий изменения потокосцепления (или тока) для каждого из исследуемых типов машин, соответствующих минимизации потерь энергии в данных машинах при режимах намагничивания и размагничивания. Проведены расчеты минимальных потерь энергии и соответствующих им оптимальных времен намагничивания и размагничивания для рассмотренных типов синхронных машин.

Научная новизна. Предложены для исследуемых типов синхронных машин аналитические зависимости для расчета оптимальных времен намагничивания и размагничивания, обеспечивающих минимальные потери энергии в этих машинах при режимах намагничивания и размагничивания. Получены аналитические зависимости для вычисления минимальных потерь энергии в указанных машинах при этих режимах.

Практическая ценность. Посредством проведенной оптимизации времен намагничивания и размагничивания достигается для рассмотренных типов синхронных машин снижение в 1.2 – 1.4 раза и более потерь энергии при режимах их намагничивания и размагничивания.

Ключевые слова: синхронный двигатель; частотное регулирование; потери электрической энергии; оптимизация.

I. ВВЕДЕНИЕ

С развитием преобразовательной техники и созданием на ее основе надежных и экономичных статических преобразователей частоты стали во многих отраслях хозяйства успешно применяться частотно-регулируемые синхронные машины (СМ). В частности, для осуществления плавного пуска и торможения гидроагрегатов на гидроаккумулирующих электростанциях [1], [2] в энергетике или крупных прокатных станках [3] в металлургии используются частотно-регулируемые СМ, снабженные обмоткой возбуждения (ОВ) и демпферной обмоткой (ДО) [4]. В станкостроении и на электротранспорте находят применение СМ с постоянными магнитами [5], а в насосных и вентиляторных установках – синхронно-реактивные двигатели [6], [7]. Исходя из ныне существующей проблемы удорожания энергоресурсов и принимая во внимание то, что значительная часть из перечисленных частотно-регулируемых СМ обычно работает в повторно-кратковременных режимах (характеризуясь частыми и непродолжительными по времени остановками), представляет практический интерес задача энергосберегающего управления указанными электрическими машинами при их остановленных состоя-

ниях в течение режимов намагничивания и размагничивания этих машин.

II. АНАЛИЗ ИССЛЕДОВАНИЙ И ПУБЛИКАЦИЙ

Выполненный обзор известной отечественной и зарубежной научно-технической литературы свидетельствует о том, что основная часть публикаций, посвященных энергосберегающему управлению, относится к установившимся режимам функционирования (в рабочем диапазоне их скоростей) синхронных машин: в [3], [8] – для СМ, снабженных ОВ и ДО; в [5] – для СМ с постоянными магнитами; в [9] – для синхронно-реактивных двигателей. Совсем немногочисленная часть из известных публикаций рассматривает энергосберегающее управление в пуско-тормозных режимах применительно к синхронному двигателю с постоянными магнитами (СДПМ) [10] и синхронно-реактивному двигателю (СДР) [11]. При этом лишь в единственной известной публикации [12] исследуется энергосберегающее управление при остановленной синхронной машине (применительно к СМ, снабженной ОВ и ДО) в режимах ее намагничивания и размагничивания, которое достигается посредством выбора оптимального вида траектории изменения потокосцепления этой машины в данных

режимах. К сожалению, несмотря на практическую востребованность и актуальность, вопросы оптимизации времен намагничивания и размагничивания остановленных синхронных машин (применительно к СМ, снабженным ОБ, при наличии или отсутствии в них ДО; СДПМ и СРД), а также нахождения для них минимально возможных потерь энергии в данных режимах до настоящего времени остаются неисследованными.

III. ЦЕЛЬ РАБОТЫ

Получение аналитических расчетных зависимостей для нахождения оптимальных времен намагничивания и размагничивания остановленных частотно-регулируемых синхронных машин и соответствующих им минимальных потерь энергии в этих машинах для режимов намагничивания и размагничивания.

IV. ИЗЛОЖЕНИЕ ОСНОВНОГО МАТЕРИАЛА И АНАЛИЗ ПОЛУЧЕННЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ

При исследованиях примем допущения:

- внутренние параметры (активные сопротивления и индуктивности) схем замещения остановленных синхронных машин принимались неизменными, а для СМ, снабженных ОБ, – фазные статорные обмотки разомкнутыми;

- при расчетах и исследованиях использовались общепринятые для синхронных машин условные обозначения их параметров и математическое описание этих машин в ортогональной координатной системе «d-q», связанной вещественной осью «d» с осью магнитного поля ротора [3], [4], [9];

- рассматривались только основные составляющие электрических потерь мощности и энергии в СМ, вызванные: в синхронной машине, снабженной ОБ, – основной составляющей тока тиристорного возбудителя (ТВ) [12], а в СДПМ и СРД – основными (первыми) гармоническими составляющими фазных статорных токов этих машин [10], [11] (то есть не учитывалось влияние высших гармонических составляющих выходных токов ТВ и трехфазного автономного инвертора напряжения (АИН), обусловленных дискретностью работы их силовых ключей);

- исследования проводились согласно табл.1: для СМ, снабженной ОБ и ДО, – на примере синхронного генератора – двигателя СВО-733/130-36 (мощностью 45,6 МВА), установленного на Киевской ГАЭС, и тиристорного возбудителя к нему типа Р320 фирмы ALSTOM (с параметрами из [12]); для СДПМ – на примере синхронной машины с постоянными магнитами мощностью 0.7 кВт (с параметрами из [10]); для СРД – на примере синхронно-реактивной машины мощностью 26 кВт (с параметрами из [11]); при этом все представленные расчеты соответствуют номинальным значениям магнитных потокоцеплений (конечным – при намагничивании или начальным – при размагничивании) указанных СМ.

На первом этапе приведем известные аналити-

Таблица 1. Основные номинальные и базисные параметры исследуемых трехфазных СМ

Название и источник известности	P_n	U_{1n}	f_{1n}	z_p	W_0
Един. измерения	Вт	В	Гц		Дж
СВО-733/130-36 из [12]	45.6×10^3	10.5×10^3	50	18	145.3×10^3
СДПМ из [10]	0.7	180	200	3	0.831
СРД из [11]	26	404	58.3	2	116.5

ческие расчетные зависимости для основных электрических потерь мощности $\Delta P_{см}$ и электромагнитных параметров исследуемых остановленных синхронных машин и их тиристорного возбудителя:

а) для СМ, снабженной ОБ и ДО [12]:

$$\left. \begin{aligned} \Delta P_{см} &= 2 \cdot \Delta U_{щ} \cdot i_f + R_f \cdot i_f^2 + (\Psi'_{kd})^2 / R_{kd}, \\ \Psi'_{kd} &= R_{kd} \cdot i_{kd}, \quad i_{f1} = \frac{z_p \cdot i_f}{k_{np}}, \quad T_k = \frac{(L_{ad} + L_{\sigma kd})}{R_{kd}}, \\ \Psi_{ad} &= L_{ad} \cdot i_{f1} = \Psi_{kd} - L_{\sigma kd} \cdot i_{kd}, \\ i_f &= i_{f1} \cdot \frac{k_{np}}{z_p} = \frac{k_{np}}{z_p L_{ad}} (\Psi_{kd} + T_k \cdot \Psi'_{kd}) \end{aligned} \right\}; (1)$$

б) для потерь мощности $\Delta P_{мс}$ в тиристорном возбудителе (ТВ) этой машины [12]:

$$\left. \begin{aligned} \Delta P_{мс} &= n \cdot U_{zp} \cdot i_f + (R_{мс} - R_j) \cdot i_f^2, \\ R_{мс} &= n \cdot (R'_{mc} + R_{mo} + R_{\theta d}) + R_{ouu} + R_j, \\ R'_{mc} &= R_l / k_{mp}^2 + R'_2, \quad R_j = 6 \cdot n \cdot f_c \cdot L_\phi, \\ L_\phi &= L_{mo} + L'_{mc}, \quad L'_{mc} = L_l / k_{mp}^2 + L'_2 \end{aligned} \right\}; (2)$$

в) для СДПМ и СРД [10, 11]:

$$\left. \begin{aligned} \Delta P_{см} &= (R_s + R_\theta) \cdot i_l^2, \quad i_l = i_{ld}, \quad i_{lq} = 0, \\ L_d &= L_{ad} + L_{\sigma s}, \quad T_d = L_d / (R_s + R_\theta); \\ \Psi_l &= L_d \cdot i_l + \Psi_{pm} - \text{для СДПМ}; \\ \Psi_l &= L_d \cdot i_l - \text{для СРД}. \end{aligned} \right\}; (3)$$

На рис.1 представлены электрические схемы замещения электромагнитных контуров исследуемых остановленных СМ, составленные согласно соотношениям для потокоцеплений Ψ_{ad} и Ψ_l из (1) и (3), полученным из известных зависимостей для вращающихся со скоростью ω ротора этих машин [10 – 12] при задании в них условий: $i_l = i_{ld}$, $i_{lq} = 0$, $\omega = 0$.

При этом в табл.1, зависимостях (1) – (3) и в схеме на рис.1 используются следующие обозначения параметров СМ: i_f – ток обмотки возбуждения (или выходной ток тиристорного возбудителя); i_{f1} – приведенное к статорной обмотке СМ значение тока воз-

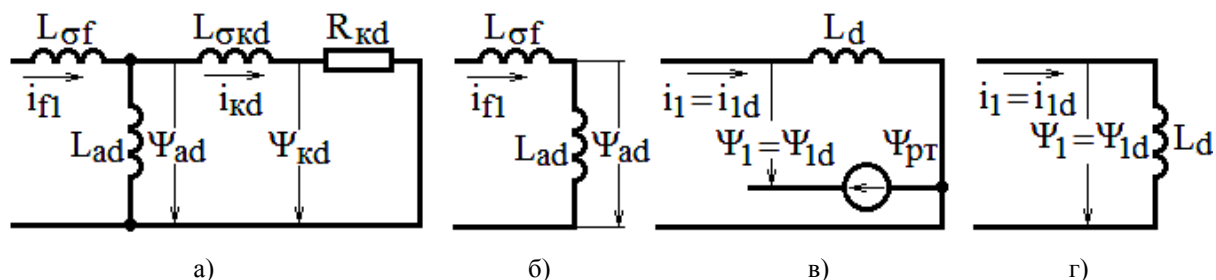


Рисунок 1. Электрические схемы замещения электромагнитных контуров остановленных синхронных машин: а – для СМ, снабженной ОВ и ДО; б – для СМ, снабженной ОВ (без ДО); в – для СДПМ; г – для СРД.

буждения машины; Ψ_{pm} – магнитный поток, создаваемый постоянными магнитами; Ψ_l – модуль обобщенного вектора статорной обмотки; Ψ_{ad} – модуль обобщенного вектора главного потокосцепления (взаимоиндукции) СМ; Ψ_{kd} и Ψ'_{kd} – модуль обобщенного вектора потокосцепления демпферной (короткозамкнутой) обмотки машины и его первая производная по времени соответственно; i_{kd} – ток по продольной оси «d» в демпферной обмотке СМ, приведенный к статорной обмотке указанной машины; i_{ld} , i_{lq} и i_l – соответственно продольная и поперечная проекции (на оси системы «d-q») и модуль обобщенного вектора \bar{i}_l статорного тока (создаваемого первыми гармоническими составляющими фазных статорных токов) СМ; $L_{\sigma f}$ и R_f – приведенные к статорной обмотке СМ соответственно индуктивность рассеяния и активное сопротивление обмотки возбуждения; $L_{\sigma kd}$ и R_{kd} – приведенные к статорной обмотке СМ соответственно индуктивность рассеяния и активное сопротивление демпферной обмотки; $L_{\sigma s}$ и R_s – соответственно индуктивность рассеяния и активное сопротивление статорной обмотки машины; $R_{\delta} = 0.005 P_n / \eta_n$ – активное сопротивление, учитывающее добавочные потери мощности в СМ (где P_n и η_n – номинальные значения соответственно мощности и коэффициента полезного действия электрической машины; L_d и T_d – соответственно полная индуктивность и электромагнитная постоянная времени остановленных СДПМ и СРД по продольной оси; T_k – электромагнитная постоянная времени демпферной обмотки; k_{np} – коэффициент приведения по напряжению (или ЭДС) от обмотки возбуждения к статорной обмотке СМ; z_p – число пар полюсов статорной обмотки СМ; $2 \cdot U_{uc}$ – переходное падение напряжения на щеточных контактах обмотки возбуждения; R_{me} – эквивалентное значение активного сопротивления ТВ; U_{cp} – граничное значение прямого падения

напряжения на открытых тиристорах ТВ; n – коэффициент, учитывающий применяемую трехфазную схему выпрямителя для ТВ ($n = 2$ – для мостовой схемы); R_j – фиктивное активное сопротивление тиристорного выпрямителя; R_{mo} – активное сопротивление фазы входного токоограничивающего реактора; $R_{\delta d}$ – активное дифференциальное сопротивление открытого вентиля (тиристора); R_{ou} – активное сопротивление ошиновки ТВ; R'_{mc} – приведенное ко вторичной обмотке активное сопротивление фазы короткого замыкания силового трансформатора (СТ), питающего ТВ; L'_{mc} – приведенная ко вторичной обмотке СТ индуктивность короткого замыкания фазы этого трансформатора; R_1 и R'_2 – активные сопротивления для «Т»-образной схемы замещения СТ; L_1 и L'_2 – индуктивности для «Т»-образной схемы замещения этого трансформатора; k_{mp} – коэффициент трансформации указанного СТ; L_{ϕ} – индуктивность фазы переменного тока ТВ; $f_c = 50$ Гц – частота электрической сети, питающей ТВ; U_{1n} и f_{1n} – номинальные значения соответственно статорных действующего линейного напряжения и частоты исследуемых СМ; W_{δ} – базисное значение энергии для исследуемых СМ (в общепринятой для машин переменного тока системе относительных единиц [13]).

Принимая же во внимание при частотном способе регулирования возможность при отсутствии ДО осуществления плавного пуска СМ, снабженной ОВ, приведем для такого конструктивного исполнения синхронной машины (с обмоткой возбуждения, но – без демпферной обмотки) присущие ей соотношения:

$$i_{f1} = z_p \cdot \frac{i_f}{k_{np}}, \quad \Psi_{ad} = L_{ad} \cdot i_{f1} = \left(\frac{L_{ad} \cdot z_p}{k_{np}} \right) \cdot i_f, \quad (4)$$

с учетом которых получим согласно первого соотношения из (1) расчетные зависимости для ее электрических потерь мощности:

$$\Delta P_{см} = 2 \cdot \Delta U_{uc} \cdot i_f + R_f \cdot i_f^2 =$$

$$= \left(\frac{2 \cdot \Delta U_{\text{щ}} \cdot k_{np}}{z_p \cdot L_{ad}} \right) \cdot \Psi_{ad} + R_f \cdot \left(\frac{k_{np}}{z_p \cdot L_{ad}} \right)^2 \cdot \Psi_{ad}^2. \quad (5)$$

Электрические потери энергии $\Delta W_{\text{см.н}}$ и $\Delta W_{\text{см.р}}$ при режимах намагничивания и размагничивания для всех рассмотренных типов остановленных синхронных машин (СМ с ОВ и ДО; СМ с ОВ без ДО; СДПМ и СРД) определяются путем интегрирования значений из (1), (3) и (5) их электрических мощностей $\Delta P_{\text{см}}$:

$$\Delta W_{\text{см.н}} = \int_0^{t_n} \Delta P_{\text{см}} \cdot dt \quad \text{и} \quad \Delta W_{\text{см.р}} = \int_0^{t_p} \Delta P_{\text{см}} \cdot dt, \quad (6)$$

где t_n и t_p – длительности времен режимов намагничивания и размагничивания; t – здесь и далее текущее время, отсчитываемое от начала и на протяжении рассматриваемого режима намагничивания ($0 \leq t \leq t_n$) или размагничивания ($0 \leq t \leq t_p$) СМ.

Применительно к остановленной СМ, снабженной ОВ, расчет общих электрических потерь мощности ΔP_3 и энергии $\Delta W_{3,н}$, $\Delta W_{3,р}$ в системе: «ТВ-остановленная СМ» при режимах намагничивания и размагничивания осуществляется из зависимостей:

$$\left. \begin{aligned} \Delta P_3 &= \Delta P_{m\delta} + \Delta P_{\text{см}}, \\ \Delta W_{3,н} &= \int_0^{t_n} \Delta P_3 \cdot dt, \quad \Delta W_{3,р} = \int_0^{t_p} \Delta P_3 \cdot dt \end{aligned} \right\}, \quad (7)$$

в которых электрические потери мощности ΔP_3 определяются: при наличии в ней ДО – в виде [12]:

$$\left. \begin{aligned} \Delta P_3 &= a_1 \cdot \Psi_{kd}^2 + a_2 \cdot \Psi_{kd} + a_3 \cdot (\Psi'_{kd}) + \\ &+ a_4 \cdot (\Psi_{kd} \cdot \Psi'_{kd}) + a_5 \cdot (\Psi'_{kd})^2 \\ a_1 &= Z \cdot \left(\frac{k_{np}}{z_p L_{ad}} \right)^2, \quad a_4 = 2T_{\kappa} \cdot Z \cdot \left(\frac{k_{np}}{z_p L_{ad}} \right)^2, \\ a_2 &= Y \cdot \left(\frac{k_{np}}{z_p L_{ad}} \right), \quad a_5 = T_{\kappa}^2 \cdot Z \cdot \left(\frac{k_{np}}{z_p L_{ad}} \right)^2 + \frac{1}{R_{kd}}, \\ a_3 &= Y \cdot T_{\kappa} \cdot (k_{np} / z_p \cdot L_{ad}). \end{aligned} \right\}, \quad (8)$$

а при отсутствии ДО – с учетом (2) и (5) из следующих зависимостей:

$$\begin{aligned} \Delta P_3 &= Z \cdot i_f^2 + Y \cdot i_f = Z \cdot (k_{np} / z_p \cdot L_{ad})^2 \cdot \Psi_{ad}^2 + \\ &+ Y \cdot (k_{np} / z_p \cdot L_{ad}) \cdot \Psi_{ad} = a_1 \cdot \Psi_{ad}^2 + a_2 \cdot \Psi_{ad}, \end{aligned} \quad (9)$$

где коэффициенты Y и Z находятся из соотношений:

$$Y = n \cdot U_{zp} + 2\Delta U_{\text{щ}}, \quad Z = R_{m\delta} - R_j + R_f. \quad (10)$$

Для СМ, снабженной ОВ и ДО, в [12] установлен

оптимальный вид траекторий изменения потокосцепления демпферной обмотки машины при намагничивании $\Psi_{kd,н}(t)$ и размагничивании $\Psi_{kd,р}(t)$:

$$\left. \begin{aligned} \Psi_{kd,н}(t) &= C_1 \cdot e^{\sqrt{K}t} + C_2 \cdot e^{-\sqrt{K}t} - N/K, \\ \Psi_{kd,р}(t) &= C_3 \cdot e^{\sqrt{K}t} + C_4 \cdot e^{-\sqrt{K}t} - N/K, \\ C_1 &= \frac{\Psi_{kd}(t_n) - (N/K) \cdot e^{-\sqrt{K}t_n} + (N/K)}{e^{\sqrt{K}t_n} - e^{-\sqrt{K}t_n}}, \\ C_3 &= \frac{(N/K) - [(N/K) + \Psi_{kd}(0)] \cdot e^{-\sqrt{K}t_p}}{e^{\sqrt{K}t_p} - e^{-\sqrt{K}t_p}}, \\ C_2 &= (N/K) - C_1, \quad C_4 = (N/K) + \Psi_{kd}(0) - C_3, \\ K &= a_1 / a_5, \quad N = a_2 / 2a_5 \end{aligned} \right\}, \quad (11)$$

при которых достигается минимизация потерь энергии ($\Delta W_{3,н}^o = \min$ и $\Delta W_{3,р}^o = \min$) в системе «ТВ-остановленная СМ» для данных режимов. При этом начальное и конечное значения указанного потокосцепления ДО равны при намагничивании соответственно нулю и $\Psi_{kd}(t_n)$, а при размагничивании начальное и конечное значения равняются соответственно $\Psi_{kd}(0)$ и нулю (причем, напомним, при проводимых исследованиях значения $\Psi_{kd}(t_n)$ и $\Psi_{kd}(0)$ соответствуют созданию в СМ номинального значения Ψ_n ее главного потокосцепления: $\Psi_{ad} = \Psi_n$).

На *втором этапе* выполним аналитический расчет оптимальных длительностей времен намагничивания и размагничивания и соответствующих им минимальных (оптимальных) электрических потерь энергии в системе «ТВ – остановленная СМ, снабженная ОВ и ДО» применительно к линейному

$$\Psi_{kd,н}(t) = \Psi_{kd}(t_n) \cdot \left(\frac{t}{t_n} \right), \quad \Psi_{kd,р}(t) = \Psi_{kd}(0) \cdot \left(\frac{t_p - t}{t_p} \right) \quad (12)$$

и параболическому виду

$$\left. \begin{aligned} \Psi_{kd,н}(t) &= \Psi_{kd}(t_n) \cdot (t/t_n)^2, \\ \Psi_{kd,р}(t) &= \Psi_{kd}(0) \cdot [(t_p - t)/t_p]^2 \end{aligned} \right\}, \quad (13)$$

изменения потокосцепления ДО данной СМ, а также – оптимальному (согласно двух первых из (11) зависимостей) виду изменения этого потокосцепления, где первые зависимости соответствуют намагничиванию, а вторые – размагничиванию СМ.

После подстановки соотношений из (12) и (13) в первую зависимость из (8) получим аналитические зависимости для текущих электрических потерь мощности $\Delta P_{3,н}$ и $\Delta P_{3,р}$ СМ в режимах намагничивания и размагничивания при линейной:

$$\left. \begin{aligned} \Delta P_{\varepsilon,н} &= \frac{a_1 \cdot \Psi_{кд}^2(t_н)}{t_н^2} t^2 + \left[\frac{a_2 \cdot \Psi_{кд}(t_н)}{t_н} + \frac{a_4 \cdot \Psi_{кд}^2(t_н)}{t_н^2} \right] \cdot t + \frac{a_3 \cdot \Psi_{кд}(t_н)}{t_н} + \frac{a_5 \cdot \Psi_{кд}^2(t_н)}{t_н^2}, \\ \Delta P_{\varepsilon,р} &= \frac{a_1 \cdot \Psi_{кд}^2(0)}{t_p^2} (t_p - t)^2 + \left[\frac{a_2 \cdot \Psi_{кд}(0)}{t_p} - \frac{a_4 \cdot \Psi_{кд}^2(0)}{t_p^2} \right] \cdot (t_p - t) - \frac{a_3 \cdot \Psi_{кд}(0)}{t_p} + \frac{a_5 \cdot \Psi_{кд}^2(0)}{t_p^2} \end{aligned} \right\} (14)$$

$$\left. \begin{aligned} \Delta W_{\varepsilon,н} &= \frac{a_1 \cdot \Psi_{кд}^2(t_н)}{5} \cdot t_н + \frac{a_2 \cdot \Psi_{кд}(t_н)}{3} \cdot t_н + \\ &+ a_3 \cdot \Psi_{кд}(t_н) + \frac{1}{2} \cdot a_4 \cdot \Psi_{кд}^2(t_н) + \frac{4}{3} \cdot \frac{a_5 \cdot \Psi_{кд}^2(t_н)}{t_н}, \\ \Delta W_{\varepsilon,р} &= \frac{a_1 \cdot \Psi_{кд}^2(0)}{5} \cdot t_p + \frac{a_2 \cdot \Psi_{кд}(0)}{3} \cdot t_p - \\ &- a_3 \cdot \Psi_{кд}(0) - \frac{1}{2} \cdot a_4 \cdot \Psi_{кд}^2(0) + \frac{4}{3} \cdot \frac{a_5 \cdot \Psi_{кд}^2(0)}{t_p} \end{aligned} \right\} (17)$$

и параболической:

$$\left. \begin{aligned} \Delta P_{\varepsilon,н} &= \frac{a_1 \cdot \Psi_{кд}^2(t_н)}{t_н^4} t^4 + \frac{a_2 \cdot \Psi_{кд}(t_н)}{t_н^2} t^2 + \\ &+ \frac{a_3 \cdot \Psi_{кд}(t_н)}{t_н^2} \cdot 2t + \frac{a_4 \cdot \Psi_{кд}^2(t_н)}{t_н^4} \cdot 2t^3 + \\ &+ \frac{a_5 \cdot \Psi_{кд}^2(t_н)}{t_н^4} \cdot 4t^2, \\ \Delta P_{\varepsilon,р} &= \frac{a_1 \cdot \Psi_{кд}^2(0)}{t_p^4} (t_p - t)^4 + \frac{a_2 \cdot \Psi_{кд}(0)}{t_p^2} (t_p - t)^2 - \\ &- \frac{a_3 \cdot \Psi_{кд}(0)}{t_p^2} \cdot 2(t_p - t) - \frac{a_4 \cdot \Psi_{кд}^2(0)}{t_p^4} 2(t_p - t)^3 + \\ &+ \frac{a_5 \cdot \Psi_{кд}^2(0)}{t_p^4} \cdot 4(t_p - t)^2 \end{aligned} \right\} (15)$$

траекториях изменения потокосцепления ДО.

Подставив соотношения из (14) и (15) во вторую и третью зависимости из формулы (7), рассчитаем потери энергии в системе «ТВ – остановленная СМ, снабженная ОВ и ДО» при режимах намагничивания и размагничивания для линейного:

$$\left. \begin{aligned} \Delta W_{\varepsilon,н} &= \left[\frac{a_1 \cdot \Psi_{кд}^2(t_н)}{3} + \frac{a_2 \cdot \Psi_{кд}(t_н)}{2} \right] \cdot t_н + \\ &+ a_3 \cdot \Psi_{кд}(t_н) + \frac{a_4 \cdot \Psi_{кд}^2(t_н)}{2} + \frac{a_5 \cdot \Psi_{кд}^2(t_н)}{t_н}, \\ \Delta W_{\varepsilon,р} &= \left[\frac{a_1 \cdot \Psi_{кд}^2(0)}{3} + \frac{a_2 \cdot \Psi_{кд}(0)}{2} \right] \cdot t_p - \\ &- a_3 \cdot \Psi_{кд}(0) - \frac{a_4 \cdot \Psi_{кд}^2(0)}{3} + \frac{a_5 \cdot \Psi_{кд}^2(0)}{t_p} \end{aligned} \right\} (16)$$

и параболического:

видов траекторий изменения потокосцепления ДО.

Взяв производные от потерь энергии $\Delta W_{\varepsilon,н}$ и $\Delta W_{\varepsilon,р}$ по длительности времен намагничивания $t_н$ или размагничивания t_p и приравняв их к нулю, получим соотношения для линейной

$$\left. \begin{aligned} \frac{a_1 \cdot \Psi_{кд}^2(t_н)}{3} + \frac{a_2 \cdot \Psi_{кд}(t_н)}{2} - \frac{a_5 \cdot \Psi_{кд}^2(t_н)}{t_н^2} &= 0, \\ \frac{a_1 \cdot \Psi_{кд}^2(0)}{3} + \frac{a_2 \cdot \Psi_{кд}(0)}{2} - \frac{a_5 \cdot \Psi_{кд}^2(0)}{t_p^2} &= 0 \end{aligned} \right\} (18)$$

и параболической

$$\left. \begin{aligned} \frac{a_1 \cdot \Psi_{кд}^2(t_н)}{5} + \frac{a_2 \cdot \Psi_{кд}(t_н)}{3} - \frac{4}{3} \cdot \frac{a_5 \cdot \Psi_{кд}^2(t_н)}{t_н^2} &= 0, \\ \frac{a_1 \cdot \Psi_{кд}^2(0)}{5} + \frac{a_2 \cdot \Psi_{кд}(0)}{2} - \frac{4}{3} \cdot \frac{a_5 \cdot \Psi_{кд}^2(0)}{t_p^2} &= 0 \end{aligned} \right\} (19)$$

траекторий изменения потокосцепления ДО.

Из решения алгебраических уравнений, входящих в (18) и (19), определяются расчетные аналитические соотношения для оптимальных длительностей времен намагничивания $t_н^o$ и размагничивания t_p^o при линейной

$$t_н^o = \sqrt{\frac{a_5}{\frac{a_1}{3} + \frac{a_2}{2 \cdot \Psi_{кд}(t_н)}}}, \quad t_p^o = \sqrt{\frac{a_5}{\frac{a_1}{3} + \frac{a_2}{2 \cdot \Psi_{кд}(0)}}} \quad (20)$$

и параболической

$$t_н^o = \sqrt{\frac{a_5}{\frac{a_1}{20/3} + \frac{a_2}{4 \cdot \Psi_{кд}(t_н)}}}, \quad t_p^o = \sqrt{\frac{a_5}{\frac{a_1}{20/3} + \frac{a_2}{4 \cdot \Psi_{кд}(0)}}} \quad (21)$$

траекториях изменения потокосцепления демпферной обмотки, при значениях которых обеспечивается минимизация потерь энергии в системе «ТВ – остановленная СМ, снабженная ОВ и ДО» в режимах намагничивания и размагничивания:

$$\Delta W_{\varepsilon,н} = \Delta W_{\varepsilon,н}^o = \min \quad \text{и} \quad \Delta W_{\varepsilon,р} = \Delta W_{\varepsilon,р}^o = \min. \quad (22)$$

Очевидно, оптимальные (минимальные) значения потерь энергии $\Delta W_{\Sigma,н}^o$ и $\Delta W_{\Sigma,р}^o$ находятся из аналитических расчетных соотношений: (16) для линейной или (17) для параболической траекторий изменения потокосцепления ДО, – при подстановке в эти соотношения оптимальных длительностей времен намагничивания t_n^o и размагничивания t_p^o , определенных из (20) или (21).

К сожалению, для рассматриваемой СМ, снабженной ОВ и ДО, описанная выше методика нахождения оптимальных времен намагничивания t_n^o и размагничивания t_p^o применительно к оптимальным траекториям из (11) изменения потокосцепления ДО не реализуема из-за сложности и громоздкости полученных при этом аналитических расчетных соотношений. Поэтому дальнейшее нахождение указанных оптимальных времен выполним с использованием метода подобия [14]. Это подобие состоит в схожести между собой вида ранее полученных зависимостей (20) и (21) для определения оптимальных времен намагничивания t_n^o и размагничивания t_p^o применительно к линейному и параболическому виду траекторий изменения потокосцепления ДО рассматриваемой СМ, которые можно представить следующими универсальными зависимостями:

$$t_n^o = \sqrt{\frac{a_5}{\frac{a_1}{p} + \frac{a_2}{s \cdot \Psi_{kd}(t_n)}}}, \quad t_p^o = \sqrt{\frac{a_5}{\frac{a_1}{p} + \frac{a_2}{s \cdot \Psi_{kd}(0)}}}, \quad (23)$$

где коэффициенты p и s принимают соответственно численные значения: 3 и 2 – для линейной или 20/3 и 4 – для параболической траектории изменения магнитных потокосцеплений ДО. Очевидно, данное подобие объясняется общими свойствами исследуемого объекта – СМ, снабженной ОВ и ДО.

Исходя из отмеченного подобия будем полагать, что общий вид универсальных зависимостей из (23) сохранится также и для оптимальных траекторий (11) изменения потокосцепления ДО, но только – с другими численными значениями коэффициентов: p и s . Для нахождения этих значений с использованием численных методов расчета определим из (7) и (8) значения потерь энергии $\Delta W_{\Sigma,н}$ и $\Delta W_{\Sigma,р}$ в режимах намагничивания и размагничивания в системе: «ТВ – остановленная СМ с ОВ и ДО» при варьировании времен намагничивания t_n или размагничивания t_p для оптимальных траекторий изменения потокосцепления ДО из (11) и применительно для двух конечных значений: $\Psi_{kd1}(t_n)$, $\Psi_{kd2}(t_n)$ – при намагничивании и двух начальных значений: $\Psi_{kd1}(0)$, $\Psi_{kd2}(0)$ – при размагничивании (соответствующих созданию номи-

нального Ψ_n и половине от номинального $0.5 \Psi_n$ значения главного потокосцепления Ψ_{ad} СМ). Определив из данных расчетов оптимальные времена намагничивания t_{n1}^o , t_{n2}^o и размагничивания t_{p1}^o , t_{p2}^o (соответствующие минимальным значениям электрических потерь энергии $\Delta W_{\Sigma,н1}^o$, $\Delta W_{\Sigma,н2}^o$ и $\Delta W_{\Sigma,р1}^o$, $\Delta W_{\Sigma,р2}^o$ при намагничивании и размагничивании для потокосцеплений, равных соответственно $\Psi_{kd1}(t_{n1}^o)$, $\Psi_{kd2}(t_{n2}^o)$ или $\Psi_{kd1}(0)$ при t_{p1}^o , $\Psi_{kd2}(0)$ при t_{p2}^o), составим с учетом вида универсальных зависимостей из (23) две алгебраические системы двух уравнений:

$$t_{n1}^o = \sqrt{\frac{a_5}{\frac{a_1}{p} + \frac{a_2}{s \cdot \Psi_{kd1}(t_{n1}^o)}}}, \quad t_{n2}^o = \sqrt{\frac{a_5}{\frac{a_1}{p} + \frac{a_2}{s \cdot \Psi_{kd2}(t_{n2}^o)}}}, \quad (24)$$

$$t_{p1}^o = \sqrt{\frac{a_5}{\frac{a_1}{p} + \frac{a_2}{s \cdot \Psi_{kd1}(0)}}}, \quad t_{p2}^o = \sqrt{\frac{a_5}{\frac{a_1}{p} + \frac{a_2}{s \cdot \Psi_{kd2}(0)}}}, \quad (25)$$

из которых определим искомые численные значения коэффициентов: $p = 22.1$ и $s = 13.1$, соответствующие в универсальных зависимостях из (23) оптимальной траектории изменения потокосцепления демпферной обмотки СМ, снабженной ОВ. Численные значения этих коэффициентов остаются неизменными в универсальных зависимостях из (23) для любой мощности и параметров СМ, снабженной ОВ и ДО.

После подстановки определенных из выражений в (23) значений оптимальных времен намагничивания t_n^o и размагничивания t_p^o в формулу (11) из нее находятся оптимальные траектории изменения потокосцеплений $\Psi_{kd,н}(t)$ и $\Psi_{kd,р}(t)$ ДО, через которые из первого соотношения в (8) и зависимости (7) вычисляются численными методами расчета соответствующие данным траекториям оптимальные (минимальные) значения потерь энергии $\Delta W_{\Sigma,н}$ и $\Delta W_{\Sigma,р}$ в системе «ТВ – остановленная СМ, снабженная ОВ и ДО» в рассматриваемых оптимальных режимах.

Результаты выполненных расчетов потерь энергии $\Delta W_{\Sigma,н}$ и $\Delta W_{\Sigma,р}$ при намагничивании и размагничивании в системе: «ТВ – остановленная СМ, снабженная ОВ и ДО» при варьировании времен намагничивания t_n или размагничивания t_p приведены в виде графиков на рис.2,а,б, а вычисленные значения оптимальных времен намагничивания t_n^o и размагничивания t_p^o и соответствующих им оптимальных потерь энергии $\Delta W_{\Sigma,н}^o$, $\Delta W_{\Sigma,р}^o$ – представлены в табл.1.

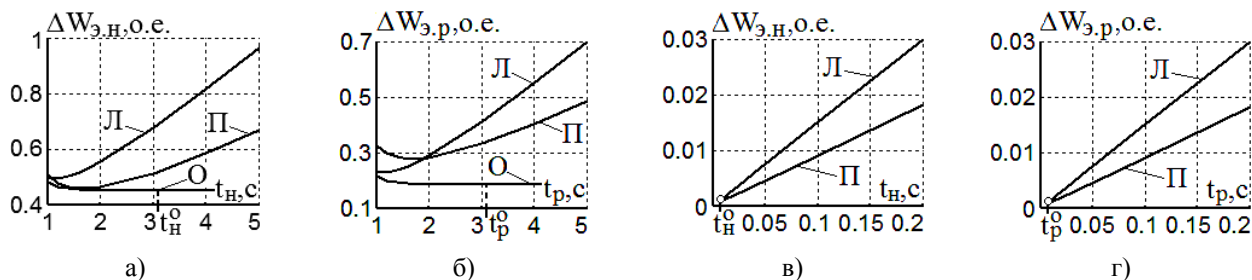


Рисунок 2. Изменение потерь энергии $\Delta W_{э.н}$ и $\Delta W_{э.р}$ при режимах намагничивания (а,в) и размагничивания (б,г) в системе: «ТВ-остановленная СМ, снабженная ОВ» при наличии (а,б) и отсутствии (в,г) в машине демпферной обмотки, – от длительности времен намагничивания t_n и размагничивания t_p для оптимальной (О), линейной (Л) и параболической (П) траекторий изменения потокосцепления

На *третьем этапе* проведем аналитический расчет оптимальных времен намагничивания и размагничивания и соответствующих им минимальных (оптимальных) потерь энергии в системе «ТВ – остановленная СМ, снабженная ОВ (без ДО)».

Исходя из прямо пропорциональной зависимости в (4) для этой машины ее мгновенных значений главного потокосцепления Ψ_{ad} и тока i_f обмотки возбуждения, определим начальные и конечные условия для этих величин при режимах намагничивания:

$$\left. \begin{aligned} \Psi_{ad}(0) = 0 \text{ и } i_f(0) = 0, \\ \Psi_{ad}(t_n) = 0 \text{ и } i_f(t_n) = (k_{np} / z_p \cdot L_{ad}) \cdot \Psi_{ad}(t_n) \end{aligned} \right\} (26)$$

и размагничивания:

$$\left. \begin{aligned} \Psi_{ad}(0) \text{ и } i_f(0) = (k_{np} / z_p \cdot L_{ad}) \cdot \Psi_{ad}(0), \\ \Psi_{ad}(t_p) = 0 \text{ и } i_f(t_p) = 0 \end{aligned} \right\} (27)$$

Согласно теории вариационного исчисления минимуму электрических потерь энергии в системе «ТВ – остановленная СМ, снабженная ОВ (без ДО)»:

$$\Delta W_{э.н.р} = \int_0^{t_{н.р}} \Delta P_3 \cdot dt = \int_0^{t_{н.р}} (z_p \cdot i_f^2 + Y \cdot i_f) \cdot dt = \min (28)$$

соответствует с учетом (9) функция ΔP_3 , отвечающая уравнению Эйлера [15]:

$$\frac{\partial(\Delta P_3)}{\partial i_f} - \frac{d}{dt} \left[\frac{\partial(\Delta P_3)}{\partial i_f'} \right] = 0. (29)$$

Принимая же во внимание, что функция ΔP_3 не зависит от производной i_f' тока возбуждения i_f (вследствие чего второе слагаемое в (29) обращается в нуль), то оптимальными значениями переменной величины i_f для функции ΔP_3 (обеспечивающими минимизацию значений потерь энергии $\Delta W_{э.н.р}$ из (28)) с учетом ее начальных и конечных условий из (26) и (27) теоретически являются ступенчатой формы

функции вида:

$$i_f(t) = i_f(t_n) \cdot I(t) = (k_{np} / z_p \cdot L_{ad}) \cdot \Psi_{ad}(t_n) \cdot I(t) - (30)$$

при намагничивании или

$$i_f(t) = i_f(0) \cdot [I - I(t)] = \frac{k_{np}}{z_p \cdot L_{ad}} \cdot \Psi_{ad}(0) \cdot [I - I(t)] - (31)$$

при размагничивании где $I(t)$ – ступенчатая единичная функция (описываемая известными соотношениями: $I(t) = 0$ при $t < 0$ и $I(t) = 1$ при $t \geq 0$).

Однако на практике, как известно, идеальную ступенчатую (прямоугольную) форму траектории изменения токов в электрических цепях с наличием индуктивностей (в частности, при $L_{\sigma f}$ и L_{ad} в схеме на рис.1) осуществить невозможно из-за фактическими ограниченного уровня напряжения источника питания (в случае рассматриваемой СМ, снабженной ОВ, – электродвижущей силы $e_{mв}$ и выходного напряжения u_f тиристорного возбудителя).

Электромагнитные процессы в цепи постоянного тока рассматриваемой системы «ТВ – СМ, снабженная ОВ (без ДО)» описываются системой из двух дифференциальных уравнений первого порядка:

$$\left. \begin{aligned} e_{mв} = n \cdot U_{2p} + R_{mв} \cdot i_f + n \cdot L_{\phi} \cdot i_f' + u_f, \\ u_f = 2 \cdot U_{ц} + R_f \cdot i_f + (L_{\sigma f} + L_{ad}) \cdot i_f' / k_{np} \end{aligned} \right\} (32)$$

При этом значение ЭДС $e_{mв}$ тиристорного возбудителя изменяются (в зависимости от задаваемого угла управления тиристорами ТВ в диапазоне от нуля до 160 эл.град.) в пределах: $E_{mв.min} \leq e_{mв} \leq E_{mв.max}$ (где $E_{mв.max}$ и $E_{mв.min} \approx -0.94 \cdot E_{mв.max}$ – соответственно максимальное и минимальное значения выходной ЭДС для ТВ; причем для используемого нереверсивного ТВ типа P320 значения $E_{mв.max}$ равно 400 В).

Очевидно, наилучшее приближение к ступенчатой форме изменения токов i_f из (30) и (31) достига-

ется при наибольших по модулю значениях ЭДС $e_{mв}$ возбудителя: $E_{mв.max} > 0$ – при намагничивании или $E_{mв.min} < 0$ – при размагничивании. При этом заметим, что применение для решения системы (32) численных методов (например, из [16]), в отличие от аналитических методов, затрудняет последующий анализ и использование полученных решений.

Поэтому, подставив в систему (32) неизменные значения $E_{mв.max}$ и $E_{mв.min}$ для ЭДС $e_{mв}$ и решив операторным методом данную систему, получим с учетом (4) аналитические зависимости для тока возбуждения $i_f(t)$ и главного потокосцепления $\Psi_{ad}(t)$ рассматриваемой СМ при ступенчатом задании ЭДС $E_{mв.max}$ при намагничивании:

$$\left. \begin{aligned} i_f(t) &= A_n \left(1 - e^{-t/T_{экс}} \right), \quad 0 \leq t \leq t_n, \\ A_n &= (E_{mв.max} - n \cdot U_{зр} - 2\Delta U_{щ}) / R_{экс}, \\ \Psi_{ad}(t) &= (z_p \cdot L_{ad} / k_{np}) \cdot i_f(t), \quad 0 \leq i_f(t) \leq i_f(t_n), \\ i_f(t_n) &= (k_{np} / z_p \cdot L_{ad}) \cdot \Psi_{ad}(t_n), \quad T_{экс} = L_{экс} / R_{экс}, \\ R_{экс} &= R_{mв} + R_f, \quad L_{экс} = n \cdot L_{\phi} + (L_{сф} + L_{ad}) / k_{np} \end{aligned} \right\} (33)$$

или при ступенчатом задании ЭДС $E_{mв.min}$ при размагничивании:

$$\left. \begin{aligned} i_f(t) &= i_f(0) \cdot e^{-t/T_{экс}} + A_p \left(1 - e^{-t/T_{экс}} \right), \\ \Psi_{ad}(t) &= (z_p \cdot L_{ad} / k_{np}) \cdot i_f(t), \\ A_p &= (E_{mв.min} - n \cdot U_{зр} - 2\Delta U_{щ}) / R_{экс}, \\ 0 \leq t \leq t_p, \quad 0 \leq i_f(t) \leq i_f(0), \\ i_f(0) &= (k_{np} / z_p \cdot L_{ad}) \cdot \Psi_{ad}(0) \end{aligned} \right\} (34)$$

где $R_{экс}$ и $L_{экс}$ – эквивалентные значения соответственно активного сопротивления и индуктивности для звена постоянного тока системы «ТВ – остановленная СМ»; $T_{экс}$ – эквивалентная постоянная времени звена постоянного тока системы «ТВ – остановленная СМ».

Принимая во внимание отмеченное наилучшее совпадение траекторий изменения тока возбуждения $i_f(t)$ из (33) и (34) с идеальными оптимальными траекториями из (30) и (31), именно траектории для тока возбуждения $i_f(t)$ из (33) и (34) в дальнейшем будем называть реализуемыми оптимальными траекториями изменения этого тока, при которых обеспечивается на практике минимизация потерь энергии в системе «ТВ – остановленная СМ, снабженная ОВ (без ДО)» при режимах намагничивания и размагничивания.

Подставив в левые части первых зависимостей из (33) и (34) конечные условия $i_f(t_n)$ и $i_f(t_p) = 0$ соответственно для режимов намагничивания и размагничивания, а в правые части этих зависимостей –

оптимальные значения t_n^o и t_p^o длительностей времен соответственно намагничивания и размагничивания, из решения полученных алгебраических уравнений найдем аналитические зависимости для оптимальных времен намагничивания и размагничивания:

$$t_n^o = T_{экс} \cdot \ln \left[\frac{A_n}{A_n - i_f(t_n)} \right], \quad t_p^o = T_{экс} \cdot \ln \left[\frac{A_p - i_f(0)}{A_p} \right], \quad (35)$$

при которых обеспечивается минимизация потерь энергии в указанных режимах для системы «ТВ – остановленная СМ, снабженная ОВ (без ДО)».

После подстановки оптимальных длительностей времен из (35) и траекторий изменения тока возбуждения i_f из (33) и (34) в первое соотношение из (9), определим с учетом него из (7) оптимальные (минимальные) значения потерь энергии $\Delta W_{э.н}^o$, $\Delta W_{э.р}^o$ в системе: «ТВ – остановленная СМ, снабженная ОВ (без ДО)», величины которых приведены в табл.2.

Применительно для линейного

$$i_f = i_f(t_n) \cdot (t/t_n) \quad \text{и} \quad i_f = i_f(0) \cdot (t_p - t)/t_p \quad (36)$$

и параболического вида

$$i_f = i_f(t_n) \cdot (t/t_n)^2 \quad \text{и} \quad i_f = i_f(0) \cdot \left[(t_p - t)/t_p \right]^2 \quad (37)$$

траекторий изменения тока i_f возбуждения (с начальными и конечными условиями из (26) и (27)) получим (для $t_{н,р} \geq t_{н,р}^o$) расчетные аналитические зависимости из (9) и (7) для потерь энергии в системе «ТВ – остановленная СМ, снабженная ОВ (без ДО)»:

$$\left. \begin{aligned} \Delta W_{э.н} &= \left[q_1 Z \cdot i_f^2(t_n) + q_2 Y \cdot i_f(t_n) \right] \cdot t_n, \\ \Delta W_{э.р} &= \left[q_1 Z \cdot i_f^2(0) + q_2 Y \cdot i_f(0) \right] \cdot t_p \end{aligned} \right\} (38)$$

при варьировании длительности времен намагничивания t_n или размагничивания t_p (где коэффициенты q_1 и q_2 соответственно равны: 1/3 и 1/2 – для линейной или 1/5 и 1/3 – для параболической формы траектории). Рассчитанные из (38) графики показаны на рис.2,в,г. Для перевода на рис.2 и последующих рисунках значений потерь энергии из относительных единиц (о.е.) в абсолютные следует умножить первые из них на базисные значения $W_б$ энергии для соответствующих двигателей из табл.1.

На четвертом этапе осуществим аналитический расчет оптимальных времен намагничивания и размагничивания и соответствующих им оптимальных (минимальных) электрических потерь энергии в синхронном двигателе с постоянными магнитами (СДПМ) и синхронно-реактивном двигателе (СРД).

Схема подключения трехфазных статорных об-

Таблица 2. Значения оптимальных времен намагничивания t_n^o и размагничивания t_p^o и соответствующих им минимальных потерь энергии $\Delta W_{\text{э.н}}^o$, $\Delta W_{\text{э.р}}^o$ в системе «ТВ-СМ» или $\Delta W_{\text{см.н}}^o$, $\Delta W_{\text{см.р}}^o$ в разных типах СМ

	t_n^o	t_p^o	$\Delta W_{\text{э.н}}^o$		$\Delta W_{\text{э.р}}^o$		t_n^o	t_p^o	$\Delta W_{\text{см.н}}^o$		$\Delta W_{\text{см.р}}^o$	
	с	с	кДж	о.е.	кДж	о.е.	мс	мс	Дж	о.е.	Дж	о.е.
- для системы «ТВ-СМ», снабженной ОБ и ДО:						- для СМ с постоянными магнитами:						
О	3.1	3.1	62.25	0.4284	26.73	0.1840	0.175	0.168	0.0010	0.0012	0.0010	0.0012
Л	1.15	1.14	71.89	0.4948	33.36	0.2296	0.179	0.172	0.0010	0.0012	0.0010	0.0012
П	1.70	1.70	66.49	0.4576	40.28	0.2772	0.358	0.344	0.0013	0.0016	0.0012	0.0014
- для системы «ТВ-СМ», снабженной ОБ (без ДО):						- для синхронно-реактивной СМ						
	с	с	кДж	10^{-3} о.е.	кДж	10^{-3} о.е.	мс	мс	Дж	о.е.	Дж	о.е.
О	0.005	0.004	0.127	0.874	0.083	0.571	2.60	2.50	0.1374	0.0012	0.1286	0.0011
Л	0.051	0.037	1.197	8.2	0.870	6.0	5.86	5.71	0.2988	0.0026	0.2912	0.0025
П	0.103	0.072	1.446	10.0	0.946	6.5	11.7	11.4	0.3586	0.0031	0.3488	0.0030

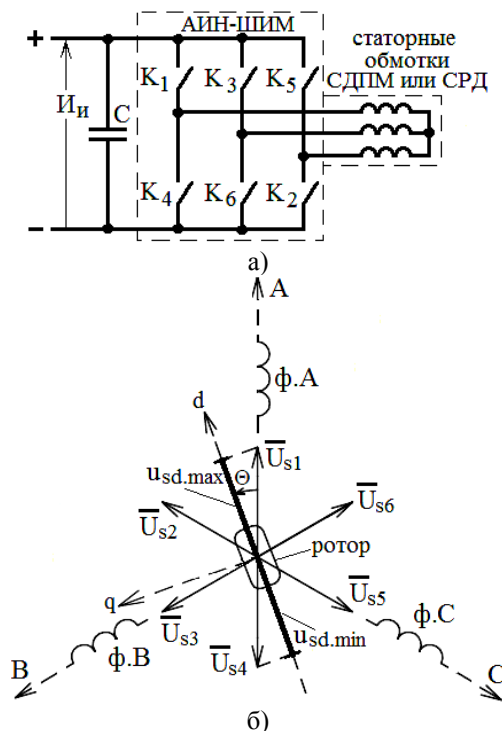


Рисунок 3. Схема подключения СДПМ и СРД к трехфазному АИН-ШИМ (а) и соответствующая этой схеме диаграмма создаваемых обобщенных векторов статорного напряжения $\bar{U}_{s1} \dots \bar{U}_{s6}$ (б)

моток данных СМ к трехфазному АИН с широтно-импульсной модуляцией (выполняемому на MOSFETили IGBT-транзисторах, IGCT или GTO-тиристорах, которые на этой схеме показаны идеальными ключами К1 – К6) представлена на рис.3,а.

Электромагнитные процессы при режимах намагничивания и размагничивания остановленных СДПМ и СРД описываются зависимостью:

$$u_{1d} = (R_s + R_\delta) \cdot i_l + L_d \cdot i_l' \quad (39)$$

в которой u_{1d} – проекция на продольную «d» обобщенного вектора \bar{U}_l основных гармоник статорного напряжения (вычисляемого через первые гармонические составляющие фазных статорных напряжений).

С учетом соотношения для потерь мощности $\Delta P_{см}$ из (3), зависимости из (6) для вычисления потерь энергии $\Delta W_{см.н}$ и $\Delta W_{см.р}$ в СДПМ и СРД и согласно теории вариационного исчисления [15] минимальным значениям этих потерь энергии при намагничивании и размагничивании соответствует функция потерь мощности $\Delta P_{см}$, отвечающая уравнению Эйлера из (29), в котором используются переменные величины i_l и i_l' (вместо i_f и i_f'). Аналогично тому, как было показано ранее, применительно для функции из (3), не зависящей от производной тока i_l' , решениями уравнения (29) теоретически являются ступенчатой формы функции при намагничивании и размагничивании соответственно:

$$i_l(t) = i_l(t_n) \cdot I(t) \text{ или } i_l(t) = i_l(0) \cdot [I - I(t)], \quad (40)$$

где $i_l(0) = 0$ и $i_l(t_n)$ – начальные и конечные значения тока $i_l(t)$ для намагничивания, а $i_l(0)$ и $i_l(t_p) = 0$ – для размагничивания.

Поскольку в электрических цепях, содержащих индуктивность (в частности, в схеме на рис.1,в,г), получить на практике токи $i_l(t)$ идеальной ступенчатой формы из (40) невозможно, определим вид практически реализуемых траекторий изменения статорного тока при намагничивании и размагничивании для СДПМ и СРД, обеспечивающих наилучшее их приближение к идеальной ступенчатой форме. Выполним это с использованием метода обобщенных векторов и

путем перехода к мгновенным значениям величин: модуля i_s обобщенного вектора статорного тока \bar{I}_s и проекции u_{sd} обобщенного вектора \bar{U}_s статорного напряжения на продольную ось «d». С учетом этого (полагая, по-прежнему, поддержание посредством САУ равной нулю поперечной проекции статорного тока: $i_{sy} = 0$ в СМ) электромагнитные процессы на межкоммутационном интервале инвертора (то есть, между соседними коммутациями его силовых ключей [16]) запишем для СДПМ и СРД в виде

$$u_{sd} = (R_s + R_d) \cdot i_s + L_d \cdot i_s', \quad (41)$$

а потери энергии в этих машинах при намагничивании и размагничивании вычислим из соотношений:

$$\left. \begin{aligned} \Delta W_{см,н} &= \int_0^{t_n} (R_s + R_d) \cdot i_s^2 \cdot dt, \\ \Delta W_{см,р} &= \int_0^{t_p} (R_s + R_d) \cdot i_s^2 \cdot dt \end{aligned} \right\} \quad (42)$$

Для пояснения приведем на рис.3,б все создаваемые посредством АИН-ШИМ (кроме нулевого) обобщенные векторы статорного напряжения $\bar{U}_{s1} \dots \bar{U}_{s6}$ (где цифровой индекс указывает на комбинацию открытых и закрытых силовых ключей инвертора [16]). На этом же рисунке показаны неподвижные геометрические оси А, В, С фазных статорных обмоток (соответственно ф.А, ф.В, ф.С), а также изображены: оси ортогональной координатной системы «d-q», связанной вещественной осью «d» с магнитной осью остановленного ротора СМ; угол θ между осями «d» и «А»; максимальная $u_{sd,max}$ и минимальная $u_{sd,min}$ проекции u_{sd} статорного напряжения СМ.

Из вида зависимости (41) следует, что наилучшее приближение статорного тока i_s к ступенчатой форме из (40) достигается при: наибольшем положительном значении проекции u_{sd} статорного напряжения (равном: $+u_{sd,max}$) из всех создаваемых обобщенных векторов $\bar{U}_{s1} \dots \bar{U}_{s6}$ статорного напряжения – при намагничивании или наименьшем отрицательном значении проекции u_{sd} статорного напряжения (равном: $-u_{sd,max}$) из тех же векторов $\bar{U}_{s1} \dots \bar{U}_{s6}$ статорного напряжения – при размагничивании.

Согласно [16] значения проекций $u_{sd,max}$ и $u_{sd,min}$ изменяются (в зависимости от взаимного расположения обобщенных векторов $\bar{U}_{s1} \dots \bar{U}_{s6}$ и продольной оси «d») в следующих диапазонах:

$$\left. \begin{aligned} (\sqrt{3}/2) \cdot U_{sm} &\leq u_{sd,max} \leq U_{sm}, \\ -U_{sm} &\leq u_{sd,min} \leq (-\sqrt{3}/2) \cdot U_{sm} \end{aligned} \right\}, \quad (43)$$

где значение U_{sm} модуля обобщенного вектора статорного напряжения (равное для всех векторов $\bar{U}_{s1} \dots \bar{U}_{s6}$) определяется через входное постоянное напряжение инвертора U_u и номинальное действующее линейное напряжение $U_{Iн}$ СМ из соотношений [16]: $U_{sm} = 2U_u / 3$ и $U_u = (1.25 - 1.35) \cdot U_{Iн}$. Дальнейшие расчеты проводились на протяжении одного межкоммутационного интервала для: $U_u = 1.3U_{Iн}$, $U_{sd,max} = U_{sm}$, $U_{sd,min} = -U_{sm}$ (что, очевидно соответствует углу $\theta = 0$ при остановленной СМ).

После подстановки неизменных значений проекций $u_{sd,max}$ и $u_{sd,min}$ в уравнение (41) и решения этого уравнения операторным методом получим зависимости для изменения статорного тока $i_s(t)$ и потокосцепления $\Psi_s(t)$ при намагничивании:

$$\left. \begin{aligned} i_s(t) &= A_{н1} (1 - e^{-t/T_d}), \\ A_{н1} &= u_{sd,max} / (R_s + R_d) - \text{для СДПМ и СРД}; \\ \Psi_s(t) &= \Psi_{pm} + L_d \cdot i_s(t) - \text{для СДПМ}; \\ \Psi_s(t) &= L_d \cdot i_s(t) - \text{для СРД} \end{aligned} \right\} \quad (44)$$

или размагничивании:

$$\left. \begin{aligned} i_s(t) &= i_s(0) \cdot e^{-t/T_d} + A_{р1} (1 - e^{-t/T_d}), \\ A_{р1} &= u_{sd,min} / (R_s + R_d) - \text{для СДПМ и СРД}; \\ \Psi_s(t) &= \Psi_{pm} + L_d \cdot i_s(t) - \text{для СДПМ}; \\ \Psi_s(t) &= L_d \cdot i_s(t) - \text{для СРД} \end{aligned} \right\}, \quad (45)$$

в которых задаются следующие начальные:

$i_s(0) = 0$ – для СДПМ и СРД и конечные условия:

$$i_s(t_n) = [\Psi_s(t_n) - \Psi_{pm}] / L_d - \text{для СДПМ},$$

$$i_s(t_n) = \Psi_s(t_n) / L_d - \text{для СРД},$$

где $\Psi_s(t_n)$ – значения для модуля обобщенного вектора статорного потокосцепления в СДПМ и СРД по окончании намагничивания.

Принимая во внимание отмеченное наилучшее приближение траекторий изменения статорного тока $i_s(t)$ из (44) и (45) к идеальным ступенчатым функциям из (40), назовем полученные траектории (44) и (45) реализуемыми оптимальными траекториями изменения статорного тока $i_s(t)$, при которых на практике минимизируются потери энергии в СДПМ и СРД в режимах намагничивания и размагничивания.

После подстановки в левые части первых зависимостей из (44) и (45) конечных условий: $i_s(t_n)$ и $i_s(0) = 0$ соответственно для режимов намагничивания и размагничивания, а в правые части этих зависимостей оптимальных значений t_n^o и t_p^o длительно-

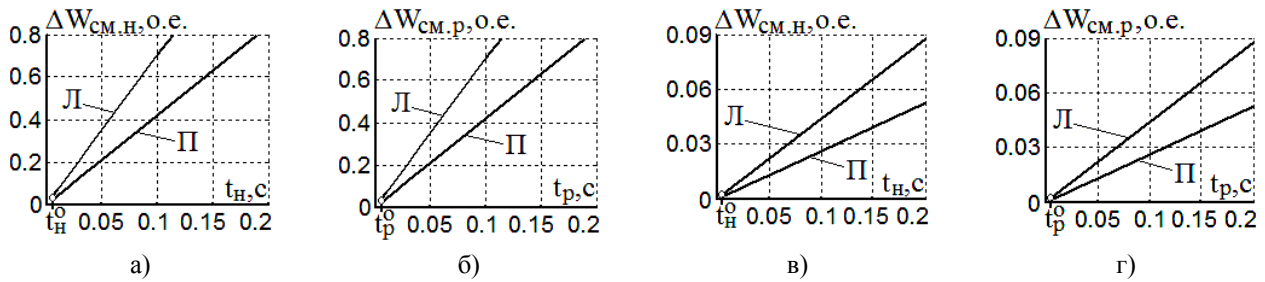


Рисунок 4. Изменение потерь энергии $\Delta W_{cm,n}$ и $\Delta W_{cm,p}$ при режимах намагничивания (а,б) и размагничивания (б,г) в СДПМ (а,б) и СРД (в,г) от длительности времен намагничивания t_n и размагничивания t_p для оптимальной (О), линейной (Л) и параболической (П) траекторий изменения статорного тока

стей времен намагничивания и размагничивания, из решения полученных уравнений найдем аналитические расчетные зависимости для оптимальных времен намагничивания и размагничивания СДПМ и СРД:

$$t_n^o = T_d \cdot \ln \left[\frac{A_{H1}}{A_{H1} - i_s(t_n)} \right], t_p^o = T_d \cdot \ln \left[\frac{A_{p1} - i_s(0)}{A_{p1}} \right], (46)$$

соответствующих минимальным потерям энергии в этих режимах. Подставив оптимальные значения времен из (46) в (44) и (45), вычислим из (42) для СДПМ и СРД минимальные потери энергии $\Delta W_{cm,n}^o$ и $\Delta W_{cm,p}^o$ при режимах намагничивания и размагничивания, значения которых приведем в табл.2.

Применительно к линейному и параболическому видам траекторий изменения модуля $i_l(t)$ обобщенного вектора основных гармоник статорного тока (которые описываются аналогичными (36) и (37) зависимостями – с тем лишь отличием, что индексы для токов заменяются на "1" вместо "f") получим (при $t_{n,p} \geq t_{n,p}^o$) из (6) с учетом первого соотношения из (3) аналитические зависимости для расчета потерь энергии $\Delta W_{cm,n}$ и $\Delta W_{cm,p}$ в СДПМ и СРД:

$$\left. \begin{aligned} \Delta W_{cm,n} &= q \cdot (R_s + R_\delta) \cdot i_l^2(t_n) \cdot t_n, \\ \Delta W_{cm,p} &= q \cdot (R_s + R_\delta) \cdot i_l^2(0) \cdot t_p \end{aligned} \right\} (47)$$

для линейного (при $q = 1/3$) или параболического (при $q = 1/5$) изменения статорного тока $i_l(t)$ при варьировании длительностей времен намагничивания t_n или размагничивания t_p , графики которых приведены на рис.4. Для этих видов траекторий изменения тока возбуждения i_f или статорного тока i_l для СМ, снабженной ОВ (без ДО), или СДПМ и СРД были рассчитаны из (32) или (41) оптимальные значения t_n^o и t_p^o времен намагничивания и размагничивания (соответствующие минимально возможным значени-

ям этих времен при условиях: $E_{mv.min} \leq e_{mv} \leq E_{mv.max}$ или $u_{sd.min} \leq u_{sd} \leq u_{sd.max}$), которые даны в табл.2.

На пятом этапе проведем анализ (по данным из табл.2 и графикам на рис.2 и рис.4) потерь энергии применительно к рассмотренным типам СМ в режимах намагничивания и размагничивания при различных траекториях изменения потокосцепления (тока):

- согласно рис.2,а,б зависимости потерь энергии $\Delta W_{эн}(t_n)$ и $\Delta W_{эп}(t_p)$ в режимах намагничивания и размагничивания для системы «ТВ – остановленная СМ (с ОВ и ДО)» имеют «U»-образный вид при любых (линейной, параболической или оптимальной) траекториях изменения потокосцепления (или тока); в отличие от этого указанные потери энергии для систем «ТВ – остановленная СМ с ОВ (без ДО)», а также для СДПМ и СРД характеризуются другим видом – линейным возрастанием (сверх их оптимальных значений согласно рис.2,б,г и рис.4,а,б,в,г) потерь энергии при увеличении длительностей времен t_n и t_p ;

- как следует из рис.2 и рис.4, при режимах намагничивания и размагничивания для всех исследуемых СМ наименьшие потери энергии в данных режимах всегда присущи оптимальным (О), наибольшие – линейным (Л) траекториям изменения потокосцепления; в частности, применительно к системе «ТВ – остановленная СМ (с ОВ и ДО)» эти потери энергии (согласно рис.2,аб при $t_n = t_p = 3$ с) при намагничивании для линейной и параболической траекторий превышают оптимальные потери соответственно более, чем в 1.5 и 1.2 раза, а при размагничивании – соответственно в 2.2 и 1.8 раза; для системы «ТВ – остановленная СМ с ОВ (без ДО)» и также применительно к СДПМ и СРД потери энергии при линейной и параболической траекториях превышают (например, при $t_n = t_p = 0.1$ с) оптимальные потери соответственно более, чем в 18 и 10 раз (причем с увеличением длительности времен t_n и t_p значения данных превышений увеличиваются);

- исходя из табл.2, рис.2 и рис.4 следует, что переход при линейной и параболической траекториях

изменения потокосцепления в режимах намагничивания и размагничивания для исследуемых СМ от неоптимальных t_n , t_p к оптимальным длительностям времен намагничивания t_n^o и размагничивания t_p^o приводит к снижению потерь энергии в этих режимах; в частности, при переходе от неоптимальных времен $t_n = 2t_n^o$ и $t_p = 2t_p^o$ к соответствующим оптимальным значениям длительностей времен t_n^o и t_p^o из табл.2 для системы: «ТВ – остановленная СМ (с ОВ и ДО)» обеспечивается снижение потерь применительно для линейной и параболической траекторий в 1.2 и 1.4 раза соответственно для режимов намагничивания и размагничивания.

В. ВЫВОДЫ

1. Из результатов исследования (которые представлены на рис.2 и рис.4) потерь энергии при режимах намагничивания и размагничивания в синхронных машинах различных типов (с ОВ при наличии или отсутствии ДО; СДПМ или СРД) установлено, что для всех из них существуют определенные длительности времен намагничивания и размагничивания, при которых потери энергии в режимах намагничивания и размагничивания минимальны.

2. Предложенные аналитические зависимости (23), (35) и (46) позволяют рассчитать указанные оптимальные времена намагничивания и размагничивания для исследованных типов СМ, а полученные аналитические зависимости (33), (34) и (44), (45) задают оптимальные траектории изменения токов и потокосцеплений этих машин при режимах намагничивания и размагничивания, обеспечивая минимизацию потерь энергии в данных режимах.

3. Применительно к исследуемым типам СМ выполнено количественное сравнение (представленное в табл.2) потерь энергии в них при намагничивании и размагничивании для оптимальной и известных (линейного и параболического вида) траекторий изменения токов или потокосцеплений этих машин, а также получены аналитические зависимости (16), (17), (38), (47) и (20), (21) для расчета потерь энергии и оптимальных времен намагничивания и размагничивания в указанных режимах.

4. Установлено, что согласно рис.2 и рис.4 переход к оптимальным временам намагничивания и размагничивания остановленных СМ позволяет уменьшить в них потери энергии в 1.2 – 1.4 раза и более, а переход от линейной и параболической траекторий изменения тока и потокосцепления к их оптимальной траектории снижает эти потери энергии: более, чем в (1.2 – 1.5) раза при намагничивании или более, чем в (1.8 – 2.2) раза при размагничивании;

5. Из полученных применительно для СМ, снабженной ОВ (без ДО), СДПМ и СРД аналитических зависимостей (38) и (47) выявлена при линейной и

параболической траекториях изменения их потокосцеплений и токов прямо пропорциональная зависимость потерь энергии в этих машинах при режимах намагничивания и размагничивания от длительностей их времен намагничивания t_n или размагничивания t_p . С учетом этого целесообразно из соображений энергосбережения сокращать длительности времен намагничивания и размагничивания указанных машин (приближая их к оптимальным значениям t_n^o и t_p^o).

6. Выявлено, что при применении частотного пуска СМ, снабженной ОВ, за счет исключения из нее демпферной обмотки достигается уменьшение минимально возможных потерь энергии при ее режимах намагничивания и размагничивания (согласно табл.2) более, чем в 100 раз.

7. Результаты выполненных исследований рекомендуются для использования проектантам, наладчикам и службам эксплуатации электротехнических комплексов, содержащих СМ, позволяя уменьшить непроизводительные потери энергии в этих машинах при режимах их намагничивания и размагничивания.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Синюгин В.Ю. Гидроаккумулирующие электростанции в современной энергетике / В.Ю. Синюгин, В.И. Магрук, В.Г. Родионов. – М.: ЭНАС, 2008. – 352с.
- [2] Бесчастнов Г.А. Расчет процесса пуска обратимого агрегата ГАЭС от статического преобразователя частоты / Г.А. Бесчастнов, А.М. Карпов, Т.М. Нэмени, Г.С. Семенова // Электричество. – 1980. – № 3. – С, 15 – 19.
- [3] Вейнгер А.М. Регулируемый синхронный электропривод / А.М. Вейнгер. – М.: Энергоатомиздат, 1985. – 224с.
- [4] Копылов И.П. Проектирование электрических машин / И.П. Копылов, Б.К. Клоков, В.П. Морозкин, Б.Ф. Токарев. – М.: "Юрайт", 2011. – 767 с.
- [5] Krishnan R. Permanent magnet synchronous and brushless DC motor drives//CRC Press,2010. – 564p.
- [6] Synchronous Reluctance Motor RSB Su Prem E.B. – Type Series Booklet, 2014.
- [7] Захаров В.Н. Синхронно-реактивные двигатели: легкие, надежные, эффективные и недорогие // Матер. конф. "Промышленная электротехника и приводы", 19 сентября 2018, Москва – С. 1 – 5.
- [8] Поляков, В.Н. Экстремальное управление электрическими двигателями / В.Н. Поляков, Р.Т. Шрейнер.–Екатеринбург:УГТУ–УПИ,2006.–420с.
- [9] Bose, B.K. Modern power electronics and AC drives / B.K. Bose. – NJ: Prentice Hall RTR, 2002. – 711p.
- [10] Волков В.А. Аналитический расчет и оптимизация основных электромагнитных потерь энергии частотно-регулируемого синхронного двигателя с

- постоянними магнітами в пуско-тормозних режимах / А.В. Волков // Електромеханічні і енергозберігаючі системи. – № 2 (42). – 2018. – С. 8 – 22.
- [11] Волков В.А. Энергосберегающее управление тяговым частотно-регулируемым синхронно-реактивным двигателем / А.В. Волков // Електромеханічні і енергозберігаючі системи. – Кременчук. – № 3 (43). – 2018. – С. 8 – 23.
- [12] Волков В.А. Оптимизация режимов намагничивания и размагничивания остановленной трехфазной синхронной машины / В.А. Волков // Електротехніка та електроенергетика. – Запорожье, ЗНТУ. – № 1. – 2018. – С. 52 – 63. DOI: <https://doi.org/10.15588/1607-6761-2018-1-6>
- [13] Пивняк, Г.Г. Современные частотно-регулируемые асинхронные электроприводы с широтно-импульсной модуляцией / Г.Г. Пивняк, А.В. Волков.– Днепропетровск: НГУ, 2006.– 470с.
- [14] Веников, В.А. Теория подобия и моделирования / В.А. Веников. – М.: Высш. шк., 1976. – 479с.
- [15] Петров Ю.П. Вариационные методы теории оптимального управления / Ю.П. Петров. – Л.: Энергия, 1977. – 280с.
- [16] Корн, Г. Справочник по математике (для научных работников и инженеров) / Г. Корн, Т. Корн. – М.: Наука, 1973.– 832с.

Стаття надійшла до редакції 24.01.2019

ОПТИМІЗАЦІЯ ЧАСІВ НАМАГНІЧУВАННЯ І РОЗМАГНІЧУВАННЯ ЗУПИНЕНИХ ЧАСТОТНО-РЕГУЛЬОВАНИХ СИНХРОННИХ МАШИН

ВОЛКОВ В.О. канд. техн. наук, докторант Національного гірничого університету, г. Дніпро
Україна, e-mail: green_stone@ukr.net

Мета роботи. Отримання аналітичних розрахункових залежностей для знаходження оптимальних часів намагнічування і розмагнічування зупинених частотно-регульованих синхронних машин і відповідних їм мінімальних втрат енергії в цих машинах для режимів намагнічування і розмагнічування.

Методи дослідження. Варіаційного обчислення і теорії подібності, операторний метод та імітаційного комп'ютерного моделювання.

Отримані результати. При варіюванні тривалості часів намагнічування і розмагнічування виконані дослідження електричних втрат енергії при режимах намагнічування і розмагнічування зупинених синхронних машин стосовно для різних їх типів (з обмоткою збудження при наявності або відсутності в них демпферного обмотки; з постійними магнітами; синхронно-реактивної машини) і з різними траєкторіями (оптимальної, лінійної і параболічної) зміни потокозчеплення і струмів цих машин. Визначено оптимальний вид траєкторій зміни потокозчеплення (або струму) для кожного з досліджуваних типів машин, відповідних мінімізації втрат енергії в даних машинах при режимах намагнічування і розмагнічування. Проведено розрахунки мінімальних втрат енергії і відповідних їм оптимальних часів намагнічування і розмагнічування для розглянутих типів синхронних машин.

Наукова новизна. Запропоновано для досліджуваних типів синхронних машин аналітичні залежності для розрахунку оптимальних часів намагнічування і розмагнічування, що забезпечують мінімальні втрати енергії в цих машинах при режимах намагнічування і розмагнічування. Отримано аналітичні залежності для обчислення мінімальних втрат енергії в зазначених машинах при цих режимах.

Практична цінність. За допомогою проведеної оптимізації часів намагнічування і розмагнічування досягається для розглянутих типів синхронних машин зниження в 1.2 – 1.4 рази і більше втрат енергії при режимах їх намагнічування і розмагнічування.

Ключові слова: синхронний двигун; частотне регулювання; втрати електричної енергії; оптимізація.

OPTIMIZATION OF TIMES OF MAGNETIZATION AND DEMAGNETION OF STOPPED FREQUENCY-REGULATED SYNCHRONOUS MOTORS

VOLKOV V.A. Ph.D., Associate Professor, Doctoral Candidate of National Mining University, Dnepr,
Ukraine, e-mail: green_stone@ukr.net

Purpose. Obtaining analytical calculated dependencies for finding the optimal time of magnetization and demagnetization of stopped frequency-regulated synchronous motors and the corresponding minimum energy loss in these motors for the regimes of magnetization and demagnetization.

Methodology. Variational calculus and the theory of similarity, operator method and computer simulation.

Findings. When varying the duration of the magnetization and demagnetization times, electrical energy losses were researched during magnetization and demagnetization of stopped synchronous motors for various types of them (with excitation winding in the presence or absence of damping windings; with permanent magnets; synchronous-jet motor) and with different trajectories (optimal, linear and parabolic) changes in the flux linkage and currents of these motors. The optimal type of paths of change in the flux linkage (or current) for each of the motor types researched is determined, corresponding to the minimization of energy loss in these machines under magnetization and demagnetization regimes. The minimum energy losses and the corresponding optimal magnetization and demagnetization times for the considered types of synchronous motors are calculated.

Originality. For the investigated types of synchronous motors analytical dependences are proposed for calculating the optimal magnetization and demagnetization times, which ensure minimal energy losses in these motors under magnetization and demagnetization regimes. Analytical dependences are obtained for calculating the minimum energy losses in the indicated motors under these conditions.

Practical value. Through the optimization of the magnetization times and demagnetization, the considered types of synchronous motors are reduced by a factor of 1.2 – 1.4 times or more for the energy losses of their regimes magnetization and demagnetization..

Keywords: synchronous motor; frequency regulation; electric power loss; optimization.

REFERENCES

- [1] Sinyugin, V.YU., Magruk, V.I., Rodionov, V.G. (2018). Gidroakkumuliruyushchiye elektro-stantsii v sovremennoy energetike [Pumped storage power plants in modern energy]. *ENAS*, 352. (in Russia).
- [2] Beschastnov, G.A., Karpov, A.M., Nemeni, T.M., Semenova, G.S. (1980). Raschet protsessa pushka obratimogo agregata GAES ot staticheskogo preobrazovatelya chastoty [Calculation of the start-up process of a reversible unit of a PSPP from a static frequency converter]. *Elektrichestvo*, 3, 15 – 19.
- [3] Veynger, A.M. (1985). Reguliruyemyy sinkhronnyy elektroprivod [Adjustable synchronous electric drive]. *Energoatomizdat*, 224. (in Russia).
- [4] Kopylov, I.P., Klokov, B.K., Morozkin, V.P., Tokarev, B.F. (2011). Proyektirovaniye elektricheskikh mashin [Designing electric engines]. *Yurayt*, 767. (in Russia).
- [5] Krishnan, R. (2010). Permanent magnet synchronous and brushless DC motor drives. *CRC Press*, 564.
- [6] Synchronous Reluctance Motor RSB Su Prem E.B (2014). *Type Series Booklet*.
- [7] Zakharov, V.N. (2018) Sinkhronno-reaktivnyye dvigateli: legkiye, nadezhnyye, effektivnyye i nedorogiyе [Synchronous jet engines: light, reliable, efficient and inexpensive]. *Promyshlennaya elektrotekhnika i privody*, 1 – 5. (in Russia).
- [8] Polyakov, V.N., Shreyner, R.T. (2006). Ekstremal'noye upravleniye elektricheskimi dvigatelyami [Extreme control of electric motors]. *UGTU–UPI*, 420. (in Russia).
- [9] Bose, B.K. (2002) Modern power electronics and AC drives. *Prentice Hall RTR*, 711.
- [10] Volkov, V.A. (2018). Analiticheskyy raschet i optimizatsiya osnovnykh elektromagnitnykh poter' energii chastotno-reguliruyemogo sinkhronnogo dvigatelya s postoyannymi magnitami v pusko-tormoznykh re-zhimakh [Analytical calculation and optimization of the main electromagnetic energy losses of a frequency-regulated synchronous engine with permanent magnets in the start-braking regime]. *Yelektromekhanichni i energozberigayuchi sistemi*. 2 (42), 8 – 22. (in Ukraine).
- [11] Volkov, V.A. (2018). Energoberegayushcheye upravleniye tyagovym chastotno-reguliruyemym sinkhronno-reaktivnym dvigatelem [Energy-saving control of a variable frequency-regulated synchronous engine]. *Yelektromekhanichni i energozberigayuchi sistemi*. 3 (43), 8 – 23. (in Ukraine).
- [12] Volkov, V. (2017). Optimization of times of running and braking of position frequency-regulated asynchronous electric drives. *Electrical Engineering And Power Engineering*, 1, 48-60. doi:http://dx.doi.org/10.15588/1607-6761-2017-1-7
- [13] Pivnyak, G.G., Volkov, A.V. (2006). Sovremennyye chastotno-reguliruyemie asinkhronnyye elektroprivody s shirotno-impul'snoy modulyatsiyey [Modern frequency-controlled asynchronous electric drives with pulse-width modulation] *NGU*, 470. (in Ukraine).
- [14] Venikov, V.A. (1976) Teoriya podobiya i modelirovaniya [The theory of similarity and modeling]. 479. (in Russia).
- [15] Petrov, YU.P. (1977). Variatsionnyye metody teorii optimal'nogo upravleniya [Variational methods of the theory of optimal control]. 280. (in Russia).
- [16] Korn, G., Korn, T. (1973). Saprovochnik po matematike (dlya nauchnih rabotnikov i inzhenerov) [Mathematical handbook (for scientists and engineers)]. 832. (in Russia).