

УДК 621.316.13

## ЕЩЕ РАЗ О НЕДЕЛИМОСТИ ИНДУКТИВНОСТИ РАССЕЙНИЯ ТРАНСФОРМАТОРА

- ЗИРКА С.Е.** д-р техн. наук, профессор, профессор кафедры систем автоматизированного управления (САУ) Днепровского национального университета, Днепр, Украина, e-mail: zirka@email.dp.ua;
- МОРОЗ Ю.И.** канд. техн. наук, доцент, доцент кафедры САУ Днепровского национального университета, Днепр, Украина, e-mail: yuriy\_moroz@i.ua;
- АРТУРИ Ц.М.** профессор кафедры электроники, информации и биоинженерии Миланского политехнического института, Милан, Италия, e-mail: cesaremario.arturi@polimi.it;

**Цель работы.** Показать неадекватность традиционной Т-образной схемы замещения трансформатора в режимах с насыщением магнитопровода. Указать на необоснованность разделения индуктивности рассеяния трансформатора на компоненты. Объяснить необходимость применения П-образной схемы замещения и ее структуру в случае трансформатора с двумя и тремя обмотками конечной радиальной толщины.

**Методы исследования.** Анализ магнитных полей в окне трансформатора и моделирование переходных процессов в схемах замещения трансформатора посредством препроцессора ATPDraw программы ATP.

**Полученные результаты.** Показана необоснованность широко известной Т-образной схемы замещения трансформатора. Отмечены отличия процессов в стержнях и ядрах трансформатора при его включении на сеть и при коротких замыканиях обмоток. Предложены схемы замещения трансформатора с двумя и тремя обмотками конечной толщины, воспроизводящие эти отличия.

**Научная новизна.** Констатируется отсутствие физического смысла в разделении индуктивности рассеяния трансформатора на компоненты. Показаны преимущества П-образной схемы замещения при расчете бросков тока намагничивания, сопровождающих включение трансформатора со стороны внутренней и внешней обмоток.

**Практическая ценность.** Отмечена теоретическая несостоятельность и практическая непригодность Т-образной схемы замещения для расчета режимов, сопровождаемых насыщением магнитопровода. Показаны преимущества Т-образной схемы замещения.

**Ключевые слова:** трансформатор; схемы замещения; индуктивности рассеяния; токи включения.

### I. ВВЕДЕНИЕ

Моделирование цепей, содержащих трансформаторы, производится с использованием их схем замещения (СЗ). Для режимов, без насыщения магнитопровода (МП) трансформатора, структура и параметры различных СЗ обычно не вызывают вопросов, а применение Т-, Г- или П-образных СЗ дает идентичные результаты. Дискуссии по поводу СЗ возникают при анализе режимов, при которых отдельные участки магнитопровода достигают насыщения. Отличие процессов в стержнях и ядрах потребовало переосмысления таких привычных, но бессмысленных в своей сущности понятий как индуктивности рассеяния отдельных обмоток [1], [2], что потребовало пересмотра привычной Т-образной СЗ [3], [4], [5]. Настоящая статья напоминает об отсутствии физического смысла у Т-образной СЗ и объясняет преимущества П-образной схемы замещения трансформатора с концентрическими обмотками.

### II. АНАЛИЗ ИССЛЕДОВАНИЙ И ПУБЛИКАЦИЙ

Несмотря на давнюю историю вопроса [1], [2] и, в частности, нескольких обстоятельных дискуссий в

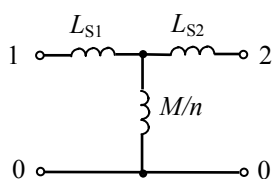
журнале "Электричество" (см. [6], [7] и статьи в № 9 за 1983 г.), *неправомерное* понятие об "индивидуальных" индуктивностях рассеяния обмоток трансформатора широко используется в отечественных и зарубежных публикациях. К сожалению, авторы многих публикуемых статей с историей вопроса не знакомы, а о потенциальных ошибках, вызванных применением неадекватных СЗ трансформатора, не задумываются.

### III. ЦЕЛЬ РАБОТЫ

Целью настоящей статьи является простое объяснение структуры схем замещения трансформатора с концентрическими обмотками, которые охватывают режимы с глубоким насыщением магнитопровода. Показан метод учета толщины обмоток в моделях двух- и трехобмоточных трансформаторов с концентрическими обмотками.

### IV. Т-ОБРАЗНАЯ СХЕМА ЗАМЕЩЕНИЯ ТРАНСФОРМАТОРА И ЕЕ НЕДОСТАТКИ

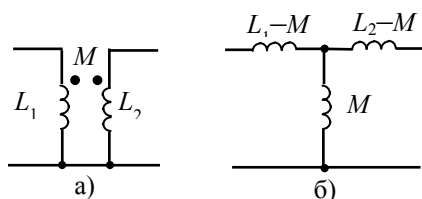
Наиболее известной схемой замещения однофазного двухобмоточного трансформатора с концентрическими обмотками является Т-образная цепь (схема Штейнмеца), показанная на рис. 1.



**Рисунок 1.** Традиционная (Т-образная) схема замещения трансформатора с двумя обмотками

Для использования сопоставимых величин параметры схемы приведены к числу витков  $w_1$  внутренней обмотки. При  $w_2$  витках в наружной обмотке и коэффициенте трансформации  $n = w_2/w_1$  продольные индуктивности  $L_{S1}$  и  $L_{S2}$  схемы определяются соотношениями  $L_{S1} = L_1 - M/n$  и  $L_{S2} = L_2/n^2 - M/n$ . Для краткости и в связи с их незначительным влиянием в мощных трансформаторах, активные сопротивления обмоток  $r_1$  и  $r_2/n^2$  на схеме не показаны.

Очевидно, что схема на рис. 1 восходит к *линейной* цепи на рис. 2а, катушки которой характеризуются собственными индуктивностями  $L_1$ ,  $L_2$  и взаимной индуктивностью  $M$ . После "развязывания" магнитно-связанных цепей на рис. 2а [8, с. 127], схема замещения *линейного* трансформатора приобретает вид Т-образной структуры, показанной на рис. 2б.



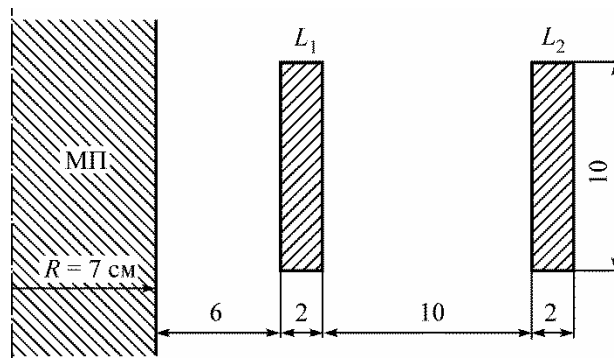
**Рисунок 2.** а) Магнитно-связанные катушки; б) схема замещения, полученная путем "развязывания"

Неправомерность объяснения структуры нелинейной СЗ на рис. 1 в терминах, относящихся к линейным цепям на рис. 2, состоит в неприменимости принципа суперпозиции к нелинейным магнитным цепям. Это делает невозможным измерение и раздельный расчет индуктивностей  $L_{S1}$  и  $L_{S2}$  [1], [2].

Кроме того, схема с одной индуктивностью намагничивания, например цепь на рис. 1, не позволяет воспроизвести различную степень насыщения стержней и ярм при коротком замыкании наружной и внутренней обмоток, а также отличие бросков тока намагничивания (имеются в виду их приведенные значения) при подключении трансформатора со стороны этих обмоток.

Несмотря на сказанное, все же рассчитаем величины  $L_{S1}$  и  $L_{S2}$  для двух *коаксиальных* катушек, находящихся на воздухе ( $\mu=1$ ), а затем проследим изменение этих индуктивностей и их суммы,  $L_S = L_{S1} + L_{S2}$ , для случаев, когда катушки надеваются на цилиндрический магнитопровод с относительной магнитной проницаемостью  $\mu$ . Для упрощения, рассмотрим *одновитковые* катушки, показанные на рис. 3. В допол-

нение к размерам катушек, взятым из [9, с. 377], считаем, что радиус  $R$  вносимого непроводящего МП равен 7 см.



**Рисунок 3.** К расчету "индуктивностей рассеяния" обмоток в присутствии магнитопровода (МП) с заданной магнитной проницаемостью

При  $\mu=1$ , то есть при отсутствии МП, индуктивности  $L_1$ ,  $L_2$  и  $M$  могут быть рассчитаны по алгоритму [10]. При  $\mu > 1$  может быть использован метод, описанный в [11]. Результаты расчетов по [10] и [11] представлены в таблице 1. Соответствующие значения  $L_{S1} = L_1 - M$ ,  $L_{S2} = L_2 - M$  и  $L_S = L_{S1} + L_{S2}$  сведены в таблицу 2.

**Таблица 1.** Индуктивности обмоток (мкГн)

$\mu$	$L_1$	$L_2$	$M$
1	0.312	0.773	0.160
10	1.048	1.415	0.835
100	6.262	6.491	5.970
1000	52.201	52.349	51.866
10000	491.355	491.466	491.001

**Таблица 2.** Индуктивности рассеяния (мкГн)

$\mu$	$L_{S1}$	$L_{S2}$	$L_S$
1	0.152	0.613	0.765
10	0.212	0.579	0.791
100	0.292	0.521	0.813
1000	0.335	0.484	0.819
10000	0.354	0.466	0.820

Как следует из таблицы 2, с ростом  $\mu$  индуктивность рассеяния обмоток  $L_S$  немного возрастет (примерно на 7%), а расчетное значение  $L_{S1}$  увеличивается за счет уменьшения  $L_{S2}$ .

Представленный (физически бессмысленный) расчет иллюстрирует заключение [1] о невозможности "полной согласованности между различными методами (оценки  $L_{S1}$  и  $L_{S2}$ ) из-за различной проницаемости сердечника при различных плотностях магнитного потока. Различные плотности потока (различная проницаемость) весьма ощутимо влияют на разделение реактивного сопротивления, даже если они не могут существенно повлиять на общее реактивное сопротивление".

В условиях отсутствия физически обоснованного метода определения  $L_{S1}$  и  $L_{S2}$  чаще всего используется распространенное эмпирическое правило (rule of thumb), согласно которому индуктивность  $L_S$  распределяется между  $L_{S1}$  и  $L_{S2}$  поровну. Как будет показано ниже, шагом к исправлению этого "правила" стало уточнение, согласно которому "большая часть полного сопротивления рассеяния, 75% - 90%, должна быть размещена на стороне внешней обмотки" [12].

Как будет показано ниже, упомянутую долю следует увеличить до 100%, то есть всю индуктивность  $L_S$  следует размещать на стороне внешней обмотки. При этом отпадает вопрос о разделении  $L_S$  на компоненты и появляется обоснованная возможность введения ветви намагничивания, представляющей ярмо магнитопровода.

**V. П-ОБРАЗНАЯ СХЕМА ЗАМЕЩЕНИЯ ТРАНСФОРМАТОРА**

Для объяснения структуры СЗ, охватывающей режимы с насыщением участков МП, рассмотрим методику оценки токов включения трансформатора. Постоянный интерес к этой теме в литературе объясняется тем обстоятельством, что пиковые значения токов включения мощного трансформатора могут в сотни раз превышать токи холостого хода в номинальном режиме [13].

При включении трансформатора на сеть или подключении к генератору, стержень МП может достигать очень глубокого насыщения. При этом индукция в стержне и прилегающем воздушном пространстве может достигать значений порядка 3 Тл и выше. Причиной является тот факт, что стержень находится в "трубке", ограниченной обмоткой намагничивания. Безотносительно к степени насыщения стержня, никакая часть его потока за пределы трубки не выходит. Насыщение же ярм (они включают боковые ветви МП) остается умеренным в том смысле, что индукция в ярмах не превышает обычно 2 Тл. Это объясняется тем, что по мере насыщения ярм магнитная проницаемость их материала приближается к проницаемости вакуума ( $\mu_0$ ), вследствие чего возникают шунтирующие магнитные потоки (потоки  $\Phi'_0$  и  $\Phi''_0$  на рис. 4а), воздушные пути которых имеют меньшую длину, чем длина насыщающихся ярм. Таким образом, шунтирующие потоки  $\Phi_0$  разгружают ярма от дальнейшего насыщения.

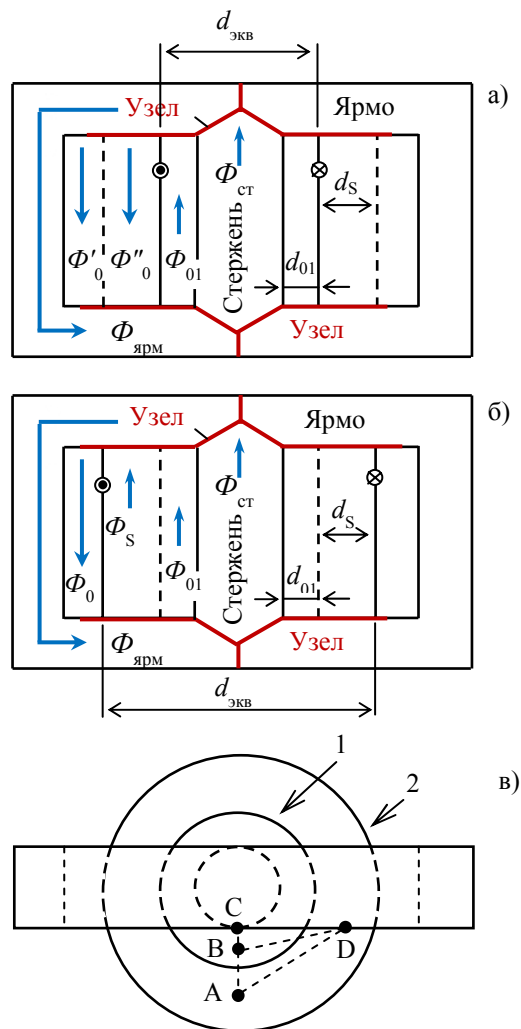
Описанные особенности насыщения МП лежат в основе аналитических оценок бросков тока включения [13], [14], [15]. При выводе соответствующих аналитических выражений считается, что индуктивность трансформатора с ненасыщенным МП бесконечно велика, а в момент насыщения стержня ее значение уменьшается до значения:

$$L_{нас} = \frac{\mu_0 w^2}{h} \times \frac{\pi d_{эКВ}^2}{4} \tag{1}$$

Здесь  $w$  и  $h$  – число витков и высота возбуждаемой обмотки, а ее эквивалентный диаметр  $d_{эКВ}$  определяется диаметром среднего витка [15] или находится как  $d_{эКВ} = d_{вн} + 2b/3$  [13], где  $d_{вн}$  – внутренний диаметр обмотки, а  $b$  – ее толщина.

Хотя значения  $h$  и  $d_{эКВ}$ , рекомендуемые в разных источниках, могут несколько отличаться, общим для них является то, что (1) не учитывает присутствия ярм. Это означает, что (1) относится к обмотке, охватывающей полностью насыщенный стержень, находящийся между двумя ненасыщенными ярмами [4], [13].

**Подключение трансформатора со стороны внутренней обмотки 1.** При ненагруженной наружной обмотке 2 (ее пунктирное изображение на рис. 4а подчеркивает отсутствие влияния этой обмотки), эквивалентным диаметром  $d_{эКВ}$  является диаметр тонкой внутренней обмотки.



**Рисунок 4.** Магнитная цепь с двумя тонкими концентрическими обмотками

При насыщении стержня обмотка с диаметром  $d_{эКВ}$  охватывает также канал 0-1 между внутренней

обмоткой и стержнем. Наличие канала 0-1 определяется необходимостью обеспечить надлежащую изоляцию между обмоткой 1 и стальной заземленной стержня, а ширина расчетного канала  $d_{01}$  учитывает объем всего немагнитного материала, охваченного внутренней обмоткой. Этот объем определяется, в частности, тем, что сечение стержня представляет собой ступенчатую фигуру, площадь которой меньше площади, описывающей его окружности. Кроме того, стержень шихтуется из листов стали с коэффициентом заполнения, не превышающим 0.95-0.97. Таким образом, индуктивность  $L_{нас}$ , определяемая (1), образуется индуктивностью насыщенного стержня  $L_{ст}$  и индуктивностью  $L_{01}$ , характеризующей канал 0-1.

Важно заметить, что ширина канала рассеяния  $d_s$ , и, следовательно, индуктивность  $L_s$  в рассмотрении процессов не участвуют и на бросок тока не влияют. Если же расчет тока включения производится по схеме на рис. 1, то контур тока со стороны зажимов 1 - 0 внутренней обмотки будет включать излишнюю индуктивность  $L_{s1}$  и расчетное значение тока окажется заниженным.

Обсуждая положение узлов магнитной цепи, следует обратить внимание, что в отличие от плоской структуры МП, где продольные оси стержней и ярм лежат в одной плоскости, потоки  $\Phi_{01}$ ,  $\Phi_s$  и  $\Phi_0$  текут в цилиндрических трубках и точками их соединения (узлами магнитной цепи) логично считать точки, находящиеся на оси стержня. Известной альтернативой является размещение верхнего и нижнего узлов около середины соответствующих ярм (напротив оси канала рассеяния) [16]. Очевидно, что такое размещение узлов было сделано на основании фронтальной проекции МП, не учитывающей *пространственный* характер потоков  $\Phi_{01}$ ,  $\Phi_s$  и  $\Phi_0$ . Как можно видеть из рис. 4в, кратчайшими путями замыкания вертикальных потоков, выходящих из точек А и В, являются отрезки АС и ВС, но не отрезки АД и ВД, ведущие к середине ярма.

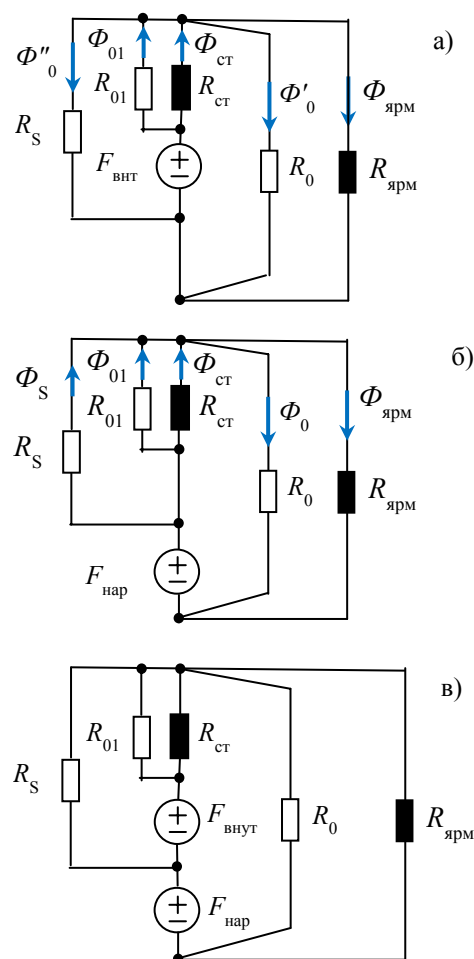
В принципе, ярма МП можно разбить на участки и ввести на них соответствующее число дополнительных узлов. Примером такой схемы является многоэлементная модель (МЭМ) трансформатора, рассмотренная в [17]. Однако анализ, проведенный в [17], не выявил существенных преимуществ МЭМ перед схемой с двумя узлами.

**Подключение трансформатора со стороны наружной обмотки 1 (рис. 4б).** При ненагруженной внутренней обмотке окружность с диаметром  $d_{эКВ}$  охватывает также и канал рассеяния  $d_s$ . Таким образом, индуктивность  $L_{нас}$  определяется суммой  $L_{ст} + L_{01} + L_s$ . Поэтому, в отличие от модели на рис. 1, индуктивность  $L_s$  должна быть *полностью* отнесена к наружной обмотке.

**Магнитная и электрическая схемы замещения трансформатора.** Рассмотренные выше пути магнитных потоков удобно представить с использо-

ванием магнитных цепей трансформатора, показанных на рис. 5.

Элементы с заливкой представляют гистерезисные магнитные сопротивления стержня ( $R_{ст}$ ) и ярма ( $R_{ярм}$ ), а элементы без заливки обозначают *линейные* магнитные сопротивления путей потоков в воздухе (индексы у  $R_{01}$ ,  $R_s$  и  $R_0$  совпадают с индексами соответствующих магнитных потоков). Случаю возбуждения внутренней и внешней обмоток, представленным на рис. 4а и 4б, соответствуют магнитные схемы замещения, показанные на рис. 5а и 5б, где  $F_{внут}$  и  $F_{нар}$  – магнитодвижущие силы (МДС) обмоток. Очевидно, что *результатирующая* схема замещения магнитной цепи трансформатора (схема с двумя МДС) имеет вид, показанный на рис. 5в [18].



**Рисунок 5.** Магнитные схемы замещения двухобмоточного трансформатора при питании а) внутренней, б) наружной, в) внутренней и наружной обмоток

Чтобы объединить магнитную модель трансформатора с электрическими компонентами внешней цепи, схема на рис. 5в преобразуется в ее электрический эквивалент. Это делается с использованием принципа дуальности [19], согласно которому параллельное

соединение магнитных компонент конвертируется в последовательное соединение их электрических аналогов, магнитные сопротивления становятся индуктивностями, а источники МДС заменяются, говоря формально, источниками тока [19]. Относительно узлов и контуров сохраняются правила дуальных преобразований, известные из теории электрических цепей [8, с. 132]. Применяя эти правила к магнитной цепи на рис. 5в, приходим к ее электрическому эквиваленту, включенному между идеальными трансформаторами ИТ<sub>1</sub> и ИТ<sub>2</sub> на рис. 6. Упомянутые выше источники тока эквивалентируются источниками напряжений  $U_{\text{внут}}$  и  $U_{\text{нар}}$  и активными сопротивлениями обмоток  $r_1$  и  $r_2$ . Единичный коэффициент трансформации у ИТ<sub>1</sub> указывает на то, что параметры СЗ приведены к виткам внутренней обмотки.

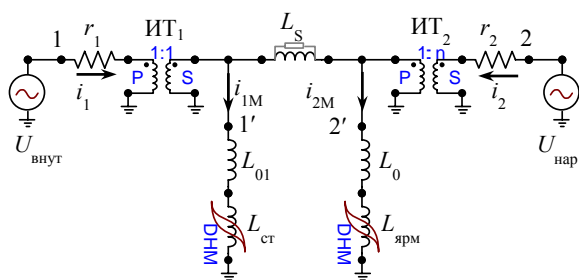


Рисунок 6. П-образная СЗ трансформатора

Схема замещения на рис. 6 построена с использованием графического препроцессора ATPDraw для программы АТР [20]. Стержень и ярмо трансформатора представлены на схеме элементами ДНМ (Dynamic Hysteresis Model), реализующими, начиная с 2020 года, динамическую модель гистерезиса (ДМГ). Принцип ДМГ описан в [21] и [22], а метод ее реализации в программе АТР объясняется в [23] и [24]. Особенностью ДМГ является наличие у каждого материала из ее библиотеки кривой намагничивания, достигающей глубокого насыщения [18, Fig.4]. Конечный сегмент такой статической кривой (он находится, обычно, на уровне 1.96-2.06 Тл) имеет наклон  $\mu_0$ . Такое устройство ДМГ-индукторов обуславливает наличие в модели линейных индуктивностей  $L_{01}$  и  $L_0$ , которые в других П-моделях могут включаться в состав ветвей намагничивания, то есть объединяться с нелинейными индуктивностями  $L_{\text{ст}}$  и  $L_{\text{ярем}}$ , представляющими процессы в стали. Значения индуктивностей  $L_{01}$  и  $L_0$  могут быть выбраны так, чтобы обеспечить обратимость модели [18], то есть ее способность воспроизводить измеренные броски токов, при включении трансформатора со стороны внутренней и внешней обмоток. Заметим, что индуктивность  $L_{01}$  характеризует сравнительно "тесный" [5] пристержневой канал 0-1, в то время как "канал" с внеобмоточным потоком  $\Phi_0$  не имеет четко выраженных физических границ, характеризуется значительно большим сечением и, следовательно, большей индуктивностью  $L_0$ . Например, у 222 МВА однофазного трансформа-

тора, рассмотренного в [18], значение  $L_0$  (17.287 мГн) в 63 раз больше, чем  $L_{01}$  (0.272 мГн), что делает ветвь намагничивания наружной обмотки *маломощной* [4].

То обстоятельство, что  $L_0 \gg L_{01}$  обуславливает большую крутизну вебер-амперной характеристики (ВАХ) ветви намагничивания наружной обмотки (обычно обмотки высшего напряжения, ВН) по сравнению с наклоном ВАХ внутренней обмотки (обмотки низшего напряжения, НН) [4], [5]. Подобное соотношение наклонов ВАХ имеет место не только для отдельно взятых ветвей, но и для ВАХ трансформатора в целом, рассчитанных со стороны наружной и внутренней обмоток. Сказанное иллюстрируется кривыми на рис. 7, рассчитанными для трансформатора в [18].

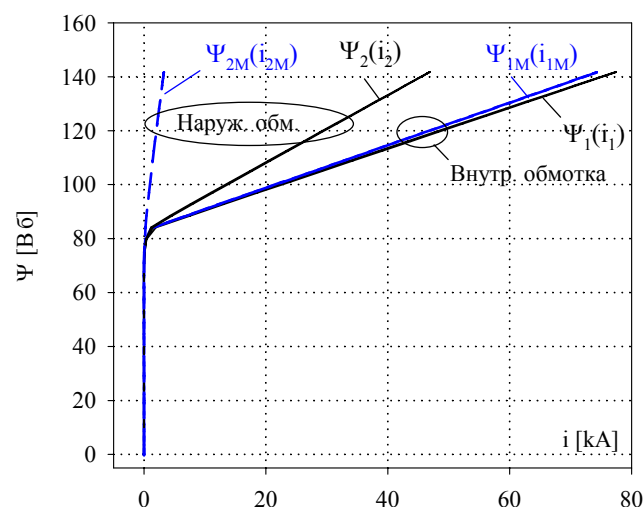


Рисунок 7. ВАХ ветвей намагничивания и трансформатора в целом

Пунктирные зависимости  $\Psi_{1M}(i_{1M})$  и  $\Psi_{2M}(i_{2M})$  являются ВАХ внутренней и наружной ветвей намагничивания, соответственно. Сплошные кривые  $\Psi_1(i_1)$  и  $\Psi_2(i_2)$  представляют собой ВАХ, рассчитанные со стороны зажимов НН и ВН трансформатора. ВАХ  $\Psi_{1M}(i_{1M})$  и  $\Psi_1(i_1)$  рассчитаны при подключении к генератору *внутренней* обмотки (наружная обмотка считалась при этом разомкнутой). Кривые  $\Psi_{2M}(i_{2M})$  и  $\Psi_2(i_2)$  рассчитаны для случая, когда к тому же генератору подключается *наружная* обмотка, а внутренняя обмотка трансформатора разомкнута. Идеальный трансформатор ИТ<sub>2</sub> в этом режиме заменяется трансформатором ИТ<sub>1</sub>, а для получения наибольших бросков тока напряжение генератора в момент коммутации переходит через ноль. Потокосцепления находятся интегрированием потенциалов в точках 1 и 2 (для потокосцеплений  $\Psi_1$  и  $\Psi_2$ ) или потенциалов в точках 1' и 2' (для потокосцеплений  $\Psi_{1M}$  и  $\Psi_{2M}$ ).

## VI. СХЕМЫ ЗАМЕЩЕНИЯ ПРИ УЧЕТЕ ТОЛЩИНЫ ОМОТК

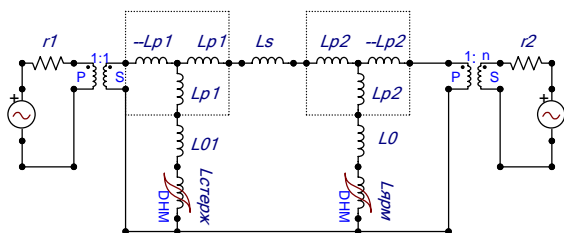
В первом приближении схема замещения на рис. 6 применима и к трансформатору с обмотками конечной радиальной толщины. При необходимости более

детального моделирования процессов в стержнях и ярмах МП, схему можно дополнить тройками индуктивностей  $L_{p1}$  и  $L_{p2}$ , показанными на рис. 8.

При приведении параметров схемы к числу витков  $w_1$  внутренней обмотки значения  $L_{p1}$  и  $L_{p2}$  найдутся как:

$$L_{p1(2)} = \frac{\mu_0 w_1^2}{h} p_{1(2)} \frac{b_{1(2)}}{6}, \quad (2)$$

где  $b_{1(2)}$  – толщина, а  $p_{1(2)}$  – периметр внутренней (внешней) обмотки.



**Рисунок 8.** СЗ трансформатора при учете толщины обмоток

Использование индуктивностей  $L_{p1}$  на стороне внутренней обмотки и аналогичных индуктивностей у зажимов остальных обмоток многообмоточного трансформатора было описано в [25]. Одновременно, в 2016 году, но в других обозначениях, индуктивности типа  $L_{p1}$  были использованы в [26, рис. 2]. Заметим, что такой метод учета толщины обмоток был описан в [3], а еще ранее – в статьях [27] и [28], на которые авторы [3] и [26] не ссылаются.

При введении индуктивностей  $L_{p1}$  и  $L_{p2}$ , то есть при использовании СЗ на рис. 8, ее индуктивности  $L_{01}$  и  $L_0$  должны быть пересчитаны [29]. Это ведет к изменению наклонов ВАХ ветвей намагничивания, однако ВАХ трансформатора и броски токов включения на стороне обеих обмоток остаются неизменными.

**Схема замещения трехобмоточного трансформатора.** Как показано в [29], упомянутые индуктивности  $L_p$  можно обнаружить и в широко известной трехлучевой СЗ трехобмоточного трансформатора. Индуктивности  $L_1, L_2$  и  $L_3$  лучей такой схемы выражаются через попарные индуктивности рассеяния обмоток, то есть  $L_{S12}, L_{S23}$  и  $L_{S13}$ . Например, индуктивность ветви, соединяющей центральную точку схемы и зажим 2 средней обмотки, находится как:

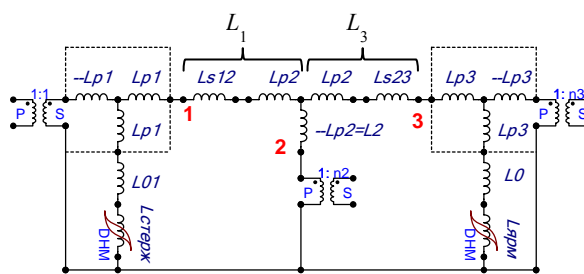
$$L_2 = \frac{L_{S12} + L_{S23} - L_{S13}}{2}. \quad (3)$$

Известно, что индуктивность рассеяния  $L_{S13}$  между внутренней обмоткой 1 и внешней обмоткой 3 трансформатора с концентрическими обмотками всегда превышает сумму индуктивностей рассеяния  $L_{S12}$  и  $L_{S23}$  между смежными обмотками. Вследствие этого, величина  $L_2$ , рассчитанная по (3), – является отрицательной. Вслед за [30], в ряде работ объясняется, что неравенство  $L_{S13} > L_{S12} + L_{S23}$  обусловлено конечной толщиной  $b_2$  средней обмотки 2. Как показано в [29],

трехлучевая звезда в целом может быть представлена индуктивностями, включенными между зажимами 1, 2 и 3 на схеме рис. 9, которая и является схемой замещения трехобмоточного трансформатора.

Подставляя в (3), известные выражения для индуктивностей рассеяния [29], находим, что:

$$L_2 = -L_{p2} = -\frac{\mu_0 w_1^2}{h} p_2 \frac{b_2}{6}. \quad (4)$$



**Рисунок 9.** СЗ трехобмоточного трансформатора

Как и в модели двухобмоточного трансформатора, ветвь намагничивания стержня включается со стороны внутренней обмотки, а маломощная ветвь, представляющая ярмо, – со стороны наружной обмотки. Учет толщины обмоток в модели трехфазного трансформатора показан в [29].

### VII. ВЫВОДЫ

При сравнении Т- и П-образных СЗ следует оговорить режим работы трансформатора. Как отмечено в разделе 1, в режимах с ненасыщенным МП применение этих схем дает идентичные результаты. При насыщении МП прямое сравнение Т- и П-образных СЗ становится затруднительным, так как единственная ветвь намагничивания Т-образной СЗ не может отразить тот факт, что стержень (длиной  $l_1$  и напряженностью магнитного поля  $H_1$ ) и ярмо (с длиной  $l_2$  и напряженностью  $H_2$ ) насыщаются по-разному. Экспериментальное исследование процессов подключения ненагруженного трансформатора к сети показало, что "основная часть намагничивающей силы приходится на стержень" [4]. В расчете, проведенном в [31], максимальные падения магнитных напряжений в стержне ( $H_1 l_1$ ) и ярме ( $H_2 l_2$ ) составили, соответственно, 88% и 12% МДС обмотки ВН. Неразрешаемым вопросом для Т-образной СЗ является неопределенность в выборе расчетной длины магнитопровода. Вторым неясным фактором Т-образной СЗ является разделение индуктивностей  $L_s$  на составляющие (индуктивности  $L_{S1}$  и  $L_{S2}$  в схеме рис. 1). Обойти эти неопределенности и получить правильные броски тока для конкретного случая удается путем подбора наклона конечного участка кривой насыщения и положения ее "колена". Очевидно, что отличие кривых насыщения (кривых  $\Psi_2(i_2)$  и  $\Psi_1(i_1)$  на рис. 7), измеренных или рассчитанных со стороны различных обмоток, не позволяет считать такое решение универсальным, поскольку схема замещения трансформатора является элементом

цепи в целом и должна быть пригодной для моделирования любых режимов ее работы.

Распространение принципа обратимости на модель трехфазного пятистержневого трансформатора описано в [32], где глубокое поочередное насыщение стержней и ярм обусловлено геомагнитно индуцированными токами.

Введение в схему замещения индуктивностей  $L_{p1}$  и  $L_{p2}$  (с отрицательными индуктивностями у зажимов) позволяет воспроизвести характерные изменения индукции в стержне и ярме МП, наблюдаемые при коротком замыкании (КЗ) внутренней или внешней обмоток. Как указано в [33, с. 22, 92-94], при питании внутренней обмотки и замыкании внешней – индукция в стержне увеличивается до 105-115% от ее номинального значения в режиме холостого хода. При этом индукция в ярме падает до 5-10% от номинальной и сопровождается "опрокидыванием" фазы ("антипоток" по терминологии [26]). При питании внешней обмотки и замыкании внутренней процессы в стержне и ярме меняются местами. Более подробно, процессы при КЗ обмоток рассмотрены в [29].

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Boyajian A. Resolution of transformer reactances into primary and secondary reactances / A. Boyajian // Transactions AIEE. – 1925. P. 805–810. DOI: 10.1109/JAIEE.1925.6535234.
- [2] Correggiari F. On the splitting of short-circuit reactance of transformers / F. Correggiari // L’Elettrotecnica. – 1954. – № 1. – P. 2-13 (in Italian).
- [3] Лейтес Л.В. Схемы замещения многообмоточных трансформаторов / Л.В. Лейтес, А.М. Пинцов. – М.: Энергия, 1974. – 192 с.
- [4] Зихерман М.Х. Характеристики намагничивания мощных трансформаторов / М.Х. Зихерман // Электричество. – 1972. – № 3. – С. 79-82.
- [5] Зихерман М.Х. О рассеянии в трансформаторах / М.Х. Зихерман // Энергоэксперт. – 2014. – № 6. – С. 30-33.
- [6] Марквардт Е.Г. Индуктивности рассеяния обмоток трансформатора / Е.Г. Марквардт // Электричество. – 1936. – № 23. – С. 26-31.
- [7] Петров Г.Н. Об индуктивностях рассеяния обмоток трансформатора / Г.Н. Петров // Электричество. – 1936, № 23. – С. 31-32.
- [8] Бессонов Л.А. Теоретические основы электротехники. Электрические цепи / Л.А. Бессонов. – М.: Высшая школа, 1996. – 638 с.
- [9] Калантаров П.Л. Расчет индуктивностей. Справочная книга / П.Л. Калантаров, Л.А. Цейтлин. – Л.: Энергоатомиздат, 1986. – 488 с.
- [10] Fawzi T. H. The accurate computation of self and mutual inductances of circular coils / T.H. Fawzi, P.E. Burke // IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems. – 1978. – Vol. 97, № 2, – P. 464–468. DOI: 10.1109/TPAS.1978.354506.
- [11] Бунин А.Г. Расчет импульсных перенапряжений в обмотках трансформаторов с учетом влияния магнитопровода / А.Г. Бунин, Л. Н. Конторович // Электричество. – 1975. – № 7. – С. 50-54.
- [12] Martinez-Velasco J.A. Transformer modeling for low frequency transients – The state of the art / J.A. Martinez-Velasco, B.A. Mork // Int. Conf. Power Systems Transients – IPST 2003 in New Orleans, USA.
- [13] Лурье А.И. Процесс включения трансформатора на холостой ход и короткое замыкание / А.И. Лурье // Электротехника. – 2008. – № 2. – С. 2-18.
- [14] Kulkarni S.V. Transformer Engineering: Design and Practice / S.V. Kulkarni, S.A. Khaparde. – New York: Marcel Dekker, – 2004. – 468 p.
- [15] Chiesa N. Transformer model for inrush current calculations: Simulations, measurements and sensitivity analysis / N. Chiesa, B.A. Mork, H.K. Høidalen // IEEE Transactions on Power Delivery. – 2010. – Vol. 25. – № 4. – P. 2599–608. DOI: doi.org/10.1109/TPWRD.2010.2045518.
- [16] De Leon F. Comparing the T and  $\pi$  equivalent circuits for the calculation of transformer inrush currents / F. de Leon, A. Farazmand, P. Joseph // IEEE Transactions on Power Delivery. – 2012. – Vol. 27. – № 4. – P. 2390-2398. DOI: 10.1109/TPWRD.2012.2208229.
- [17] Зирка С.Е. Топологические модели трансформатора / С.Е. Зирка, Ю.И. Мороз, Е.Ю. Мороз, А.Л. Тарчуткин // Электричество. – 2012. – № 10. – С. 33-42.
- [18] Zirka S.E. Topology-correct reversible transformer model / S.E. Zirka, Y.I. Moroz, C.M. Arturi, N. Chiesa, H.K. Høidalen // IEEE Transactions on Power Delivery. – 2012. – Vol. 27. – № 4, P. 2037-2045. DOI: 10.1109/TPWRD.2012.2205275.
- [19] Cherry E.C. The duality between interlinked electric and magnetic circuits and the formation of transformer equivalent circuits / E.C. Cherry // Proceedings of the Physical Society. – 1949. – В 62. P. 101–111. DOI: 10.1088/0370-1301/62/2/303.
- [20] <https://www.emtp.org>.
- [21] Зирка С.Е. Инверсная модель магнитного гистерезиса / С.Е. Зирка, Ю.И. Мороз, Е.Ю. Мороз // Техническая электродинамика. – 2010. – № 4. – С. 3-7.
- [22] Zirka S.E. Inverse hysteresis models for transient simulation / S.E. Zirka, Y.I. Moroz, R.G. Harrison, N. Chiesa // IEEE Transactions on Power Delivery. – 2014. – Vol. 29. – № 2. – P. 552-559. DOI: 10.1109/TPWRD.2013.2274530.
- [23] Zirka S.E. Implementation of inverse hysteresis model into EMTP — Part I: Static model / S.E. Zirka,

- Y.I. Moroz, N. Chiesa, R.G. Harrison, H.Kr. Høidalen // IEEE Transactions on Power Delivery. – 2015. – Vol. 30, № 5. P. 2224-2232. DOI: 10.1109/TPWRD.2015.2416201.
- [24] Zirka S.E. Implementation of inverse hysteresis model into EMTP – Part II: Dynamic model / S.E. Zirka, Y.I. Moroz, N. Chiesa, R.G. Harrison, H. Kr. Høidalen // IEEE Transactions on Power Delivery. – 2015. Vol. 30, № 5. – P. 2233–2241. DOI: doi.org/10.1109/TPWRD.2015.2416199.
- [25] Jazebi S. Duality derived transformer models for low-frequency electromagnetic transients—Part I: Topological models / S. Jazebi, S. E. Zirka, M. Lambert, A. Rezaei-Zare, N. Chiesa, Y. Moroz, X. Chen, M. Martinez-Duro, C. M. Arturi, E. P. Dick, A. Nangrang, R. A. Walling, J. Mahseredjian, J. A. Martinez, F. de León // IEEE Transactions on Power Delivery. – 2016, Vol. 31. – № 5, P. 2410-2419. DOI: 10.1109/TPWRD.2016.2517327.
- [26] Shakirov M.A.  $2nT$ -shaped equivalent circuit of a transformer comprising  $n$  windings / M.A. Shakirov // St. Petersburg Poly. Univ. Journal Eng. Sci. Techn. 2016. – 3(249) – P. 49-63. DOI: 10.5862/JEST.246.6.
- [27] Arturi C.M. Model of a highly saturated three-phase autotransformer with tertiary winding and five-limb core and analysis of a time-varying short-circuit transient / C.M. Arturi // European Transactions on Electrical Power. – 1994. – Vol. 4. – № 6. – P. 513-524. DOI: https://doi.org/10.1002/etep.4450040620.
- [28] Edelmann H. Descriptive determination of transformer equivalent circuits. Arch. elektr. Ubemagung 1959; 13, 253–61. (in German).
- [29] Zhao J. Structure and properties of the hybrid and topological transformer models / J. Zhao, S.E. Zirka, Y.I. Moroz, C.M. Arturi // Int. Journal of Electr. Power & Energy Systems. – 2020. –Vol. 118, 105785. doi.org/10.1016/j.ijepes.2019.105785.
- [30] Boyajian A. Theory of three-circuit transformers / A. Boyajian // J. AIEE – 1924. – Vol. 43: P. 345–355. https://doi.org/10.1109/JAIEE.1924.6535983.
- [31] Зирка С.Е. Моделирование переходных процессов в трансформаторе с учетом гистерезисных свойств магнитопровода / С.Е. Зирка, Ю.И. Мороз, Е.Ю. Мороз, А.Л. Гарчуткин // Техническая электродинамика. – 2010. – № 2 – С. 11-20.
- [32] Zirka S.E. Topological reversible model of three-phase five-limb transformer / S.E. Zirka, Y.I. Moroz, C.M. Arturi, J. Elovaara, M. Lahtinen. Electr Eng Power Eng. 2018; 3: С. 6–13.
- [33] Karsai K, Large power transformers / K. Karsai, D. Kerényi, L. Kiss.— New York: Elsevier; 1987, 614 p.

Стаття надійшла до редакції 15.02.2021

## ЩЕ РАЗ ПРО НЕПОДІЛЬНІСТЬ ІНДУКТИВНОСТІ РОЗСІЮВАННЯ ТРАНСФОРМАТОРУ

ЗИРКА С.Є.

д-р техн. наук, професор, професор кафедри систем автоматизованого управління (САУ) Дніпровського національного університету, Дніпро, Україна, e-mail: zirka@email.dp.ua;

МОРОЗ Ю.І.

канд. техн. наук, доцент, доцент кафедри САУ Дніпровського національного університету, Дніпро, Україна, e-mail: yuriy\_moroz@i.ua;

АРТУРІ Ц.М.

професор кафедри електроніки, інформації та біоінженерії Міланського політехнічного інституту, Мілан, Італія, e-mail: cesaremario.arturi@polimi.it;

**Мета роботи.** Показати неадекватність традиційної  $T$ -подібної заступної схеми трансформатора в режимах с насиченням його магнітопроводу. Вказати на необґрунтованість розподілу індуктивності розсіювання трансформатора на компоненти. Пояснити необхідність застосування  $\Pi$ -подібної заступної схеми у випадку трансформатора з двома і трьома обмотками скінченної радіальної товщини.

**Методи дослідження.** Аналіз магнітних полів у вікні трансформатора і моделювання перехідних процесів в заступних схемах трансформатора за допомогою препроцесора ATPDraw програми ATP.

**Отримані результати.** Показана необґрунтованість широко відомої  $T$ -подібної заступної схеми трансформатора. Відзначено відмінності процесів в стрижнях і ярах трансформатора при його включенні на мережу і при коротких замиканнях обмоток. Запропоновано заступні схеми трансформатора з двома і трьома обмотками кінцевої товщини, які відтворюють ці відмінності.

**Наукова новизна.** Констатовано відсутність фізичного сенсу в поділі індуктивності розсіювання трансформатора на компоненти. Показано переваги  $\Pi$ -подібної заступної схеми при розрахунку кидків струму на магнічування, які супроводжують включення трансформатора з боку внутрішньої і зовнішньої обмоток.

**Практична цінність.** Відзначено теоретична неспроможність і практична непридатність  $T$ -подібної заступної схеми для розрахунку режимів, що супроводжуються насичення магнітопроводу. Показано переваги  $T$ -подібної заступної схеми.

**Ключові слова:** трансформатор; заступні схеми; індуктивності розсіювання; токи включення.



## ONCE AGAIN ABOUT THE INDIVISIBILITY OF THE SCATTERED INDUCTANCE OF THE TRANSFORMER

ZIRKA S.E.	Professor of the Department of physics and technology of the Dnipro National University, Dnipro, Ukraine, e-mail: zirka@email.dp.ua;
MOROZ Y.I.	Ph.D., Associate professor of the Department of physics and technology of the Dnipro National University, Dnipro, Ukraine, e-mail: yuriy_moroz@i.ua;
ARTURI C.M.	Professor of the Department of electronics, information and bioengineering of the Politecnico di Milano, Milan, Italy, e-mail: cesaremario.arturi@polimi.it;

**Purpose.** The purpose of the article is to show the inadequacy of the traditional T-shaped equivalent circuit for modeling transformer operations with saturated core. The aim is to point out the unreasonableness of the separation of the transformer leakage inductance into components. The aim is also to explain the need to apply the  $\Pi$ -shaped transformer equivalent circuits to transformers with two and three windings with finite radial thickness.

**Methodology.** Analysis of magnetic fields in the transformer window and simulation of transient processes in equivalent circuits of the transformer using a preprocessor ATPDraw to the program ATP.

**Findings.** The unfoundedness of the well-known T-shaped transformer equivalent circuit is shown. Differences in the processes in the core legs and yokes when transformer is connected to the network and during short circuits of the windings are noted. Equivalent circuits of a transformer with two and three windings of finite thickness are proposed, reproducing these differences.

**Originality.** The absence of physical meaning in dividing the transformer leakage inductance into components is stated. The advantages of the  $\Pi$ -shaped equivalent circuit are shown when calculating inrush currents accompanying the transformer switching to the network on its inner and outer windings.

**Practical value.** We show theoretical insolvency and practical unsuitability of the T-shaped equivalent circuit for studying transformer operations accompanied by saturation of the magnetic circuit. Advantages of the  $\Pi$ -shaped equivalent circuit are clarified.

**Keywords:** transformer; equivalent circuits; leakage inductances; inrush currents

### REFERENCES

- [1] Boyajian, A. (1925). Resolution of transformer reactances into primary and secondary reactances, AIEE Transactions, 805–810. DOI: 10.1109/JAIEE.1925.6535234.
- [2] Correggiari, F. (1954) On the splitting of short-circuit reactance of transformers, L'Elettrotecnica, XLI, 1, P. 2–13 (in Italian).
- [3] Leites, L.V., Pintsov, A.M. (1974). Skhemy zameshcheniia mnogoobmotochnykh transformatorov. M. Energiia (in Russian).
- [4] Zikherman, M.Kh. (1972). Kharakteristiki namagnichivaniya moshchnykh transformatorov [Magnetization characteristics of large transformers], Elektrichestvo, 3, 79-82 (in Russian).
- [5] Zikherman, M.Kh. (2014). O rasseyanii v transformatorakh [On the transformer leakage]. Energoekspert, 6, 30-33 (in Russian).
- [6] Markvardt, E.G. (1936). Induktivnosti rasseyaniya obmotok transformatora [Leakage inductances of transformer windings]. Elektrichestvo, 23, 26-31 (in Russian).
- [7] Petrov, G.N. (1936). Ob induktivnostyakh rasseyaniya obmotok transformatora [On the leakage inductances of transformer windings]. Elektrichestvo, 23, 31-32 (in Russian).
- [8] Bessonov, L.A. (1996). Teoreticheskie osnovy elektrotehniki. Elektricheskie tsepi, M. Vysshaya shkola, 638 (in Russian).
- [9] Kalantarov, P.L., Tseitlin, L.A. (1986). Raschet induktivnostei. Spravochnaya kniga. Leningrad, Energoatomizdat, 488 (in Russian).
- [10] Fawzi, T.H., Burke, P.E. (1978). The accurate computation of self and mutual inductances of circular coils, IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, 97, 2, 464–468. DOI: 10.1109/TPAS.1978.354506.
- [11] Bunin, A.G., Kontorovich, L.N. (1975). Raschet impulsnykh perenapryazhenii v obmotkakh transformatorov s uchetom vliyaniya magnitoprovoda [Calculation of impulse overvoltages in transformer windings taking into account the influence of the magnetic circuit]. Elektrichestvo, 7, 50-54 (in Russian).
- [12] Martinez-Velasco J.A., Mork, B.A. (2003). Transformer modeling for low frequency transients – The state of the art. International Conf. Power Systems Transients – IPST 2003 in New Orleans, USA.
- [13] Lur'e, A.I. (2008). Protsess vklyucheniya transformatora na kholostoi khod i korotkoe zamykanie [Processes at turning on the transformer at idle and short circuit]. Elektrotehnika, 2, 2-18 (in Russian).
- [14] Kulkarni, S.V., Khaparde, S.A. (2004). Transformer engineering: Design and practice. New York: Marcel Dekker.
- [15] Chiesa, N, Mork, B.A., Høidalen, H.K. (2010).

- Transformer model for inrush current calculations: Simulations, measurements and sensitivity analysis. *IEEE Transactions on Power Delivery*, 25, 4, 2599–608. DOI: doi.org/10.1109/TPWRD.2010.2045518.
- [16] De Leon, F., Farazmand, A. and Joseph P. (2012). Comparing the T and  $\pi$  equivalent circuits for the calculation of transformer inrush currents. *IEEE Transactions on Power Delivery*, 27, 4, 2390-2398. DOI: 10.1109/TPWRD.2012.2208229.
- [17] Zirka S.E., Moroz Yu.I., Moroz E.Yu., Tarchutkin A.L. (2012). Topologicheskie modeli transformatora [Topological transformer models] *Elektrichestvo*, 10, 33-42 (in Russian)
- [18] Zirka, S.E., Moroz, Y. I., Arturi, C. M., Chiesa, N. and Høidalen, H.K. (2012). Topology-correct reversible transformer model. *IEEE Transactions on Power Delivery*, 27, 4, 2037-2045. DOI: 10.1109/TPWRD.2012.2205275.
- [19] Cherry, E.C. (1949). The duality between interlinked electric and magnetic circuits and the formation of transformer equivalent circuits. *Proceedings of the Physical Society*, B, 62, 101–111.
- [20] <https://www.emtp.org>.
- [21] Zirka S.E., Moroz Yu.I., Moroz E.Yu. (2010). Inversnaya model magnitnogo gisterezisa [Inverse model of magnetic hysteresis]. *Tekhnicheskaya elektrodinamika*, 4, 3-7 (in Russian).
- [22] Zirka, S.E., Moroz, Y.I., Harrison, R. G., Chiesa, N. (2014). Inverse hysteresis models for transient simulation. *IEEE Transactions on Power Delivery*, 29, 2, 552-559. DOI: 10.1109/TPWRD.2013.2274530.
- [23] Zirka, S.E., Moroz, Y.I., Chiesa, N, Harrison, R.G., Høidalen, H.Kr. (2015). Implementation of inverse hysteresis model into EMTP —Part I: Static model. *IEEE Transactions on Power Delivery*, 30, 5, 2224-2232. DOI: 10.1109/TPWRD.2015.2416201.
- [24] Zirka, S.E., Moroz Y.I., Chiesa N., Harrison R.G., Høidalen H.Kr. (2015). Implementation of inverse hysteresis model into EMTP – Part II: Dynamic model. *IEEE Transactions on Power Delivery*, 30, 5, 2233–2241. DOI: doi.org/10.1109/TPWRD.2015.2416199.
- [25] Jazebi, S., Zirka, S.E., Lambert, M., Rezaei-Zare, A., Chiesa, N., Moroz, Y., Chen, X., Martinez-Duro, M., Arturi, C.M., Dick, E.P., Narang, A., Walling, R.A., Mahseredjian, J., Martinez, J.A., de León, F. (2016). Duality derived transformer models for low-frequency electromagnetic transients—Part I: Topological models, *IEEE Transactions on Power Delivery*, 31, 5, 2410-2419. DOI: 10.1109/TPWRD.2016.2517327.
- [26] Shakirov, M.A. (2016).  $2n$ T-shaped equivalent circuit of a transformer comprising  $n$  windings. *St. Petersburg Polytechnic University Journal of Engineering Sciences and Technology*. 3(249), 49-63. DOI: 10.5862/JEST.246.6.
- [27] Arturi, C.M. (1994). Model of a highly saturated three-phase autotransformer with tertiary winding and five-limb core and analysis of a time-varying short-circuit transient, *European Transactions on Electrical Power*, 4, 6, 513-524. DOI: <https://doi.org/10.1002/etep.4450040620>.
- [28] Edelmann, H. (1959). Descriptive determination of transformer equivalent circuits. *Arch. elektr. Ubemagung* 13, 253–261 (in German).
- [29] Zhao, J., Zirka, S.E., Moroz, Y.I., Arturi, C.M. (2020). Structure and properties of the hybrid and topological transformer models, *International Journal of Electrical Power & Energy Systems*, 118, 105785. DOI: doi.org/10.1016/j.ijepes.2019.105785.
- [30] Boyajian, A. (1924). Theory of three-circuit transformers. *Journal AIEE*; 43, 4, 345–355. DOI: <https://doi.org/10.1109/JAIEE.1924.6535983>.
- [31] Zirka S.E., Moroz Yu.I., Moroz E.Yu., Tarchutkin A.L. (2010). Modelirovanie perekhodnykh protsessov v transformatore s uchetom gisterezisnykh svoystv magnitoprovoda [Modeling of transformer transients taking into account hysteresis properties of the core. *Tekhnicheskaya elektrodinamika*. 2, 11-20 (in Russian).
- [32] Zirka, S.E., Moroz, Y.I., Arturi, C.M., Elovaara, J., Lahtinen, M. (2018). Topological reversible model of three-phase five-limb transformer. *Electrical Engineering and Power Engineering*. 3, 6–13. DOI: 10.15588/1607-6761-2018-3-1.
- [33] Karsai, K, Kerényi, D, Kiss, L. (1987). Large power transformers. New York: Elsevier, 614.