

УДК 621.31

ОСОБЛИВОСТІ СИНТЕЗУ РЕДУКОВАНИХ ПРИСТРОЇВ СПОСТЕРЕЖЕННЯ СТАНУ ДЛЯ ЕЛЕКТРОПРИВОДІВ ПОСТІЙНОГО СТРУМУ З МОДАЛЬНИМ КЕРУВАННЯМ

- САДОВИЙ О.С. канд. техн. наук, доцент, доцент кафедри електроенергетики, електротехніки та електромеханіки Миколаївського національного аграрного університету, Миколаїв, Україна, ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-0424-6086>, e-mail: sadovuyos@mnau.edu.ua;
- СТАВИНСЬКИЙ А.А. д-р техн. наук, професор, професор кафедри електроенергетики, електротехніки та електромеханіки Миколаївського національного аграрного університету, Миколаїв, Україна, ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-7573-9238>, e-mail: andrey.stavynskiy@mnau.edu.ua;
- РУДЕНКО А.Ю. асистент кафедри електроенергетики, електротехніки та електромеханіки Миколаївського національного аграрного університету, Миколаїв, Україна, ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-5103-6412>, e-mail: rudenkoau@mnau.edu.ua;
- СТАВИНСЬКИЙ Р.А. канд. техн. наук, доцент, доцент кафедри суднових електроенергетичних систем Національний Університет Кораблебудування ім. адмірала Макарова, Миколаїв, Україна, ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-0640-5717>, e-mail: strostand7@gmail.com;
- ГУРОВ А.П. канд. техн. наук, професор, професор кафедри автоматики Національний університет Кораблебудування ім. адмірала Макарова, Миколаїв, Україна, ORCID: <https://orcid.org/0009-0002-6425-3325>, e-mail: anatoliy.gurov1945@gmail.com;
- ВАСИЛЬЄВ О.Г. канд. техн. наук, доцент, доцент кафедри автоматики Національний Університет Кораблебудування ім. адмірала Макарова, Миколаїв, Україна, ORCID: <https://orcid.org/0009-0002-8399-0865>, e-mail: grigorich041949@gmail.com;

Мета роботи Розробка та обґрунтування методики синтезу редукованих пристроїв спостереження стану для електроприводів постійного струму з модальним керуванням, а також аналіз їх впливу на динамічні властивості, стійкість і показники якості перехідних процесів електромеханічних систем.

Методи дослідження. У роботі використано методи теорії автоматичного керування та теорії простору станів, зокрема методи модального синтезу та розміщення полюсів. Для побудови редукованого пристрою спостереження застосовано аналітичні методи лінійної алгебри та матричного аналізу. Дослідження динамічних властивостей електромеханічної системи виконано з використанням методів математичного моделювання та імітаційного експерименту в програмному середовищі MATLAB. Оцінювання якості перехідних процесів здійснювалося на основі аналізу часових характеристик та показників стійкості системи керування.

Отримані результати. Розроблено математичні моделі повного та редукованого пристроїв спостереження стану в просторі станів і запропоновано алгоритм синтезу редукованого спостерігача, який забезпечує відновлення лише невимірюваних змінних стану електроприводу. Показано, що вибір швидкодії редукованого пристрою спостереження, яка перевищує швидкодію об'єкта керування, гарантує збіжність оцінок і коректну роботу системи модального керування. На прикладі електроприводів другого та четвертого порядків доведено можливість відновлення інтегральної складової ПІ-регулятора та моменту навантаження без використання додаткових датчиків. Результати моделювання засвідчили, що в системах низького порядку застосування редукованого спостерігача може призводити до незначного зростання перерегулювання і тривалості перехідних процесів, тоді як у системах вищого порядку його вплив на динамічні показники є мінімальним.

Наукова новизна. У роботі вперше обґрунтовано застосування типових нормованих рівнянь модульного оптимуму для синтезу редукованих пристроїв спостереження в системах електроприводів постійного струму з модальним керуванням, а також встановлено залежність впливу редукованого спостерігача на динаміку системи від її порядку.

Практична цінність. Отримані результати можуть бути використані при проектуванні систем керування електроприводами з обмеженими сенсорними можливостями, дозволяючи зменшити структурну та апаратну складність системи, підвищити її надійність і спростити практичну реалізацію без істотного погіршення показників якості керування.

Ключові слова: *електропривод постійного струму, модальне керування, пристрій спостереження стану, редукований спостерігач, простір стані, розміщення полюсів, перехідні процеси, стійкість системи, нелінійність, синтез.*

I. ВСТУП

Сучасні електроприводи постійного струму з модальним керуванням широко застосовуються в автоматизованих технологічних процесах, де до систем керування висуваються підвищені вимоги щодо швидкодії, точності та стійкості в умовах змінних навантажень і параметричної невизначеності об'єкта керування. Реалізація модального керування, як правило, передбачає використання повного вектора стану, що на практиці ускладнюється обмеженою кількістю доступних для вимірювання змінних, наявністю зовнішніх збурень та технічними обмеженнями елементної бази.

Застосування повних пристроїв спостереження стану призводить до зростання порядку системи керування, збільшення обчислювальної складності та зниження її надійності, особливо у випадку електромеханічних систем середнього та високого порядків. У зв'язку з цим актуальною є задача зменшення порядку спостерігача без погіршення показників якості перехідних процесів і стійкості системи модального керування.

Таким чином, актуальною науково-прикладною задачею є розроблення та дослідження редукованих пристроїв спостереження стану для електроприводів постійного струму з модальним керуванням, які забезпечують відновлення лише невимірюваних змінних стану, зменшення структурної складності системи керування та збереження заданих динамічних характеристик в умовах дії навантажувальних збурень і відхилення параметрів об'єкта керування від номінальних значень.

II. АНАЛІЗ ДОСЛІДЖЕНЬ І ПУБЛІКАЦІЙ

Питання оцінювання стану динамічних систем та побудови спостерігачів стану є активною та розвинутою темою сучасної теорії керування. У класичному підході спостерігачі надходять із теорії Люенбергера - динамічні системи, що забезпечують оцінювання невимірюваних змінних за доступними вихідними сигналами та входами об'єкта керування [1]. Останніми роками важлива увага приділяється редукованим спостерігачам, які мають нижчий порядок, ніж повна модель об'єкта, що забезпечує спрощення реалізації та покращену робастність у деяких застосуваннях [2].

У фундаментальній літературі наведено методичні засади побудови редукованих спостерігачів, де їх порядок зменшується на число вимірюваних виходів, що дає змогу оцінювати лише ті компоненти стану, які не відновлюються напряму з виходів [2]. Такий підхід дозволяє зберігати властивість спостережувальності та забезпечувати збіжність оцінювання, при цьому зменшивши вимоги до обчислювальних ресурсів.

Окрім того, у системах, де наявні невідомі вхідні збурення чи частково невимірювані впливи, були запропоновані методи розробки редукованих спостерігачів для так званих дескрипторних систем (descriptor systems) з невідомими входами на основі узагальненої сільвестрової форми та обмежень на структуру матриць системи [3].

Хоча значна частина літератури зосереджена на загальних теоретичних аспектах, існують і прикладні дослідження, що застосовують спостерігачі до електроприводів. Так, у галузі бездатчикового управління електроприводами постійного струму розроблено системи непрямого регулювання швидкості, де спостерігачі стану використовуються для оцінки невимірюваних змінних механічної частини приводів [4]. Це завдання є особливо актуальним для приводів із обмеженою кількістю датчиків або у середовищах, де встановлення сенсорів є складним чи недоцільним [5].

У [6] роботах розглядаються методи спостереження та ідентифікації стану для електроприводів постійного струму з регулюванням швидкості, включаючи оцінювання невимірюваних збурень, ідентифікацію параметрів двигунів, а також моделювання їх поведінки у замкнених системах управління.

Сучасні публікації також показують, що редуковані спостерігачі активно використовують в поєднанні зі складнішими алгоритмами керування, наприклад, у контексті позиційного контролю серводвигунів із гнучкими елементами передачі, де використовується розширений редукований спостерігач для оцінки невимірюваних механічних станів [7].

Одже спостерігачі стану є не лише об'єктом теоретичного аналізу, але й практичної реалізації в електромеханічних системах, зокрема у високоточних приводах із обмеженими сенсорними можливостями. Це підтверджує актуальність обраної теми дослідження і є базою для подальшого наукового внеску автора.

III. МЕТА РОБОТИ

Метою роботи є розробка та обґрунтування методики синтезу редукованих пристроїв спостереження стану для електроприводів постійного струму з модальним керуванням, а також аналіз їх впливу на динамічні властивості, стійкість і показники якості перехідних процесів електромеханічних систем.

IV. ВИКЛАДЕННЯ ОСНОВНОГУ МАТЕРІАЛУ І АНАЛІЗ ОТРИМАННИХ РЕЗУЛЬТАТІВ

Загальний підхід до побудови систем керування зі спостерігачами стану. Пристрій спостереження оцінює змінні стану об'єкта на основі його математичної моделі та вимірюваних вихідних координат із використанням зворотного зв'язку.

Рівняння в матричній формі для спостерігача в сукупності з об'єктом керування у випадку одного входу та одного виходу матимуть систему [8] (рис. 1):

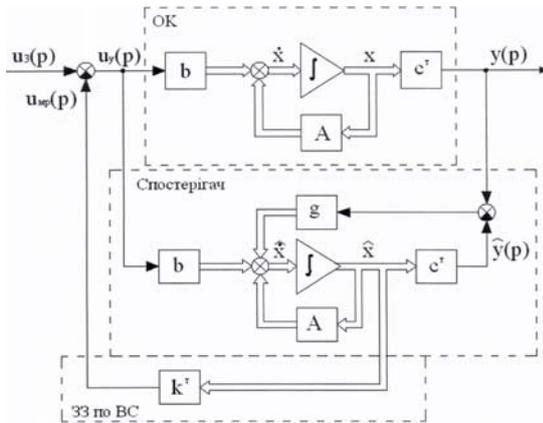


Рисунок 1. Векторно-матрична схема електроприводу з пристроєм спостереження

Розглянемо векторно-матричне подання об'єкта керування та пристрою спостереження:

– пристрій спостереження (ПС):

$$\dot{\hat{x}}(t) = A\hat{x}(t) + bu_y(t) + g(y(t) - c^T\hat{x}(t)), \quad (1)$$

– об'єкт керування (ПС):

$$\dot{\hat{x}}(t) = Ax(t) + bu_y(t); \quad y(t) = c^T x(t), \quad (2)$$

– закон керування по вектору стану:

$$u_y(t) = u_3(t) - k^T \hat{x}(t), \quad (3)$$

де рівняння (1) описує пристрій спостереження, (2) - об'єкт керування, а (3) - закон керування за вектором стану.

$$g = \begin{bmatrix} g_1 \\ g_2 \\ \dots \\ g_n \end{bmatrix}; \quad c^T = [c_1 \quad c_2 \quad \dots \quad c_n], \quad k^T = [k_1 \quad k_2 \quad \dots \quad k_n] \quad (4)$$

де g - вектор регулятора пристрою спостереження; c^T - вектор-строка виходів, доступних виміру; k^T - вектор-строка коефіцієнтів модального регулятора:

Таким чином, спостерігач є замкненою динамічною системою, в якій зворотні зв'язки (33) з матрицею g реалізують зворотний зв'язок за вектором стану самого спостерігача. Синтез спостерігача полягає у визначенні такого вектора g , який забезпечує заданий розподіл коренів характеристичного полінома з урахуванням вимог стійкості та необхідної швидкодії процесу оцінювання змінних стану. Аналогічно процедурі синтезу модального регулятора методом розміщення полюсів, вектор g визначається з умови від-

повідності характеристичного полінома пристрою спостереження вибраному типу нормованому рівнянню відповідного порядку.

Перейшовши до операторної області, рівняння пристрою спостереження набуває вигляду:

$$p\hat{x}(p) = (A - gc^T)\hat{x}(p) + bu_y(p) + gy(p), \quad (5)$$

де

$$\hat{x} = \begin{bmatrix} \hat{x}_1 \\ \hat{x}_2 \\ \dots \\ \hat{x}_n \end{bmatrix}; \quad A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{bmatrix}; \quad b = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \dots \\ b_n \end{bmatrix}.$$

Характеристична матриця пристрою спостереження та відповідний характеристичний поліном визначаються як:

$$D = pI - A + gc^T, \quad (6)$$

$$D(p) = \det(pI - A + gc^T)$$

Вектор g визначається шляхом прирівнювання характеристичного полінома пристрою спостереження до типового нормованого рівняння відповідного порядку, що завершує процедуру синтезу спостерігача стану.

Пристрій спостереження, що відновлює повний вектор стану об'єкта керування, у загальному випадку має ранг, рівний рангу об'єкта, та характеризується підвищеною структурною складністю. За наявності датчиків для частини змінних стану доцільним є зменшення порядку спостерігача шляхом оцінювання лише тих змінних, які є недоступними для безпосереднього вимірювання, тоді як вимірювані змінні формуються за допомогою фізичних датчиків. У такому випадку об'єктом спостереження є не весь об'єкт керування, а його частина, а відповідний спостерігач визначається як редукований пристрій спостереження (РПС). Застосування РПС дозволяє знизити обчислювальну складність системи керування та спростити її практичну реалізацію за умови забезпечення необхідної стійкості й швидкодії процесу оцінювання змінних стану.

У практичних електромеханічних системах до складнодоступних для безпосереднього вимірювання належать не лише окремі змінні стану, а й зовнішні збурювальні дії на об'єкт спостереження, зокрема моменти навантаження, які можуть бути необхідними для реалізації гнучких зворотних зв'язків за похідними змінних стану (наприклад, за швидкістю) [9], [10]. Вектор доступних вимірюванню вихідних змінних можна виразити через всі змінні стану x ; у формі $v(t) = c^T x(t)$, де c^T - складений блочний вектор. Повний вектор стану $x(t)$ рангу n при побудові РПС представляється блочним вектором r елементами в блоці $v(t)$ та з $(n - r)$ елементами в блоці $w(t)$:

$$x(t) = \begin{bmatrix} v(t) \\ w(t) \end{bmatrix}, \quad (7)$$

В матрично-блочному вигляді матимемо:

$$\begin{bmatrix} \dot{v}(t) \\ \dot{w}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} v(t) \\ w(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \end{bmatrix} \cdot u_y(t), \quad (8)$$

$$v(t) = c^T \cdot x(t)$$

Розв'язуючи рівняння (8) відносно $v(t)$ та $w(t)$, отримаємо два векторно-матричні вирази:

$$\begin{aligned} \dot{v}(t) &= A_{11}v(t) + A_{12}w(t) + b_1u_y(t) \\ \dot{w}(t) &= A_{21}v(t) + A_{22}w(t) + b_2u_y(t) \end{aligned}, \quad (9)$$

де $A_2w(t) = \dot{v}(t) - A_{11}v(t) - b_1u_y(t)$ - змінна, що вимірюється, а $b_2u_y(t) + A_{21}v(t)$ - вхідний вплив об'єкту керування.

Тоді у відповідності з рівнянням для ПС (1) отримуємо рівняння для РПС:

$$\dot{\hat{w}}(t) = A_{22}\hat{w}(t) + (b_2u_y(t) + A_{21}v(t)) + L(A_2w(t) - A_{22}\hat{w}(t)), \quad (10)$$

де $L = \begin{bmatrix} l_{11} & l_{12} \\ l_{21} & l_{22} \end{bmatrix}$ - невідома матриця.

Підставляючи в (10) вираз для $A_2w(t)$ та вводячи нову змінну $z(t) = \hat{w}(t) - Lw(t)$, отримаємо результуюче рівняння РПС:

$$\begin{aligned} \dot{z}(t) &= (A_{22} - LA_{22})\hat{w}(t) + (A_{21} - LA_{21})v(t) + (b_2 - Lb_1)u_y(t) \\ \hat{w}(t) &= z(t) + Lw(t) \end{aligned}, \quad (11)$$

де $(A_{22} - LA_{22})$ - матриця змінних недоступних для вимірювання; $(A_{21} - LA_{21})$ - матриця змінних доступних для вимірювання; $(b_2 - Lb_1)$ - матриця керованого входу.

Відповідно до рівняння (11) визначаються характеристична матриця та характеристичний поліном редукованого пристрою спостереження для заданої системи:

$$\begin{aligned} D &= pI - (A_{22} - LA_{22}), \\ D(p) &= \det D \end{aligned}, \quad (12)$$

Отримана математична модель редукованого пристрою спостереження визначає структуру формування оцінок невимірюваних змінних стану та їх використання у законі модального керування. Взаємозв'язок між об'єктом керування, редукованим пристроєм спостереження та модальним регулятором (МР) у складі замкненої системи керування відображено на рис. 2.

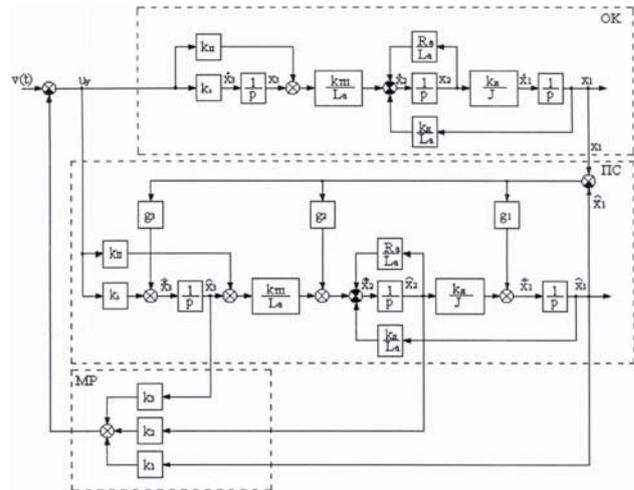


Рисунок 2. Структурна схема організації модального керування за допомогою пристрою спостереження ПС і модального регулятора МР

Синтез редукованого пристрою спостереження в електромеханічній системі. Розглянуто синтез редукованого пристрою спостереження на прикладі електроприводу постійного струму з динамічною ланкою у контурі керування, реалізованою у вигляді ПІ-регулятора. Як дослідний зразок розглянуто двигун типу ПБСТ-32 з номінальною потужністю $P_n = 3,0$ кВт, номінальною напругою якоря $U_n = 220$ В, номінальним струмом якоря $I_n = 16$ А та номінальною швидкістю обертання $n_n = 1500$ об/хв, що відповідає номінальному моменту $M_n = 19,1$ Н·м. Параметри електричної та механічної частин двигуна становлять: активний опір якоря $R_a = 1,6$ Ом, індуктивність якоря $L_a = 18$ мГн, момент інерції ротора $J = 0,045$ кг·м², електромеханічна стала часу $T_m = 0,38$ с.

У даній електромеханічній системі вимірюваними змінними стану є швидкість електродвигуна $v_1 = k_{\Gamma\Gamma}\omega = u_{\Gamma\Gamma}$, струм якорного ланцюга $v_2 = i_a$. Змінні, які не доступні вимірюванню: інтегральна складова напруги регулятора $w_2 = u_2$; момент навантаження $w_2 = M_C \approx const$.

Початкові рівняння об'єкту керування з урахуванням необхідності оцінки M_C :

$$\begin{aligned} Jp\omega &= k_{\Gamma}i_a - M_C \\ (T_E p + 1)i_a R_a &= u_a - k_{\Gamma}\omega \\ u_a &= \left(k_{\text{PII}} \frac{T_{\text{PC}}}{k_{\text{PC}}} + k_{\text{PII}} \frac{1}{k_{\text{PC}}} \frac{1}{p} \right) k_{\text{PII}} u_y, \\ pM_C &= 0 \end{aligned}, \quad (13)$$

де відповідно позначимо вирази $k_{\text{PII}}(T_{\text{PC}}/k_{\text{PC}})u_y = k_{\text{PI}}u_y$ - пропорційна складова напруги ПІ - регулятора;

$u_2 = k_{PII}(1/pk_{PC})u_y = k_I u_y$ - інтегральна складова напруги ПІ - регулятора.

Перетворюючи початкові рівняння ОК до форми Коши [11] відносно змінних ω , i_a , u_2 , M_C запишемо векторно-матричне рівняння в блочному вигляді:

$$\begin{bmatrix} \dot{\omega} \\ \dot{i}_a \\ \dot{\hat{u}}_2 \\ \dot{\hat{M}}_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & a_{12} & 0 & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega \\ i_a \\ \hat{u}_2 \\ \hat{M}_C \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ b_{11} \\ b_{12} \\ 0 \end{bmatrix} \cdot u_y, \quad (14)$$

або

$$\begin{bmatrix} \dot{v} \\ \dot{\hat{w}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v \\ \hat{w} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \end{bmatrix} \cdot u_y, \quad (15)$$

де $a_{12} = k_d/J$, $a_{14} = -1/J$, $a_{21} = -k_d/L_a$, $a_{22} = -R_a/L_a$, $a_{23} = k_{PII}/L_a$, $b_{11} = k_{PII}k_{PI}/L_a$, $b_{12} = k_I$.

Елементи блочної матриці:

$$A_1 = \begin{bmatrix} 0 & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix}; A_2 = \begin{bmatrix} 0 & a_{14} \\ a_{23} & 0 \end{bmatrix}; A_{21} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}; A_{22} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix};$$

$$b_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ b_{11} \end{bmatrix}; b_2 = \begin{bmatrix} b_{12} \\ 0 \end{bmatrix}.$$

На основі виразу (11) та (12) запишемо характеристичну матрицю та характеристичний поліном РПС заданої системи:

$$D = pI - (A_{22} - LA_{12}) = \begin{bmatrix} p + l_{12}a_{23} & l_{11}a_{14} \\ l_{22}a_{23} & p + l_{21}a_{14} \end{bmatrix}, \quad (16)$$

$$D(p) = p^2 + (l_{21}a_{14} + l_{12}a_{23})p + l_{12}a_{23}l_{21}a_{14} - l_{11}a_{14}l_{22}a_{23}, \quad (17)$$

Для виконання синтезу регулятора РПС, тобто для визначення коефіцієнтів матриці L , обираємо стандартне рівняння другого порядку модульного оптимуму з бажаним рівнем демпфірування $\sigma_{БАЗ} = 4,5\%$ та швидкодією $t_{П.П.БАЗ} = 2,8/\omega_\sigma$:

$$D_{БАЗ}(p) = p^2 + 2\omega_\sigma p + \omega_\sigma^2 = 0, \quad (18)$$

Для підвищення швидкодії РПС $t_{П.П.БАЗ}$ приймається на порядок менше ніж значення часу перехідного процесу об'єкту спостереження: $t_{П.П.БАЗ} = 0,59$ с. Базова частота відповідно: $\omega_\sigma = \tau_{П.П.} / t_{П.П.БАЗ} = 2,8 / 0,95 = 4,75 \text{ с}^{-1}$.

Прирівнюючи коефіцієнти при рівних степенях оператора p рівнянь (12) та (18), визначаємо параметри регулятора L . Так як коефіцієнтів l_{ij} чотири, а РПС має другий порядок, то можна, враховуючи особливості побудови пристрою спостереження, прийняти значення коефіцієнтів l_{11} та l_{22} малими для мінімізації їх

впливу на загальну динаміку електромеханічної системи. Тоді, використовуючи параметри електроприводу a_{ij} , визначаємо значення останніх коефіцієнтів l :

$$l_{11} = 0,001; l_{22} = 0,001; l_{21} = \frac{22,522}{a_{23}} = 5;$$

$$l_{12} = \frac{22,522}{l_{21}a_{23}a_{14}} = 0,16 \quad (19)$$

Для матриці коефіцієнтів L редукованого пристрою спостереження розміру $(n \times n)$ повинна виконуватись умова: будь-яка строчка, будь-який стовпчик або ж діагональ елементів матриці мають значення, які є відносно малими і ними можна знехтувати у порівнянні з останніми коефіцієнтами, а при моделюванні можуть бути прирівняними до нуля.

З урахуванням складених матриць (11) отримуємо матричне рівняння РПС:

$$\begin{bmatrix} \dot{z}_1(t) \\ \dot{z}_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -l_{12}a_{23} & -l_{11}a_{14} \\ -l_{22}a_{23} & -l_{21}a_{14} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{u}_2 \\ \hat{M}_C \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -l_{12}a_{21} & -l_{11}a_{12} & -l_{12}a_{22} \\ -l_{22}a_{21} & -l_{21}a_{12} & -l_{22}a_{22} \end{bmatrix} \times$$

$$\times \begin{bmatrix} \omega \\ i_a \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_{21} - l_{12}b_{11} \\ -l_{22}b_{11} \end{bmatrix} \cdot u_y, \quad (20)$$

$$\begin{bmatrix} \hat{u}_2 \\ \hat{M}_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} z_1(t) \\ z_2(t) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} l_{11} & l_{12} \\ l_{21} & l_{22} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \omega \\ i_a \end{bmatrix}, \quad (21)$$

Розв'язуючи матричні рівняння відносно змінних \dot{z}_1 , \dot{z}_2 , \hat{u}_2 , \hat{M}_C , отримаємо результуючі розрахункові рівняння синтезованого РПС:

$$\dot{z}_1(t) = -l_{12}a_{23}\hat{u}_2 - l_{11}a_{14}\hat{M}_C - l_{12}a_{21}\omega + (-l_{11}a_{12} - l_{12}a_{22})i_a + (b_{21} - l_{12}b_{11})u_y, \quad (22)$$

$$\hat{u}_2 = z_1(t) + l_{11}\omega + l_{12}i_a,$$

$$\dot{z}_2(t) = -l_{22}a_{23}\hat{u}_2 - l_{21}a_{14}\hat{M}_C - l_{22}a_{21}\omega + (-l_{21}a_{12} - l_{22}a_{22})i_a - l_{22}b_{11}u_y,$$

$$\hat{M}_C = z_2(t) + l_{21}\omega + l_{22}i_a,$$

Відповідно до приведених рівнянь складемо структурну схему РПС (рис. 3).

Моделювання та дослідження динамічних властивостей синтезованого пристрою спостереження, зокрема його перехідних процесів, виконано з використанням програмного середовища Matlab, відповідні результати наведено на рис. 4.

На рис. 4, крива (а) відповідає роботі системи з повним пристроєм спостереження стану, який відновлює повний вектор стану електроприводу, при цьому перерегулювання становить близько 6,4 %, а час встановлення перехідного процесу дорівнює приблизно 5,75 с. Крива (б) відображає перехідний процес у системі з редукованим пристроєм спостереження, що відновлює лише невимірювані змінні стану

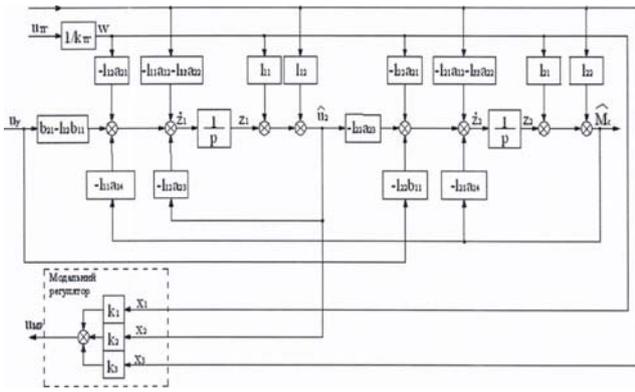
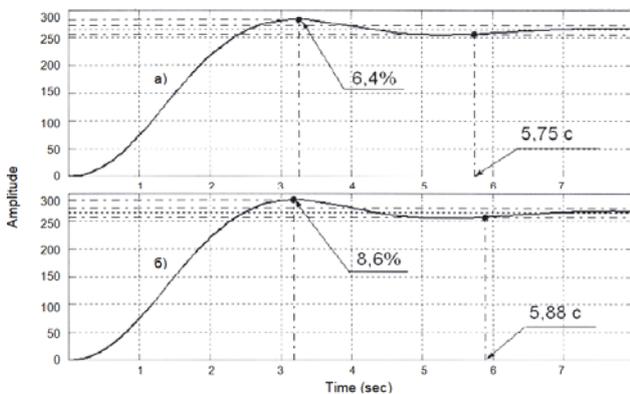


Рисунок 3. Структурна схема редукованого пристрою спостереження



(а) система з повним пристроєм спостереження стану, що відновлює повний вектор стану електроприводу; (б) система з редукованим пристроєм спостереження, який відновлює лише невимірювані змінні стану

Рисунок 4. Перехідні характеристики СКЕП при використанні рівняння другого порядку модульного оптимуму ($\sigma_{\max} = 4,5\%$ та швидкодією $t_{\text{вл, макс}} = 2,8/\omega_{\sigma}$).

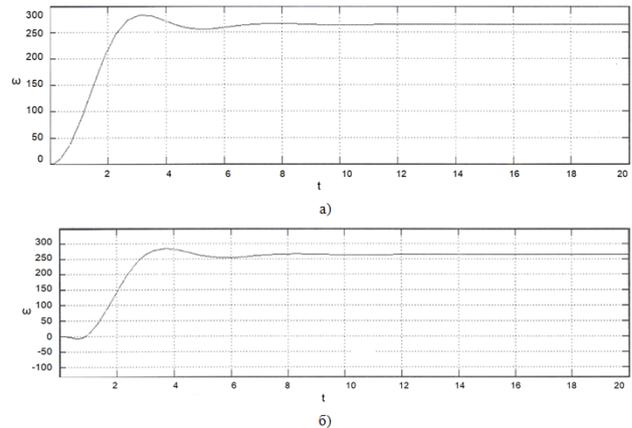
(інтегральну складову ПІ-регулятора та момент навантаження) за наявності безпосереднього вимірювання швидкості ω та струму якоря i_a ; у цьому випадку перерегулювання зростає до 8,6 %, а час встановлення перехідного процесу збільшується до 5,88 с. Порівняльний аналіз отриманих характеристик свідчить, що застосування редукованого пристрою спостереження у системі низького порядку призводить до незначного погіршення показників якості перехідного процесу, однак не впливає на стійкість електромеханічної системи та забезпечує збереження заданих динамічних властивостей модального керування. Також бачимо, що РПС змінює динаміку системи, так як перехідний процес має більше перерегулювання і час тривалості перехідного процесу збільшується.

У випадку відхилення реальних фізичних параметрів системи від ідеалізованих в математичній моделі, результуючі відхилення показників перехідного процесу будуть значними [12]. Тому при побудові РПС треба враховувати усі особливості відхилення параметрів ОК і його системи керування, а також ви-

користовувати прецизійні елементи для реалізації принципової схеми редукованого пристрою спостереження.

Вхідними фізичними змінними для синтезованого редукованого пристрою спостереження являються швидкість валу двигуна ω та струм якорного ланцюга електродвигуна i_a , а інтегральна складова напруги ПІ - регулятора ПС відтворює на основі математичної моделі всієї електромеханічної системи, так як безпосереднє вимірювання даної величини може бути ускладненим через відмінність різновидів форм елементної реалізації регуляторів, наприклад, на основі мікро контролера.

Важливим етапом оцінювання ефективності системи керування електроприводом є дослідження її реакції на зміну навантаження на валу електродвигуна, що є невід’ємною умовою реальної експлуатації. Такий аналіз дозволяє оцінити жорсткість синтезованої електромеханічної системи модального керування, а також перевірити її стійкість. Імітаційне моделювання роботи електромеханічної системи модального керування з використанням пристрою спостереження при зміні збурювальної дії - моменту навантаження на валу електродвигуна - відповідні результати наведено на рис. 5.



крива (а) розгін електроприводу на холостому ході; крива (б) розгін електроприводу за умов номінального навантаження на валу

Рисунок 5. Осцилограми перехідних процесів швидкості обертання вала електродвигуна постійного струму $\omega(t)$ при модальному керуванні

На рис.5 наведено осцилограми перехідних процесів швидкості обертання вала електродвигуна постійного струму $\omega(t)$, отримані в результаті імітаційного моделювання системи модального керування в програмному середовищі MATLAB. Крива (а) відповідає режиму розгону електроприводу на холостому ході, тоді як крива (б) відображає перехідний процес при розгоні електроприводу за умов дії номінального моменту навантаження на валу двигуна.

Аналіз осцилограм показує, що збільшення навантаження призводить до зростання часу встановлення

швидкості та зменшення її усталеного значення, що є закономірним наслідком зниження жорсткості електромеханічних характеристик приводу при навантаженні. Водночас система модального керування зберігає стійкість і забезпечує працездатність електроприводу в обох режимах.

При цьому, зі збільшенням навантаження на валу одночасно збільшується й час виходу ДПС на задану швидкість і, відповідно, час перехідного процесу.

Синтез пристрою спостереження для електромеханічних систем більш високого порядку проілюстровано на прикладі системи керування двигуном постійного струму, що містить два ПІ-регулятори та електропривод із розімкненими від'ємними зворотними зв'язками за швидкістю і струмом (рис. 6).

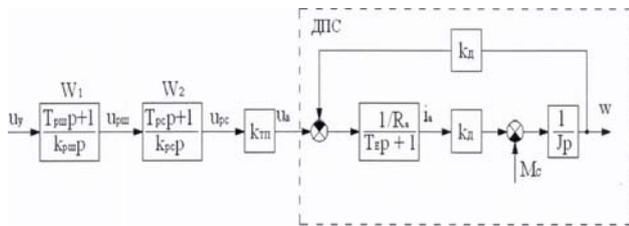


Рисунок 6. Структурна схема електроприводу постійного струму з двома ПІ - регуляторами в ланцюгу керування

Дані регулятори, що послідовно розміщені в системі керування, забезпечують врахування інерційності двигуна, компенсацію його постійних часу та плавний перехідний процес при початковому запуску та реакції системи на будь-які зміни сигналу керування.

За аналогією з раніше розглянутим випадком система рівнянь (14) у векторно-матричній формі може бути подана у вигляді:

$$\begin{bmatrix} \dot{\omega} \\ \dot{i}_a \\ \dot{u}_1 \\ \dot{u}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{k_d}{J} & 0 & 0 \\ \frac{k_d}{L_a} & -\frac{R_a}{L_a} & \frac{T_{PC} k_{PII}}{L_a k_{PC}} & \frac{k_{PII}}{L_a} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{k_{PC}} & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \omega \\ i_a \\ u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{T_{PC} T_{PII} k_{PII}}{L_a k_{PC} k_{PII}} \\ \frac{1}{k_{PII}} \\ \frac{T_{PII}}{k_{PC} k_{PII}} \end{bmatrix} u_y, \quad (23)$$

Як бажаний характеристичний поліном обрано типове нормоване рівняння четвертого порядку, що відповідає модульному оптимуму:

$$D_{БМЖ}(p) = p^4 + 2,82p^3 + 4p^2 + 2,82p + 1; \quad (24)$$

$$\sigma = 6,2\%; \quad \tau_{П.П.} = 7$$

Характеристична матриця редукованого пристрою спостереження та відповідне характеристичне рівняння мають вигляд:

$$D = pI - (A_{22} - LA_{12}) = \begin{bmatrix} p + l_{12}a_{23} & l_{12}a_{24} \\ -a_{43} + l_{22}a_{23} & p + l_{22}a_{24} \end{bmatrix}, \quad (25)$$

$$D(p) = p^2 + (l_{22}a_{24} + l_{12}a_{23})p + l_{12}a_{24}a_{43}$$

Так як РПС у даному випадку має другий порядок, обираємо типове нормоване рівняння модульного оптимуму відповідного порядку і за умовою максимальної швидкодії обирається базова частота ω_6 :

$$D_{БМЖ}(p) = p^2 + \sqrt{2}\omega_6 p + \omega_6^2, \quad (26)$$

$$\sigma = 4,5\%; \quad \tau_{П.П.} = 2,8; \quad t_{П.П.БМЖ} = 0,7c$$

$$\omega_6 = \frac{\tau_{П.П.}}{t_{П.П.БМЖ}} = \frac{2,8}{0,7} = 4c^{-1}.$$

Для максимальної швидкодії системи $t_{П.П.БМЖ}$ прийемо на порядок менше, ніж значення часу перехідного процесу об'єкту спостереження. Далі, прирівнюючи коефіцієнти при рівних степенях оператора в рівняннях $D(p)$ та $D_{БМЖ}(p)$, знаходимо параметри регулятора L :

$$l_{11} = l_{21} = 0, \quad l_{12} = \frac{16}{a_{24}a_{43}} = 5,9 \cdot 10^{-5}, \quad (27)$$

$$l_{22} = \frac{5,6a_{24}a_{43} - 16a_{23}}{a_{24}^2a_{43}} = 4,1 \cdot 10^{-4}$$

Запишемо векторно-матричні рівняння РПС з урахуванням знайдених матриць та введених нових змінних стану z :

$$\begin{bmatrix} \dot{z}_1(t) \\ \dot{z}_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -l_{12}a_{23} & -l_{12}a_{24} \\ a_{43} - l_{22}a_{23} & -l_{22}a_{24} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \hat{u}_1 \\ \hat{u}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -l_{12}a_{21} & -l_{12}a_{22} \\ -l_{22}a_{21} & -l_{22}a_{22} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \omega \\ i_a \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_{31} - l_{12}b_{21} \\ b_{41} - l_{22}b_{21} \end{bmatrix} \cdot u_y, \quad (28)$$

$$\begin{bmatrix} \hat{u}_1 \\ \hat{u}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} z_1(t) \\ z_2(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & l_{12} \\ 0 & l_{22} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \omega \\ i_a \end{bmatrix},$$

Розв'язуючи матричні рівняння відносно змінних z_1, z_2, u_1, u_2 , отримуємо результуючі розрахункові рівняння синтезованого РПС:

$$\dot{z}_1(t) = -l_{12}a_{23}\hat{u}_1 - l_{12}a_{24}\hat{u}_2 - l_{12}a_{21}\omega - l_{12}a_{22}i_a + (b_{31} - l_{12}b_{21})u_y;$$

$$\hat{u}_1 = z_1(t) + l_{12}i_a; \quad (29)$$

$$\dot{z}_2(t) = (a_{43} - l_{22}a_{23})\hat{u}_1 - l_{22}a_{24}\hat{u}_2 - l_{22}a_{21}\omega - l_{22}a_{22}i_a + (b_{41} - l_{22}b_{21})u_y;$$

$$\hat{u}_2 = z_2(t) + l_{22}i_a$$

На основі рівнянь (29) формуємо редукований пристрій спостереження (рис. 7), що відновлює фізи-

чні змінні стану u_1 та u_2 на основі змінних, що спостерігаються ω та i_a .

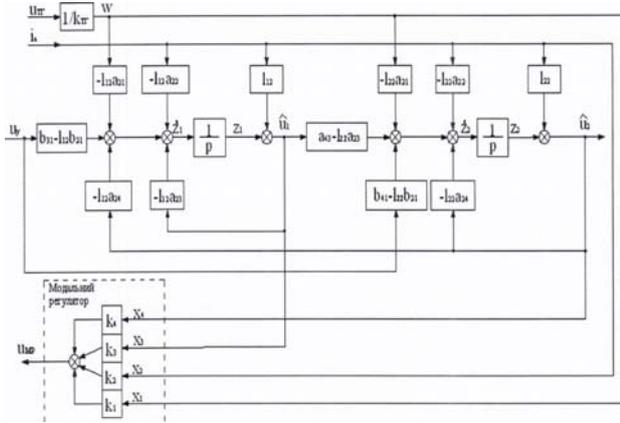
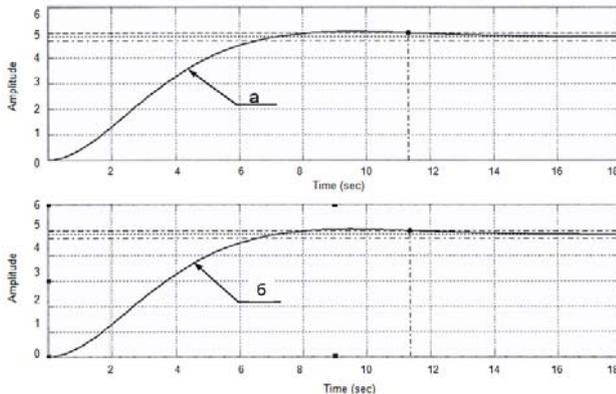


Рисунок 7. Структурна схема РПС електромеханічної системи четвертого порядку

За допомогою математичного програмного середовища Matlab змодельовано роботу електропривода з модальним керуванням (рис. 8) з використанням (крива б) та без використання (крива а) РПС для реалізації зворотних зв'язків (33) по вектору стану i , відповідно, модального керування.



крива (а) перехідний процес при безпосередньому вимірюванні змінних вектора стану; крива (б) перехідний процес при відновленні змінних вектора стану за допомогою РПС

Рисунок 8. Осцилограми перехідних процесів швидкості обертання вала електродвигуна постійного струму у системі модального керування

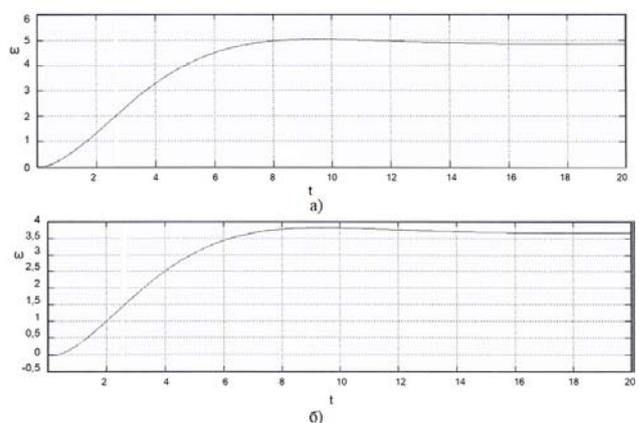
На рис. 8 наведено осцилограми перехідних процесів швидкості обертання вала електродвигуна постійного струму, отримані в результаті імітаційного моделювання системи модального керування в середовищі MATLAB. Крива (а) відповідає режиму керування з використанням безпосередньо вимірних змінних вектора стану, тоді як крива (б) відображає роботу електроприводу при відновленні вектора стану за допомогою редукованого пристрою спостереження. Порівняння осцилограм свідчить, що застосування РПС практично не впливає на динамічні показники

системи: час встановлення швидкості та її усталене значення для обох випадків є близькими, а характер перехідного процесу залишається аперіодичним із незначним перерегулюванням. Це підтверджує коректність відновлення змінних стану та доцільність використання РПС у системах модального керування електроприводами.

Введення в систему додаткових динамічних ланок зменшує швидкодію. Ця проблема вирішується за рахунок попередньо заданої швидкодії та перерахунку типового нормованого рівняння для даного випадку. Також, із алгоритму синтезу пристрою спостереження видно, що спостерігач, який визначає вектор стану об'єкту керування, можна розглядати незалежно від самого об'єкту керування. Це означає, що характеристичний поліном системи складається з добутку характеристичних поліномів ОК та ПС:

$$D(p) = \det(pI - A + bk^T) \det(pI - A + gc^T), \quad (30)$$

Використання фізичних змінних стану електроприводу, до складу яких у даній роботі віднесено швидкість обертання вала електродвигуна ω , струм якорного кола i_a , інтегральну складову вихідної напруги ПІ-регулятора та момент навантаження M_s , для реалізації методу розміщення полюсів значно ускладнює процедуру визначення параметрів модального регулятора зі зростанням порядку системи. Тобто електромеханічні системи п'ятого і вищого порядків потребують повної автоматизації розрахунку параметрів модального регулятора та пристрою спостереження на ЕОМ. Розглянемо навантажувальну здатність електроприводу четвертого порядку з системою модального керування та з редукованим пристроєм спостереження, що забезпечує (відновлює) повний вектор стану (невідомі змінні) для реалізації модального регулятора (рис. 9).



крива (а) пуск електроприводу на холостому ході; крива (б) пуск електроприводу за умов навантаження на валу двигуна

Рисунок 9. Осцилограми перехідних процесів швидкості обертання вала електродвигуна постійного струму $\omega(t)$ у системі модального керування четвертого порядку

Як видно з графіків перехідних процесів (рис. 9), збільшення навантаження на валу електродвигуна призводить до зростання часу перехідного процесу та зменшення усталеного значення швидкості обертання. Зокрема, при запуску електроприводу на холостому ходу час встановлення перехідного процесу становить приблизно $t_s \approx 5,6$ с, тоді як при номінальному навантаженні він зростає до $t_s \approx 6,3$ с, тобто збільшується приблизно на 12–13 %. Одночасно усталене значення швидкості зменшується приблизно на 4–6 % відносно значення, отриманого в режимі холостого ходу, що зумовлено зростанням моменту навантаження. Це в свою чергу свідчить про те, що з підвищенням порядку електромеханічної системи модального керування зменшується жорсткість електромеханічних характеристик приводу.

Конфлікт інтересів. Автори заявляють про відсутність конфлікту інтересів.

V. ВИСНОВКИ

У роботі розроблено методику синтезу редукованого пристрою спостереження стану для електроприводів постійного струму з модальним керуванням, що ґрунтується на методі розміщення полюсів із використанням типових нормованих рівнянь модульного оптимуму та забезпечує задану швидкодію і стійкість процесу оцінювання невимірюваних змінних стану.

Отримано математичні моделі повного та редукованого пристроїв спостереження в просторі станів, які дають змогу відновлювати лише невимірювані змінні електроприводу та використовувати їх у законі модального керування без збільшення порядку об'єкта керування. Встановлено умову вибору швидкодії редукованого пристрою спостереження, згідно з якою власні значення спостерігача повинні перевищувати швидкодію об'єкта керування, що гарантує збіжність оцінок і коректну роботу замкненої системи модального керування.

Доведено можливість відновлення інтегральної складової ПІ-регулятора та моменту навантаження в електроприводі постійного струму без застосування додаткових датчиків. За результатами імітаційного моделювання встановлено, що в системах низького порядку використання редукованого пристрою спостереження призводить до незначного збільшення перерегулювання та тривалості перехідного процесу, тоді як у системах вищого порядку його вплив на показники якості перехідних процесів є мінімальним.

Підтверджено збереження стійкості та працездатності електроприводу при зміні моменту навантаження як у режимі холостого ходу, так і при номінальному навантаженні, що свідчить про достатню робастність системи модального керування з редукованим пристроєм спостереження.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

- [1] Luenberger D. G. Observing the state of a linear system [Electronic resource] / D. G. Luenberger // IEEE Transactions on Automatic Control. – 1964. – Vol. 9, no. 2. – P. 74–80. – Mode of access: <https://doi.org/10.1109/TAC.1964.1105342>
- [2] Nechak L. Reduced order state observer via centre manifold and sliding-mode theories [Electronic resource] / L. Nechak // Proceedings of the 2024 European Control Conference (ECC), Stockholm. – [S. l.], 2024. – P. 2831–2836. – Mode of access: <https://doi.org/10.23919/ECC64448.2024.10591214>.
- [3] Darouach M. Reduced-order observer design for descriptor systems with unknown inputs / M. Darouach, M. Zasadzinski, M. Hayar // IEEE Transactions on Automatic Control. – 1996. – Vol. 41, no. 8. – P. 1068–1072.
- [4] Толочко О. І. Системи непрямого регулювання швидкості зі спостерігачами стану / О. І. Толочко, О. В. Пісковатська, С. М. Кудокочев // Наукові праці Донецького національного технічного університету. Серія: Електротехніка і енергетика. – 2012. – № 67. – С. 168–173.
- [5] Problems of constructing asynchronous electric drives with state observers / V. Stopkin [et al.] // Information technologies in metallurgy and mechanical engineering: International scientific and technical conference. – 2021. – P. 197–201.
- [6] Kuczmann M. Review of DC Motor Modeling and Linear Control: Theory with Laboratory Tests / M. Kuczmann // Electronics. – 2024. – Vol. 13, no. 11. – P. 2225–2230.
- [7] Reduced-order observer-based position control of a magnetic-g geared servo drive / N. Verbanac [et al.] // Actuators. – 2024. – Vol. 13, no. 1. – P. 6–11.
- [8] Powell G. F. Feedback control of dynamic systems / G. F. Powell, J. D. Powell. – Boston : 2015. – 728 p.
- [9] Coronado-Andrade A. Load torque observer for BLDC motors based on a HOSM differentiator / Coronado-Andrade A, Alvarez-Icaza L // Machines. – 2023. – Vol. 11, no. 12. – P. 1065–1071.
- [10] Zhu Y Y. A nonlinear extended state observer-based load torque estimation method for wind turbine generators / Y. Zhu Y, J. Yu J, Y. Tang Y // Engineering. – 2025. – Vol. 6, no. 10. – P. 264–270.
- [11] Franklin J. F. Automatic Control Systems. Analysis and Synthesis in State Space. / J. F. Franklin, J. D. Powell. – 2004. – 640 p.
- [12] Åström K. J. Feedback systems: an introduction for scientists and engineers / K. J. Åström, R. M. Murray. : Princeton, 2008. – 396 p.

Надійшла (Received) 08.01.2026;

Прийнята (Accepted) 04.02.2026;

Опублікована (Published) 30.03.2026;

FEATURES OF THE SYNTHESIS OF REDUCED STATE MONITORING DEVICES FOR DC ELECTRIC ACTUATORS WITH MODAL CONTROL

- SADOVOY O.S. Candidate of Technical Sciences, Associate Professor, Associate Professor of the Department of Electric Power Engineering, Electrical Engineering and Electromechanics, Mykolaiv National Agrarian University, Mykolaiv, Ukraine, ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-0424-6086>, e-mail: sadovuyos@mnau.edu.ua;
- STAVYNSKYY A.A. Doctor of Technical Sciences, Professor, Professor of the Department of Electric Power Engineering, Electrical Engineering and Electromechanics, Mykolaiv National Agrarian University, Mykolaiv, Ukraine, ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-7573-9238>, e-mail: andrey.stavynskiy@mnau.edu.ua;
- RUDENKO A.Yu. Assistant Professor, Department of Electric Power Engineering, Electrical Engineering and Electromechanics, Mykolaiv National Agrarian University, Mykolaiv, Ukraine, ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-5103-6412>, email: rudenkoau@mnau.edu.ua;
- STAVYNSKYY R.A. Candidate of Technical Sciences, Associate Professor, Associate Professor of the Department of Ship Electrical Power Systems, Admiral Makarov National University of Shipbuilding, Mykolaiv, Ukraine, ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-0640-5717>, e-mail: strostand7@gmail.com;
- GUROV A.P. Candidate of Technical Sciences, Professor, Professor of the Department of Automation, Admiral Makarov National University of Shipbuilding, Mykolaiv, Ukraine, ORCID: <https://orcid.org/0009-0002-6425-3325>, e-mail: anatoliy.gurov1945@gmail.com;
- VASILIEV O.G. Candidate of Technical Sciences, Associate Professor, Associate Professor of the Department of Automation, Admiral Makarov National University of Shipbuilding, Mykolaiv, Ukraine, ORCID: <https://orcid.org/0009-0002-8399-0865>, e-mail: grigorich041949@gmail.com;

Purpose. The purpose of the study is the development and justification of a methodology for the synthesis of reduced state monitoring devices for DC electric drives with modal control, as well as the analysis of their impact on the dynamic properties, stability and quality indicators of transient processes of electromechanical systems.

Methodology. The work uses methods of automatic control theory and state space theory, in particular methods of modal synthesis and pole placement. To build a reduced observation device, analytical methods of linear algebra and matrix analysis were used. The study of the dynamic properties of the electromechanical system was performed using methods of mathematical modeling and simulation experiment in the MATLAB software environment. The quality of transient processes was assessed based on the analysis of time characteristics and stability indicators of the control system.

Findings. Mathematical models of full and reduced state observation devices in the state space are developed and an algorithm for synthesis of a reduced observer is proposed, which provides recovery of only unmeasured state variables of the electric drive. It is shown that the choice of the speed of the reduced observation device, which exceeds the speed of the control object, guarantees the convergence of estimates and the correct operation of the modal control system. Using the example of second- and fourth-order electric drives, the possibility of recovering the integral component of the PI controller and the load moment without using additional sensors is proven. The simulation results show that in low-order systems, the use of a reduced observer can lead to a slight increase in overshoot and the duration of transients, while in higher-order systems its impact on dynamic indicators is minimal.

Originality. The paper first substantiates the use of typical normalized equations of modular optimum for the synthesis of reduced observation devices in DC electric drive systems with modal control, and also establishes the dependence of the influence of a reduced observer on the dynamics of the system on its order.

Practical value. The results obtained can be used in the design of control systems for electric drives with limited sensor capabilities, allowing to reduce the structural and hardware complexity of the system, increase its reliability, and simplify practical implementation without significantly degrading control quality indicators.

Keywords: DC electric drive, modal control, state observation device, reduced observer, state space, pole placement, transients, system stability, nonlinearity, synthesis.

REFERENCES

- [1] Luenberger, D.G. (1964). Observing the state of a linear system. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 9, 2, 74-80.

<https://doi.org/10.1109/TAC.1964.1105342>

- [2] Nechak, L. (2024). Reduced order state observer via centre manifold and sliding-mode theories. *Proceedings of the 2024 European Control Conference (ECC)*, 2831–2836. DOI: [10.23919/ECC64448.2024.10591214](https://doi.org/10.23919/ECC64448.2024.10591214)
- [3] Darouach, M., Zasadzinski, M., Hayar, M. (1996). Reduced-order observer design for descriptor systems with unknown inputs. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 41, 8, 1068–1072.
- [4] Tolochko, O.I., Piskovatska, O.V., Kudokotsev, S.M. (2012). Systemy nepriamoho rehulivannia shvydkosti zi sposterezhachamy stanu [Indirect speed control systems with state observers]. *Scientific works of Donetsk National Technical University. Series: Electrical Engineering and Power Engineering*, 67, 168–173. (in Ukrainian)
- [5] Stopkin, V., et al. (2021). Problems of constructing asynchronous electric drives with state observers. *Information technologies in metallurgy and mechanical engineering: International scientific and technical conference*, 197–201.
- [6] Kuczmann, M. (2024). Review of DC motor modeling and linear control: theory with laboratory tests. *Electronics*, 13, 11, 2225. DOI: [10.3390/electronics13112225](https://doi.org/10.3390/electronics13112225)
- [7] Verbanac, N., et al. (2024). Reduced-order observer-based position control of a magnetic-g geared servo drive. *Actuators*, 13, 1, 6–11.
- [8] Powell, G.F., Powell, J.D. (2015). *Feedback control of dynamic systems*. Boston: Pearson, 728.
- [9] Coronado-Andrade, A., Alvarez-Icaza, L. (2023). Load torque observer for BLDC motors based on a HOSM differentiator. *Machines*, 11, 12, 1065. DOI: [10.3390/machines11121065](https://doi.org/10.3390/machines11121065)
- [10] Zhu, Y., Yu, J., Tang, Y. (2025). A nonlinear extended state observer-based load torque estimation method for wind turbine generators. *Engineering*, 6, 10, 264–270.
- [11] Franklin, G.F., Powell, J.D. (2004). *Automatic control systems. Analysis and synthesis in state space*. New York: Wiley, 640.
- [12] Åström, K.J., Murray, R.M. (2008). *Feedback systems: an introduction for scientists and engineers*. Princeton: Princeton University Press, 396.