

МЕТОДИКА МОДЕЛЮВАННЯ СТАЛОГО ТЕПЛОВОГО РЕЖИМУ СТРУМОПРОВІДНИХ СИСТЕМ ЕЛЕКТРИЧНИХ ТА ЕЛЕКТРОННИХ АПАРАТІВ

- БЛИЗНЯКОВ О.В. канд. техн. наук, доцент, доцент кафедри «Електричні та електронні апарати» НУ «Запорізька політехніка», Запоріжжя, Україна, ORCID: <https://orcid.org/0009-0004-0927-3846>, e-mail: blizn1953@gmail.com;
- ЗІНОВКІН В.В. д-р техн. наук, професор, професор кафедри «Електропривод та автоматизація промислових установок» НУ «Запорізька політехніка», Запоріжжя, Україна, ORCID: <https://orcid.org/0009-0000-7667-0658>, e-mail: znvvv@ukr.net;
- БЛИЗНЯКОВ Д.О. аспірант кафедри «Електричні машини» НУ «Запорізька політехніка», Запоріжжя, Україна, ORCID: <https://orcid.org/0009-0000-1535-9524>, e-mail: adndouble@gmail.com

Мета роботи. Розробити методику побудови моделей стаціонарного теплового режиму струмопровідних систем електричних апаратів, а також пристроїв силової електроніки та перетворювальної техніки.

Методи дослідження. Розробка методики проведена з використанням методів аналізу та синтезу струмоведучих систем апаратів, а також класичних методів вирішення диференціальних рівнянь.

Отримані результати. Аналіз структури струмоведучих систем реальних електричних та електронних апаратів показав, що вони містять певний набір характерних струмоведучих елементів, а саме: провідники з постійним поперечним перерізом (стрижні певної довжини або напівбезкінечні); контакти різних типів, силові напівпровідникові прилади. Ці елементи мають певну математичну модель, яка встановлює їх граничні параметри: температури та теплові потоки у стаціонарному тепловому режимі. Використовуючи властивість безперервності температурного поля є можливість побудувати математичну модель струмоведучої системи досить складної структури, яка містить вказані вище струмоведучі елементи. Надано приклад побудовання теплової моделі контактної системи вибірника пристрою регулювання напруги трансформатора.

Наукова новизна. Розроблено методику побудови математичних моделей стаціонарного теплового режиму струмопровідних систем апаратів, які містять різні струмопровідні елементи: провідники, контакти та силові напівпровідникові прилади.

Практична цінність. Запропонована методика дозволяє побудувати математичну модель струмопровідної системи апарата, яка, у свою чергу, дає можливість визначити її стаціонарний тепловий режим з урахуванням конфігурації системи.

Ключові слова: струмопровідна система; тепловий режим; струмопровідний елемент; нагрівання; перевищення температури; тепловий потік.

І. ВСТУП

Відомо, що струмопровідні системи електричних та електронних апаратів мають, як правило, складну і неоднорідну в тепловому відношенні структуру. Струмопровідний контур комутаційного апарату містить зазвичай кілька провідників, які відрізняються геометричними параметрами (довжина, поперечний переріз), матеріалом, і, відповідно, умовами виділення теплової енергії та розсіювання її в навколишнє середовище. Струмопровідний контур комутаційного апарату містить також комутуючі контакти і контактні з'єднання. Системи силової електроніки та перетворювальної техніки, включаючи безконтактні (напівпровідникові) комутаційні апарати, містять силові напівпровідникові прилади (СНП), які, як відомо, є концентрованими (зосередженими в невеликих обсягах) джерелами теплової енергії і, відповідно, вимагають спеціальних систем охолодження.

У той же час, у практиці проектування струмопровідних систем силового електричного та електронного обладнання апаратів аналіз теплових режимів у

номінальному режимі проводять, використовуючи найпростіші моделі. Однією з таких моделей є струмопровідна система, що складається з двох напівбезкінечних стрижнів, що контактують торцевими поверхнями [1]. При проектуванні силових електронних апаратів визначення теплового режиму силових напівпровідникових приладів найчастіше проводять з урахуванням лише теплового опору охолоджувачів (радіаторів) [2]. При цьому не враховується передача тепла у струмоведучі частини, що не зовсім правильно відображає фізичну модель теплового режиму.

Такі моделі не враховують неоднорідність струмопровідної системи і можуть використовуватись лише для попередніх розрахунків, що проводяться на ранніх стадіях проектування обладнання (вибір контактної напруги, матеріалу струмопровідних частин, їх розмірів, параметрів охолоджувачів для СНП тощо). На пізніших стадіях проектування, коли здійснюється розробка робочих креслень деталей і вузлів, виготовлення та випробування макетів та дослідних зразків апарату, потрібні моделі, що враховують стру-

ктуру та, відповідно, неоднорідність струмопровідної системи. На цих етапах, як правило, вносяться певні зміни до конструкції струмопровідної системи (без зміни її структури), які можуть призвести до істотної зміни її теплового режиму. Відповідно, проводяться багаторазові випробування на нагрів у номінальному режимі, які є дуже витратними як за часом, так і за фінансовими ресурсами, що призводить до значних економічних втрат і, зрештою, можуть виявитися не-ефективними.

Отже, вельми корисним може бути поєднання випробувань макетів на нагрів (у номінальному режимі) і проведення перевірочних розрахунків з використанням моделі, що максимально враховує структуру струмопровідної системи, що розроблюється. Такий підхід дозволив би оцінити тепловий режим великої кількості варіантів конструкцій струмопровідної системи і при цьому значно знизити витрати на проведення випробувань на нагрівання і, зрештою, вийти на оптимальний варіант конструкції.

II. АНАЛІЗ ДОСЛІДЖЕНЬ І ПУБЛІКАЦІЙ

Відомо, що в неоднорідних струмопровідних системах теплопередача відбувається не тільки в радіальному напрямку від струмопровідних частин в навколишнє середовище, але і в осьовому від більш нагрітих струмопровідних елементів до менш нагрітих. Урахування виникаючих зрівняльних теплових потоків робить практично нездійсненним завдання отримання простих виразів для інженерного розрахунку нагріву неоднорідних у тепловому відношенні струмопровідних систем.

Проте, існують видання, в яких надано певні методи, що дозволяють розрахувати тепловий режим неоднорідних провідників; зокрема, надані формули для розрахунку нагріву провідника змінного перерізу [3, 4]. Загальним недоліком запропонованих методів розрахунку є їхнє обмежене застосування, а саме, вони можуть бути використані лише для струмопровідних систем, що не містять концентрованих джерел тепла (комутуючі контакти, контактні з'єднання, СПП тощо).

Існує також методика, яка дозволяє розрахувати перевищення температур поблизу контактних точок струмопровідної системи пристрою регулювання напруги трансформатора, що містить ковзний контактний вузол [5]. Проте, зазначена методика розрахунку може бути застосовна лише для єдиного конкретного випадку і не враховує повною мірою неоднорідність струмопровідної системи та наявність контактних з'єднань, які вона містить.

Низка сучасних публікацій присвячена, головним чином, аналізу теплових режимів кабельних ліній для передачі електроенергії. Зокрема, у статті [6] надано аналіз теплового режиму трифазної кабельної лінії, що розташована у ґрунті, з застосуванням програми COMSOL (FEMLAB). Статті [7–9] присвячені теоретичним дослідженням температурного поля та

навантажувальної спроможності трифазних кабельних ліній при різних способах прокладки силового кабелю: безпосередньо під землею, у траншеї та у трубі. Відповідно до реальної технології прокладки кабелю побудовано двомірні теоретичні моделі з використанням рівняння теплопровідності, які реалізовані за допомогою програмного забезпечення COMSOL Multiphysics. Матеріали досліджень [10] містять аналіз температурних характеристик високовольтних кабельних (контактних) з'єднань, розташованих у вибухонебезпечних оболонках. Зокрема, досліджується вплив різних наповнювачів та співвідношення наповнення в оболонці на навантажувальну спроможність кабельних з'єднань.

Слід відзначити, що кабельні лінії, в тому числі і кабельні з'єднання є по суті однорідними провідниками. Відзначені вище дослідження розглядають двомірне температурне поле у поперечному перерізі лінії, оскільки температурне поле вздовж кабельної лінії вважається однорідним. Отже, задача побудови математичних моделей неоднорідних струмоведучих систем є актуальною.

III. МЕТА РОБОТИ

Зазначимо, що скласти універсальну модель неоднорідної системи дуже складно, оскільки структура струмоведучої системи залежить від типу апарата та багатьох інших факторів. Слід додати, що струмоведучі системи апаратів окрім провідників, містять концентровані джерела тепла, а саме комутуючі контакти, контактні з'єднання, а також силові напівпровідникові прилади.

Таким чином, метою даного дослідження є розробити методику побудови моделей стаціонарного теплового режиму струмопровідних систем електричних апаратів, а також пристроїв силової електроніки та перетворювальної техніки.

IV. ВИКЛАДЕННЯ ОСНОВНОГУ МАТЕРІАЛУ І АНАЛІЗ ОТРИМАННИХ РЕЗУЛЬТАТІВ

Побудова математичної моделі неоднорідної струмоведучої системи полягає в наступному. Система розбивається на ряд характерних елементів (ділянок). Такими елементами є, по-перше, струмоведучі елементи, які мають однаковий поперечний переріз та однакові умови віддачі тепла у навколишнє середовище. Струмопровідні елементи можуть мати певну довжину або бути напівнескінченими. Елементами струмоведучої системи можуть бути також комутуючі контакти, контактні з'єднання та силові напівпровідникові прилади. Для кожного елемента (ділянки) визначаються зрівняльні теплові потоки на їх межах і, використовуючи умову безперервності температурного поля, складається необхідне число алгебраїчних рівнянь, вирішення яких дає перевищення температур на межах ділянок і розподіл температур по всій струмопровідній системі. Визначення зрівняльних тепло-

вих потоків здійснюється на основі існуючих математичних моделей вказаних елементів (ділянок) струмопровідних систем апаратів [1–4, 11–17].

Відомо, що стаціонарний тепловий режим провідника з незмінним поперечним перерізом і однорідними умовами теплообміну з навколишнім середовищем, що визначається розподілом температури по його довжині, описується диференціальним рівнянням другого порядку [4, 12, 13]:

$$\frac{d^2 \vartheta}{dx^2} + b^2 (\vartheta - \vartheta_{\text{уст}}) = 0 \quad (1)$$

де $\vartheta_{\text{уст}}$, b – коефіцієнти рівняння, що визначаються параметрами струмопровідного елемента:

$$\vartheta_{\text{уст}} = \frac{\frac{I^2 \rho_0 \kappa_d}{q} + \frac{\vartheta_0}{r_{\text{тс}}}}{\frac{1}{r_{\text{тс}}} - \frac{I^2 \rho_0 \kappa_d \alpha}{q}}; \quad b = \sqrt{\frac{1}{\lambda q} \left(\frac{1}{r_{\text{тс}}} - \frac{I^2 \rho_0 \kappa_d \alpha}{q} \right)} \quad (2)$$

де I – тривалий струм навантаження провідника; κ_d – коефіцієнт додаткових втрат у провіднику; q – площа поперечного перерізу провідника; $\vartheta_{\text{уст}}$ – температура довкілля, °C; $r_{\text{тс}}$ – середній по довжині провідника питомий тепловий опір між поверхнею провідника та навколишнім середовищем; λ – коефіцієнт теплопровідності матеріалу провідника; ρ_0 – питомий електричний опір матеріалу провідника за 0°C; α – температурний коефіцієнт опору матеріалу провідника.

Диференційне рівняння (1), строго кажучи, є нелінійним внаслідок температурної залежності теплопровідності та питомого опору матеріалу провідників, а також теплового опору провідник–навколишнє середовище. Отже коефіцієнти $\vartheta_{\text{уст}}$ та b залежить від температури на поверхні провідника. Якщо ці залежності у першому наближенні не враховувати, то рішення рівняння (1) може бути отримано класичним методом в залежності від типу граничних умов. Зокрема, для струмопровідного елемента певної довжини l , рис. 1, граничні умови визначаються температурами на його межах:

$$\vartheta(0) = \vartheta_1; \quad \vartheta(l) = \vartheta_2 \quad (3)$$

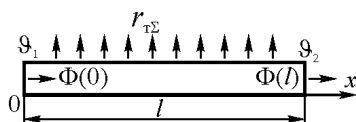


Рисунок 1. Струмопровідний елемент певної довжини

Рішення рівняння (1) з урахуванням граничних умов (3) матиме такий вигляд:

$$\vartheta = \frac{(\vartheta_1 - \vartheta_{\text{уст}}) \text{sh}[a(l-x)] + (\vartheta_2 - \vartheta_{\text{уст}}) \text{sh}ax}{\text{sh}al} + \vartheta_{\text{уст}} \quad (4)$$

Використовуючи закон теплопровідності Фур'є, вирази для зрівняльних теплових потоків на межах струмопровідного елемента можуть бути записані таким чином:

$$\Phi(0) = u\vartheta_1 - v\vartheta_2 + s; \quad \Phi(l) = v\vartheta_1 + u\vartheta_2 - s, \quad (5)$$

$$\text{де } u = a\lambda q \frac{\text{ch}al}{\text{sh}al}; \quad v = \frac{a\lambda q}{\text{sh}al}; \quad s = \vartheta_{\text{уст}}(v - u).$$

Для напівнескінченного струмопровідного елемента, рис. 2, граничні умови виражаються наступним чином:

$$\vartheta(0) = \vartheta_{\text{н}}; \quad \vartheta(\infty) = \vartheta_{\text{уст}}; \quad \left. \frac{d\vartheta}{dx} \right|_{x=\infty} = 0. \quad (6)$$

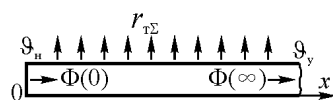


Рисунок 2. Напівнескінченний струмопровідний елемент

Розподіл температури по довжині елемента описуватиметься наступним виразом:

$$\vartheta = (\vartheta_{\text{н}} - \vartheta_{\text{уст}}) e^{-ax} + \vartheta_{\text{уст}}. \quad (7)$$

Зрівняльний тепловий потік на межі елемента:

$$\Phi(0) = a\lambda q (\vartheta_{\text{н}} - \vartheta_{\text{уст}}). \quad (8)$$

Стаціонарний тепловий режим контакту, що визначається розподілом температури в межах області стягування, для сферичної моделі описується наступним диференціальним рівнянням [1, 12–14, 16, 17]:

$$\frac{d^2 \tau}{dr^2} + \frac{2}{r} \frac{d\tau}{dr} + \frac{I^2 \rho}{4\pi^2 \lambda r^2} = 0. \quad (9)$$

Граничні умови для області стягування контакту, що утворюється контакт-деталлями, виконаними з різних матеріалів, матимуть наступний вигляд:

$$\begin{cases} \tau_1(\infty) = \tau_{\text{к1}}; & \tau_2(\infty) = \tau_{\text{к2}}; & \tau_1(a) = \tau_2(a) = \tau_{\text{к.пл}}; \\ -2\pi\lambda_1 r^2 \frac{d\tau_1}{dr} \Big|_{r=\infty} - 2\pi\lambda_2 r^2 \frac{d\tau_2}{dr} \Big|_{r=\infty} = I^2 R_{\text{к}}. \end{cases} \quad (10)$$

де τ_1 , τ_2 – перевищення температур в області стягування струмопровідних елементів, які утворюють контакт; $\tau_{\text{к1}}$, $\tau_{\text{к2}}$ – перевищення температур на межах області стягування контакту; a – радіус контактної площинки; $R_{\text{к}}$ – опір контакту.

Опір контакту, який утворюється струмопровідними елементами, виготовлених з різномірних матеріалів відповідно до сферичної моделі буде визначається за наступною формулою:

$$R_k = \frac{\rho_1 + \rho_2}{2\pi a}, \quad (11)$$

де ρ_i , λ_i – питомий електричний опір та коефіцієнт теплопровідності, відповідно, матеріалів контакту (на ділянках струмопровідної системи в області стягування ліній струму).

Рішення диференційного рівняння (9) з граничними умовами (10) дає вирази для зрівняльних теплових потоків на межах області стягування контакту:

$$\begin{cases} \Phi_1(\infty) = s_1 - s_{12}(\tau_{k1} - \tau_{k2}); \\ \Phi_2(\infty) = s_2 + s_{12}(\tau_{k1} - \tau_{k2}). \end{cases} \quad (12)$$

де

$$\begin{cases} s_1 = \frac{I^2 R_k}{\lambda_1 + \lambda_2} \lambda_1 (1 - \lambda_2 G_{12}); \\ s_2 = \frac{I^2 R_k}{\lambda_1 + \lambda_2} \lambda_2 (1 - \lambda_1 G_{12}); \\ s_{12} = \frac{\lambda_1 \lambda_2 (\rho_1 + \rho_2)}{(\lambda_1 + \lambda_2) R_k}; \\ G_{12} = \frac{1}{2(\rho_1 + \rho_2)} \left(\frac{\rho_2}{\lambda_2} - \frac{\rho_1}{\lambda_1} \right). \end{cases} \quad (13)$$

Перевищення температури контактної площинки в цьому випадку визначатиметься відповідно до наступного виразу:

$$\tau_{к.пл} = \frac{I^2 R_k^2}{2(\lambda_1 + \lambda_2)(\rho_1 + \rho_2)} + \frac{\lambda_1 \tau_{k1} + \lambda_2 \tau_{k2}}{\lambda_1 + \lambda_2}, \quad (14)$$

Тепловий режим силових напівпровідникових приладів, що функціонують під навантаженням у тривалому режимі, як відомо, визначається, головним чином, тепловими опорами їх індивідуальних охолоджувачів. Безумовно, більшість теплової енергії, що виділяється у р-п переході СНП, буде передаватися у довкілля через охолоджувачі. Однак, деяка її частина буде передаватися в струмопровідні частини за допомогою зрівняльних теплових потоків і таким чином тепловий режим СНП впливатиме на тепловий режим інших струмопровідних частин силового електронного апарата.

Для визначення зрівняльних теплових потоків

$$\begin{aligned} s_A &= \frac{R_{thj-cK}}{R_{thj-cK} + R_{thj-cA}} P_T; s_K = \frac{R_{thj-cA}}{R_{thj-cK} + R_{thj-cA}} P_T; \\ u_A &= \frac{1}{R_{th oA}} \left(1 - \frac{R_{thj-cK}}{R_{thj-cK} + R_{thj-cA}} \right) + \frac{1}{R_{thj-cA}}; u_K = \frac{1}{R_{th oK}} \left(1 - \frac{R_{thj-cA}}{R_{thj-cK} + R_{thj-cA}} \right) + \frac{1}{R_{thj-cK}}; \\ v_A &= \frac{R_{thj-cK}}{R_{th oK} (R_{thj-cK} + R_{thj-cA})}; v_K = \frac{R_{thj-cA}}{R_{th oA} (R_{thj-cK} + R_{thj-cA})}; \end{aligned} \quad (17)$$

Аналіз елементів, характерних для електричних та електронних апаратів, може бути продовжений.

скористаємося тепловою схемою заміщення найбільш часто застосовуваних в даний час СНП таблеткової конструкції, що мають двостороннє охолодження, рис. 3.

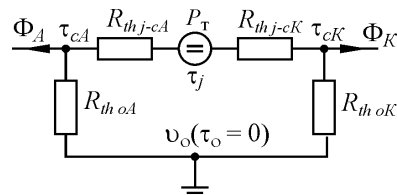


Рисунок 3. Теплова схема заміщення СНП з двостороннім охолодженням

Для наданої схеми справедливі наступні рівняння:

$$\begin{aligned} P_T &= \frac{\tau_j - \tau_{cA}}{R_{thj-cA}} + \frac{\tau_j - \tau_{cK}}{R_{thj-cK}}; \\ \frac{\tau_j - \tau_{cA}}{R_{thj-cA}} &= \Phi_A + \frac{\tau_{cA}}{R_{th oA}}; \\ \frac{\tau_j - \tau_{cK}}{R_{thj-cK}} &= \Phi_K + \frac{\tau_{cK}}{R_{th oK}}, \end{aligned} \quad (15)$$

де P_T – потужність, що виділяється у р-п переході СНП при тривалому струмі навантаження; τ_j – перевищення температури р-п переходу СНП; τ_{cA} , τ_{cK} – перевищення температур на анодному та катодному виводах корпусу, відповідно; Φ_A , Φ_K – зрівняльні теплові потоки, що надходять у струмопровідні частини, підключені до анода і катода СНП, відповідно; R_{thj-cA} , R_{thj-cK} – усталені теплові опори перехід – анодний вивід корпусу і перехід – катодний вивід корпусу, відповідно, що визначаються за довідковою літературою [2]; $R_{th oA}$, $R_{th oK}$ – теплові опори індивідуальних охолоджувачів, що встановлені на анодному і катодному виводах корпусу СНП, відповідно.

Вирішуючи рівняння (15) відносно зрівняльних теплових потоків, отримаємо наступні вирази:

$$\begin{aligned} \Phi_A &= s_A - \tau_{cA} u_A + \tau_{cK} v_A; \\ \Phi_K &= s_K - \tau_{cK} u_K + \tau_{cA} v_K, \end{aligned} \quad (16)$$

де

Проте, принцип залишається незмінним. В результаті аналізу теплового режиму струмопровідного елемента необхідно отримати вирази зрівняльних теплових потоків на його межах, які мають бути надані як функції перевищення температур на його межах.

Рішення задачі моделювання сталого теплового режиму струмопровідної системи електричних та електронних апаратів рекомендується здійснювати поетапно у наступній послідовності:

1. Розбити струмопровідну систему апарата на окремі струмопровідні елементи (ділянки), які мають однорідні умови тепловіддачі, однорідний матеріал і відносно просту геометричну конфігурацію.

2. Скласти схему струмопровідної системи, яка повинна містити вказані вище види ділянок. Області стягування контактів та СНП представляються окремими ділянками. Схема повинна містити не тільки струмопровідні елементи апарата, що розглядається, але і струмопровідні частини для підключення його в зовнішнє коло, представляючи їх напівнескінченими ділянками.

3. Використовуючи вирази зрівняльних теплових потоків на межах ділянок, які надані виразами (12) та (16), а також умови безперервності температурного поля вздовж струмопровідної системи, складається система лінійних алгебраїчних рівнянь, яка по суті буде являти собою математичну модель струмопровідної системи апарата. Невідомими системи рівнянь будуть перевищення температур на межах ділянок.

4. Як зазначалось, вихідні диференційні рівняння (1) та (9) є нелінійними, отже перевищення температур рекомендується визначати шляхом послідовних наближень. Спочатку задаються початкові значення перевищення температур, потім у циклічному режимі вирішується система рівнянь до отримання сходження перевищень температур на межах ділянок.

5. Використовуючи вирази розподілу температур для струмопровідних елементів (4) і (7), а також вирази для визначення перевищення температур контактних площин (14) і p - n переходів СНП (15), визначається розподіл температури по довжині струмопровідної системи.

Необхідно відзначити, що адекватність отриманої моделі багато в чому буде визначатись відповідністю теплової схеми заміщення реальним процесам теплообміну в струмопровідній системі. Отже, складання структурної схеми (виділення ділянок) та теплових схем заміщення на ділянках є одним із ключових та відповідальних етапів складання моделі стру-

мопровідної системи апарата.

Як приклад, розглянемо процес складання моделі стаціонарного теплового режиму контактної системи вибірнику пристрою регулювання напруги силового трансформатора під навантаженням (РПН), структура якої надана на рис. 4.

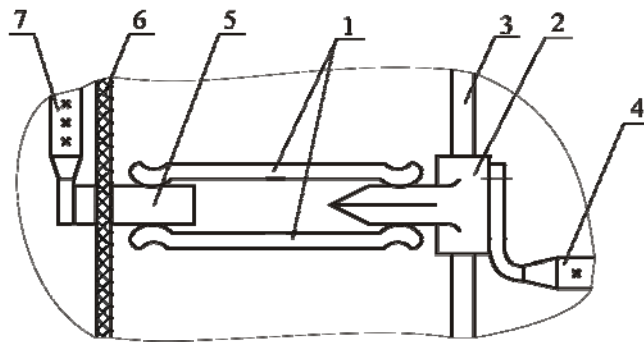


Рисунок 4. Струмопровідна система вибірнику пристрою РПН

Система містить наступні елементи: ламелі 1; нерухомий контакт 2, закріплений на ізоляційній стойці 3, до якого підключається струмопровід 4, що з'єднує вибірник з регулювальною обмоткою трансформатора; струмознімальне кільце 5, закріплене на ізоляційному циліндрі 6; до кільця підключається струмопровід 8, що з'єднує вибірник з контактором.

Очевидно, що надана система має неоднорідну і досить складну структуру, яка містить провідники, комутуючі контакти та контактні з'єднання. Отже, вона може бути поділена на окремі ділянки, які мають певні та незмінні властивості: геометричну конфігурацію; матеріал, щільність струму; умови генерації теплової енергії та розсіювання її у довкілля. За результатами поділення на ділянки складається теплова схема заміщення, яка показана на рис. 5.

Схема заміщення містить провідники: 1 – струмопровід, що з'єднує вибірник з контактором 7 (див. рис.4); 4 – струмознімальне кільце 5 (див. рис. 4); 7 – ламелі 1 (див. рис. 4); 10 – нерухомий контакт 2 (див. рис. 4); 13 – струмопровід, що з'єднує вибірник з трансформатором 4 (див. рис. 4). Слід відзначити, що провідники 4, 7 та 10 мають певну довжину; провідники 1 та 13 є напівнескінченими струмопроводами.

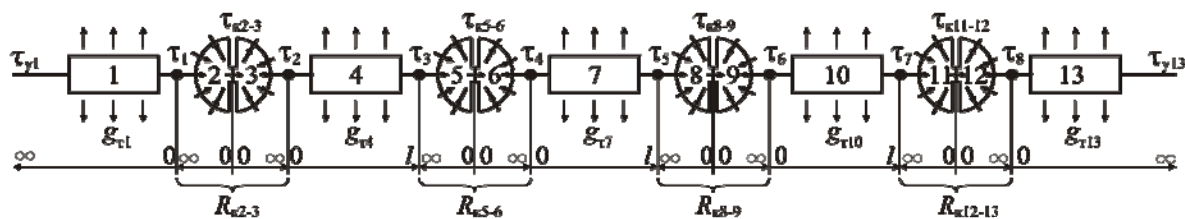


Рисунок 5. Теплова схема заміщення струмопровідної системи вибірного пристрою РПН

Схема заміщення містить також комутуючі контакти і контактні з'єднання, представлені областями стягування контактів, які відображені сферичними моделями: **2-3** – контактне з'єднання між ділянками 1 та 4; **5-6** – ковзний контакт між ділянками 4 та 7; **8-9** – комутуючий контакт між ділянками 7 та 10; **11-12** – контактне з'єднання між ділянками 10 та 13.

Для складання моделі мають бути надані вирази для теплових потоків на межах ділянок у відповідності до формул (5), (8) та (12) та складені рівняння у відповідності до властивості безперервності температурного поля:

$$\left. \begin{aligned} \Phi_1(0) &= \Phi_2(\infty); \Phi_3(\infty) = \Phi_4(0); \Phi_4(l_4) = -\Phi_5(\infty); \\ \Phi_6(\infty) &= \Phi_7(0); \Phi_7(l_7) = -\Phi_8(\infty); \Phi_9(\infty) = \Phi_{10}(0); \\ \Phi_{10}(l_{10}) &= -\Phi_{11}(\infty); \Phi_{12}(\infty) = \Phi_{13}(0). \end{aligned} \right\}$$

Таким чином має бути складена система рівнянь відносно перевищень температур у вузлових точках наступного вигляду:

$$\left. \begin{aligned} a_{11}\tau_1 + a_{12}\tau_2 &= b_1 \\ a_{21}\tau_1 + a_{22}\tau_2 + a_{23}\tau_3 &= b_2 \\ \\ a_{76}\tau_6 + a_{77}\tau_7 + a_{78}\tau_8 &= b_7 \\ a_{87}\tau_7 + a_{88}\tau_8 &= b_8 \end{aligned} \right\} \quad (18)$$

Рішення отриманої системи має дати перше наближення перевищень температур у вузлових точках (тобто, на межах ділянок і областей стягування. Остаточні значення перевищення температур мають бути отримані послідовними наближеннями.

Спочатку мають бути задані початкові значення, які використовуються для розрахунку сумарних теплових опорів r_{ti} (або теплових провідностей g_{ti}) між поверхнею провідників та оточуючим середовищем, а також відповідних коефіцієнтів системи рівнянь. Потім, знов вирішується система рівнянь (18) та визначаються нові наближення перевищень температур на межах ділянок до отримання певного результату щодо сходження обчислювального процесу.

За результатами розрахунку перевищень температур у вузлових точках, за виразами (4), (7) та (14) можуть бути визначені перевищення температур у контактних точках та розподіл перевищення темпера-

тур по довжині струмопровідної системи.

V. ВИСНОВКИ

Надана загальна методика складання математичних моделей неоднорідних струмопровідних систем електричних та електронних апаратів будь-якої конфігурації, які у загальному випадку містять характерні різновиди струмопровідних елементів: провідники, а також концентровані джерела теплової енергії: контакти та силові напівпровідникові прилади.

Використовуючи існуючі математичні моделі струмопровідних елементів, отримані вирази граничних теплових потоків, які при використанні властивості безперервності температурного поля дозволяють побудувати систему алгебраїчних рівнянь та, відповідно, математичну модель струмопровідної системи певної конфігурації.

Надано приклад складання математичної моделі ламельного контактного вузла вибірни́ка пристрою регулювання напруги силового трансформатора

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

- [1] Основы теории электрических аппаратов: Учеб. для вузов/Под ред. И.С. Таева. – М.: Высшая школа, 1987. – 496 с.
- [2] Чебовский О.Г., Моисеев Л.Г., Недошивин Р.П. Силовые полупроводниковые приборы: Справочник. – 2-е изд., перераб. и доп. – М.: Энергоатомиздат, 1985. – 400 с.
- [3] Буткевич Г.В., Дегтярь В.Г., Сливинская А.Г. Задачник по электрическим аппаратам. – М.: Высшая школа, 1987. – 232 с.
- [4] Справочник по расчету и конструированию контактных частей силовых электрических аппаратов/Н.М. Адоньев, В.В. Афанасьев, В.Б. Борисов и др. Под ред. В.В. Афанасьева. – Л.: Энергоатомиздат, 1988. 384 с.
- [5] Богданов Л. Д. и др. Методика расчета на нагрев контактных систем переключающих устройств трансформаторов/ Электротехническая промышленность. Аппараты высокого напряжения, трансформаторы, силовые конденсаторы. 1978. Вып. 1(81). – С. 8–12.
- [6] Karahan M., Varol S. H., Kalenderli Ö. Thermal (2009.) Analysis of Power Cables Using Finite El-

- ement Method and Current-carrying Capacity Evaluation. Int. J. Engng Ed. 25, 6, 1158–1165.
- [7] Jehan, H. S., Mohamed, A. M., Doaa K. I., Essam E. Z. (2017). Thermal analysis of high-voltage cables with several types of insulation for different configurations in the presence of harmonics. IET Generation, Transmission & Distribution. 11, 14, 3439–3448. DOI: 10.1049/iet-gtd.2016.0862
- [8] Nie, Y.; Chen, D., Zheng, S., Xu, X., Wang, X. and Wu, Z. (2024). Simulation and Calculation of Temperature Field and Current-Carrying Capacity of Power Cables under Different Laying Methods. Energies, 17, 4611. <https://doi.org/10.3390/en17184611>
- [9] El-Faraskoury, A., Ghoneim, S., Alaboudy A. K., Salem R., Ward, S. A. (2012). Practical and Theoretical Investigation of Current Carrying Capacity (Ampacity) of Underground Cables. Advances in Electrical Engineering Systems. 1, 3, 163–169. ISSN 2167-633X
- [10] Yong X, Xin Z, Ke Z and Feiyue T. (2025). Investigation on temperature characteristics of high voltage cable joints. Frontiers in Physics. 13:1584225, doi: 10.3389/fphy.2025.1584225
- [11] Andrienko, P.D. Switching Transients in Electrical and Electronic Apparatus / P.D. Andrienko, O. V. Blyzniakov, M.I. Kotsur – Zaporizhzhia: NU «Zaporizhzhia polytechnic», 2021. – 128 p. ISBN 978-617-529-309-6.
- [12] Blyzniakov O.V. Thermal Behavior Analysis of Power Electric and Electronic Equipment: textbook = Аналіз теплових режимів силового електричного та електронного обладнання: Начальний посібник – Запоріжжя : ЗНТУ, 2014. – 146 с.
- [13] Рассальський О.М. Аналіз і розрахунок теплових режимів силового електроустановування: Начальний посібник/ О.М. Рассальський. – Запоріжжя: ЗНТУ, 2005. – 146 с.
- [14] Slade P.G. Electrical Contacts: Principles and Applications / Edited by Paul G. Slade, CRC Press Taylor & Francis Group, LLC, 2014. – 1257 p.
- [15] Sueker, Keith H. Power electronics design: a practitioner's guide. – USA: Newnes is an imprint of Elsevier, 2005. – 272 p.
- [16] Electrical contacts: Fundamentals, applications and Technology / Milenko Braunovich, Nikolai K. Myshkin, Valery V. Konchits, CRC Press, Taylor & Francis Group, LLC, 2007. – 660 p.
- [17] Schlegel, S., Gatzsche, M., Hidmann, Ch., Israel T. (2024). Contact and Long-Term Behavior of Current-Carrying Connections in Electrical Engineering. Springer Berlin, Heidelberg, XXIX, 283. DOI: 10.1007/978-3-662-69644-6

Надійшла (Received) 15.05.2025;

Прийнята (Accepted) 17.08.2025;

Опублікована (Published) 26.12.2025;

METHODOLOGY FOR MODELING STEADY STATE THERMAL BEHAVIOR OF CURRENT-CARRYING SYSTEMS OF ELECTRICAL AND ELECTRONIC APPARATUS

BLYZNIAKOV O.V. Ph.D, Associate professor, Associate professor of the electric and electronic apparatus department of the National University “Zaporizhzhia polytechnic”, Zaporizhzhia, Ukraine, ORCID: <https://orcid.org/0009-0004-0927-3846>, e-mail: blizn1953@gmail.com;

ZINOVKIN V.V. Sci.D, Professor, Professor of the electric drive and automatic electric installations department of the National University “Zaporizhzhia polytechnic”, Zaporizhzhia, Ukraine, ORCID: <https://orcid.org/0009-0000-7667-0658>, e-mail: znvvv@ukr.net;

BLYZNIAKOV D.O. Postgraduate student of the electrical machines department of the National University “Zaporizhzhia Polytechnic”, Zaporizhzhia, Ukraine, <https://orcid.org/0009-0000-1535-9524>, e-mail: adndouble@gmail.com

Purpose. Develop a procedure for constructing models of the stationary thermal behavior of current-carrying systems of electrical and power electronic apparatus.

Methodology. The development of the procedure was carried out using methods of analysis and synthesis of current-carrying systems of apparatus, as well as classical methods to solve differential equations.

Findings. Structural analysis of the current-carrying systems of real electrical and power electronic apparatus has shown that they contain a certain set of typical current-carrying components, namely, conductors of invariable cross-sectional area (rods of a certain length or semi-infinite ones); contacts of various types, power semiconductor devices. These components have a certain mathematical model that establishes their boundary parameters: temperatures and heat flows in a stationary thermal behavior. Using the property of temperature field continuity, it is possible to construct a mathematical model of a current-carrying system of a rather complex structure, which contains the foregoing current-carrying components.

Originality. A methodology has been developed for constructing mathematical models of the stationary thermal behavior of current-carrying systems of apparatus that contain various current-carrying components: conductors, contacts, and power semiconductor devices.

Practical value. The proposed methodology enables us to construct a mathematical model of the current-carrying

system of the apparatus, which, in turn, makes it possible to determine its stationary thermal behavior with consideration of the system configuration.

Keywords: current-carrying system; thermal behavior; current-carrying component; heating; temperature-rise; heat flow

REFERENCES

- [1] Osnovy teorii elektricheskikh apparatov: Ucheb. dlja vuzov. Pod red. I.S. Taeva. (1987). M. Vysshaja shkola, 496
- [2] Chebovskij O.G., Moiseev L.G., Nedoshivin R.P. (1985). Silovye poluprovodnikovye pribory: Spravochnik. M. Energoatomizdat, 400.
- [3] Butkevich G.V., Degtjar' V.G., Slivinskaja A.G. (1987). Zadachnik po elektricheskim apparatam. – M.: Vysshaja shkola, 232.
- [4] Spravochnik po raschetu i konstruirovaniyu kontaktnykh chastey sil'notochnykh elektricheskikh apparatov. Pod red. V.V. Afanas'eva. (1988). L.: Energoatomizdat, 384.
- [5] Bogdanov L. D. i dr. (1978). Metodika rascheta na nagrev kontaktnykh sistem pereklyuchajushchih ustroystv transformatorov [Procedure for calculation of heating the contact systems of transformer tap-changers]. *Elektrotehnicheskaja promyshlennost'. Apparaty vysokogo napryazhenija, transformatory, silovye kondensatory*, 1(81), 8–12.
- [6] Karahan M., Varol S. H., Kalenderli Ö. (2009). Thermal Analysis of Power Cables Using Finite Element Method and Current-carrying Capacity Evaluation. *Int. J. Engng Ed.* 25, 6, 1158–1165.
- [7] Jehan, H.S., Mohamed, A.M., Doaa K.I., Essam E.Z. (2017). Thermal analysis of high-voltage cables with several types of insulation for different configurations in the presence of harmonics. *IET Generation, Transmission & Distribution*. 11, 14, 3439–3448. DOI: 10.1049/iet-gtd.2016.0862
- [8] Nie, Y.; Chen, D., Zheng, S., Xu, X., Wang, X., Wu, Z. (2024). Simulation and Calculation of Temperature Field and Current-Carrying Capacity of Power Cables under Different Laying Methods. *Energies*, 17, 4611. <https://doi.org/10.3390/en17184611>
- [9] El-Faraskoury, A., Ghoneim, S., Alaboudy A. K., Salem R., Ward, S. A. (2012). Practical and Theoretical Investigation of Current Carrying Capacity (Ampacity) of Underground Cables. *Advances in Electrical Engineering Systems*. 1, 3, 163–169. ISSN 2167-633X
- [10] Yong X, Xin Z, Ke Z and Feiyue T. (2025). Investigation on temperature characteristics of high voltage cable joints. *Frontiers in Physics*, 13:1584225, doi: 10.3389/fphy.2025.1584225
- [11] Andrienko, P.D., Blyzniakov, O. V., Kotsur, M.I. (2021). Switching Transients in Electrical and Electronic Apparatus: Textbook / P.D. Andrienko, – Zaporizhzhia, NU «Zaporizhzhia polytechnic», 128. ISBN 978-617-529-309-6.
- [12] Blyzniakov O. V. (2014). Thermal Behavior Analysis of Power Electric and Electronic Equipment: Textbook. Zaporizhzhja, ZNTU, 146.
- [13] Rassal's'kyj O.M. (2005). Analiz i rozrahunok teplovykh rezhymiv sylovogo elektroustatukvannja: Navchal'nyj posibnyk. Zaporizhzhja, ZNTU, 146.
- [14] Slade P.G. (2014). Electrical Contacts: Principles and Applications / Edited by Paul G. Slade, CRC Press Taylor & Francis Group, LLC, 1257.
- [15] Sueker, Keith H. (2005). Power electronics design: a practitioner's guide. USA, Newnes is an imprint of Elsevier, 272.
- [16] Braunovich, M., Myshkin, N.K., Konchits, V.V. (2007). Electrical contacts: Fundamentals, applications and Technology. CRC Press, Taylor & Francis Group, LLC, 660.
- [17] Schlegel, S., Gatzsche, M., Hidmann, Ch., Israel T. (2024). Contact and Long-Term Behavior of Current-Carrying Connections in Electrical Engineering. Springer Berlin, Heidelberg, XXIX, 283. DOI: 10.1007/978-3-662-69644-6