

УДК 621.317:519.254

## ВИКОРИСТАННЯ ЛІНІЙНОЇ РЕГРЕСІЇ ДЛЯ ОЦІНКИ ІНДЕКСУ ДИСБАЛАНСУ ТРИФАЗНОЇ НАПРУГИ НА ОСНОВІ ПАРАМЕТРІВ ПРОСТОРОВОГО ВЕКТОРУ КУТОВОЇ ЧАСТОТИ

КОЗЛОВСЬКИЙ Є. В. аспірант кафедри електропостачання, гр. ГЕ-41ф, ІЕЕ, Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського», м. Київ, Україна, ORCID : <https://orcid.org/0009-0009-2753-3900> e-mail: [eugene.kozlovskiy@gmail.com](mailto:eugene.kozlovskiy@gmail.com);

ВОЛОШКО А. В. д-р техн. наук, проф. кафедри електропостачання Національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського», м. Київ, Україна, ORCID: <https://orcid.org/0009-0004-2113-3600>, e-mail: [avolosko820@gmail.com](mailto:avolosko820@gmail.com);

**Мета роботи.** Розробка та дослідження методу оцінки індексу дисбалансу трифазної напруги на основі лінійної регресії для підвищення оперативності контролю якості електроенергії. Застосування лінійного співвідношення між максимальним радіусом просторового вектору та величиною дисбалансу має на меті забезпечити високу швидкість обчислень (до 10 мс) при збереженні прийнятної точності.

**Методи дослідження.** Для досягнення мети використано теорію просторового вектору для аналізу трифазних систем у часовій області. Застосовано методи математичної статистики та лінійної регресії (метод найменших квадратів) для встановлення кореляційної залежності між геометричними параметрами годографа просторового вектору ( $R_{max}$ ) та індексом дисбалансу напруги ( $VUF$ ). Проведено комп'ютерне моделювання різних типів провалів напруги для верифікації запропонованої моделі.

**Отримані результати.** Встановлено, що модель лінійної регресії забезпечує високу кореляцію ( $R^2=0,985$ ) між параметром  $R_{max}$  та індексом  $VUF$ , що дозволяє адекватно описувати стан асиметрії системи. Головним результатом є скорочення часу оцінки показників небалансу до 10 мс (пів циклу промислової частоти), що у два рази швидше за традиційні методи на основі перетворення Фортеск'ю. Доведено, що для розрахунку за пропозованим методом достатньо знати лише величини лінійних напруг без залучення фазових кутів.

**Наукова новизна.** Вперше обґрунтовано можливість використання лінійної регресійної моделі для визначення індексу дисбалансу напруги через параметри годографа просторового вектору. Виявлено стабільний характер математичного зв'язку між максимальною напіввіссю еліпса просторового вектору та коефіцієнтом несиметрії, що дозволяє спростити математичну модель моніторингу за рахунок відмови від складного розкладання на симетричні складові.

**Практична цінність.** Запропонований метод дозволяє реалізувати моніторинг якості електропостачання в реальному часі в системах з обмеженими обчислювальними ресурсами (мікропроцесорні пристрої захисту та автоматики). Отримана швидкість реакції (10 мс) є критичною для захисту силової електроніки та забезпечення стійкості мікромереж (Smart Grids) в умовах швидких перехідних процесів. Результати можуть бути впроваджені в алгоритми цифрових аналізаторів якості енергії.

**Ключові слова:** індекс дисбалансу напруги; просторовий вектор; лінійна регресія; якість електроенергії; несиметрія напруг.

### І. ВСТУП

Стабільне функціонування сучасних енергосистем безпосередньо залежить від показників якості електроенергії (ЯЕЕ). Серед чинників, що дестабілізують роботу мережі, критичне значення має несиметрія напруг. Виникнення цього явища зумовлене нерівномірним розподілом потужних однофазних споживачів, конструктивною несиметрією параметрів ліній та трансформаторів, а також недоліками на етапі проектування. Впровадження новітніх технологій лише загос-

трює проблему підтримки балансу через хаотичний характер зростання несиметричних навантажень.

Для кількісної оцінки цього явища використовують індекс дисбалансу напруги ( $VUF$ ), який визначається як відношення складової зворотної послідовності до складової прямої послідовності. Традиційні методи розрахунку, що базуються на перетворенні Фортеск'ю, вимагають знання як амплітудних значень, так і фазових кутів усіх трьох фаз. Проте такий підхід має суттєві обмеження: математична складність обчислень приз-

водить до того, що розрахунок займає значний час (зазвичай щонайменше один системний цикл або 20 мс). Це стає критичним бар'єром для моніторингу якості мережі в реальному часі, де необхідна швидкість реакції має становити близько 10 мс.

Зменшення часу оцінки до 10 мс дозволяє системам автоматичного керування реагувати в межах пів періоду промислової частоти, що є критичним для захисту силової електроніки та забезпечення стійкості мікромереж (*microgrids*) в умовах швидких перехідних процесів.

Хоча теорія просторового вектору вже зарекомендувала себе як ефективний аналітичний інструмент для аналізу трифазних систем, існує потреба у спрощенні алгоритмів визначення *VUF*. Використання параметрів просторового вектору, зокрема його максимального радіусу  $R_{max}$ , дозволяє перейти від складних комплексних обчислень до більш простих математичних залежностей.

## II. АНАЛІЗ ДОСЛІДЖЕНЬ І ПУБЛІКАЦІЙ

Питанням оцінки несиметрії присвячено численні роботи вітчизняних та закордонних вчених. Класичний фундамент базується на методі Фортеск'ю, який є стандартом для розрахунку симетричних складових. Проте, як зазначають дослідники, реалізація цього методу в цифрових пристроях вимагає значного вікна осереднення. Останні публікації в галузі Smart Grid пропонують використання віконного перетворення Фур'є (*STFT*) та вейвлет-перетворення для виявлення спотворень, проте ці методи залишаються ресурсомісткими для бюджетних мікропроцесорних систем моніторингу.

Альтернативним напрямком є використання теорії миттєвої потужності та просторового вектору (*Space Vector*), що дозволяє аналізувати стан мережі в часовій області. Зокрема, відомо, що годограф просторового вектору напруги при несиметрії перетворюється з кола на еліпс. Невирішеною частиною загальної проблеми залишається пошук спрощених математичних моделей, які б встановлювали пряму кореляцію між геометричними параметрами цього еліпса та стандартизованим індексом *VUF* без переходу до частотної області.

Ця стаття посідає місце в ряду досліджень, спрямованих на оптимізацію алгоритмів моніторингу показників якості електричної енергії (ПЯЕ). Вибір напрямку досліджень обґрунтований гіпотезою про те, що застосування статистичних методів, зокрема лінійної регресії, до параметрів просторового вектору дозволить скоротити час обробки сигналу. Актуальність роботи обумовлена необхідністю створення швидких (*Fast-Response*) алгоритмів для сучасних активних систем розподілу енергії.

## III. МЕТА РОБОТИ

Метою роботи є розробка методу швидкої оцінки

індексу дисбалансу трифазної напруги на основі лінійної регресійної моделі параметрів просторового вектору. Для досягнення мети вирішуються наступні задачі:

- Встановлення математичної залежності між максимальним радіус-вектором ( $R_{max}$ ) годографа напруги та величиною індексу *VUF*.

- Побудова лінійної регресійної моделі за результатами моделювання різних режимів несиметрії.

- Оцінка точності отриманої моделі за допомогою коефіцієнта детермінації ( $R^2$ ).

- Перевірка швидкодії запропонованого алгоритму порівняно з класичним методом симетричних складових.

Критерієм якості результатів є мінімізація середньоквадратичної помилки апроксимації при забезпеченні швидкості розрахунку не більше ніж за пів циклу промислової частоти (10 мс).

Обмеження: дослідження обмежується аналізом несиметрії в системах з номінальною частотою 50 Гц без врахування впливу вищих гармонік понад 5% від основної частоти.

## IV. ВИКЛАДЕННЯ ОСНОВНОГУ МАТЕРІАЛУ І АНАЛІЗ ОТРИМАННИХ РЕЗУЛЬТАТІВ

Продуктивність електроенергетичної системи поступово погіршується за наявності проблем з ЯЕЕ, таких як, гармонійні спотворення, різного роду перехідні процеси, коливання напруги живлення та дисбаланс напруги [1, 2]. Основними причинами дисбалансу напруги в електричній мережі є нерівномірний розподіл потужних однофазних навантажень по трифазній системі, непрофесійне проектування електричних параметрів електричної мережі, а також асиметричний імпеданс ліній електропередач та обмоток трансформаторів [3]. При цьому необхідно відмітити наступне – підтримка балансу по трьох фазах електроенергетичної системи стає дедалі складною через несиметричне споживання електричної енергії [4].

На даний час існує велика кількість методів визначення дисбалансу напруги в електричній мережі, Серед них, для точного визначення дисбалансу напруг, рекомендується визначення індексів *LVUR* (NEMA - Національна асоціація виробників обладнання) та *VUR* IEEE (Інститут інженерів електротехніки та електроніки) [5].

Визначення дисбалансу напруги, також відоме як частота дисбалансу напруги в мережі (*LVUR*, %), визначається як:

$$LVUR, \% = \frac{\max(|U_{ab}-U_{avg}|, |U_{bc}-U_{avg}|, |U_{ca}-U_{avg}|)}{U_{avg}} \cdot 100, (1)$$

де  $U_{avg} = \frac{U_{ab}+U_{bc}+U_{ca}}{3}$  - середнє значення лінійних напруг.

В загальному вигляді (1) можна переписати наступним чином:

$$LVUR = \frac{U_{max}^{dev}}{U_{avg}} \cdot 100, \quad (2)$$

де  $U_{max}^{dev}$  - максимальне відхилення напруги від середньої напруги мережі.

Дане визначення дисбалансу передбачає, що середня напруга однакова до номінального значення у трифазній системі, і оскільки в (1) визначаються тільки величини, фазові кути не розглядаються.

Відповідно до стандарту ІЕС 61000-3-14 [5] Для визначення дисбалансу використовуються фазні напруги, а не міжлінійні. При цьому також не враховується інформація про фазовий кут. Визначення дисбалансу – відношення складової напруги зворотної послідовності до складової напруги прямої послідовності: Коефіцієнт дисбалансу напруги у відсотках ( $VUF, \%$ ), визначається наступним чином:

$$VUF = \frac{|U_{\text{зв}}|}{|U_{\text{пр}}|} \cdot 100, \quad (3)$$

де  $U_{зв}$  - модуль (середньоквадратичне значення) вектору напруги зворотної послідовності,  $U_{пр}$  - модуль (середньоквадратичне значення) вектору напруги прямої послідовності.

Компоненти комплексної послідовності можна розрахувати, використовуючи фазні напруги за допомогою перетворення Фортеск'ю [6], наступним чином:

$$U_{пр} = \frac{1}{3}(U_A + aU_B + a^2U_C), \quad (4)$$

$$U_{зв} = \frac{1}{3}(U_A + a^2U_B + aU_C), \quad (5)$$

$$VUF_{зв.фаз} = \frac{|U_A + a^2U_B + aU_C|}{|U_A + aU_B + a^2U_C|} \cdot 100, \quad (6)$$

При цьому потрібно зазначити, що інші розроблені індекси визначення дисбалансу зазвичай використовуються в поєднанні з  $LVUR$  та  $VUR$ . Загальний функціонал зворотної послідовності описує існування компоненти зворотної послідовності в електричній мережі, що забезпечує кращу фізичну інтерпретацію дисбалансу напруг та є більш корисним для його аналізу.

Одним із основних обмежень використання індексу  $VUF$  при моніторингу дисбалансу (продуктивності електричної мережі) є те, що його обчислення вимагає інформації як про величину, так і кути трифазних напруг. Крім того, його визначення складно з математичної точки зору і розрахунок загального функціоналу зворотної послідовності займає значний час порівняно з необхідним часом, дозволеним для зменшення дисбалансу, який становить 10 мс [7].

Як відомо, теорія просторового вектору є ефективним аналітичним інструментом для аналізу трифаз-

них систем. У цьому методі будь-яка змінна у часі трифазної системи перетворюється з часової області на набір із двох векторів у просторовій області [4]. Тобто, трифазна система  $u_a(t), u_b(t), u_c(t)$  в площині ABC, може бути представлена просторовим вектором  $\vec{U}$ , який складається з двох векторів

$$U = U_S + U_Z,$$

де  $U_S = U_\alpha + jU_\beta$  та  $U_Z = \frac{1}{3}(U_a + U_b + U_c)$ .

Після ряду перетворень вираз для просторового вектору запишеться наступним чином:

$$U_{SV} = \frac{2}{3} \left( U_a - \frac{1}{2}U_b - \frac{1}{2}U_c \right) + j \frac{2}{3} \left( \frac{\sqrt{3}}{2}U_b - \frac{\sqrt{3}}{2}U_c \right) \quad (7)$$

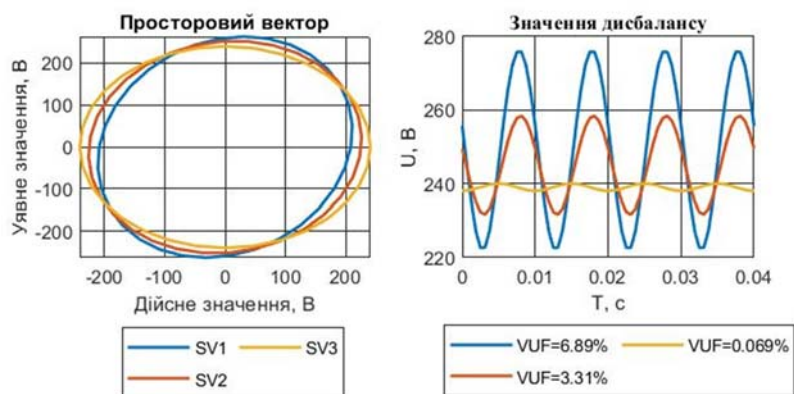
Як відомо, основними характеристиками просторового вектору є велика  $R_{max}$  та мала  $R_{min}$  напівосі, кут повороту сформованого еліпсу  $\theta$ . Для збалансованих систем просторовий вектор складається тільки з додатного вектору кутової частоти і слідує по колу в комплексній площині з радіусом рівним напрузі (рис. 1, крива 1). Для незбалансованих систем просторовий вектор є еліпсом із параметрами, що залежать від фази падіння напруги, величини провалу напруги та зсуву фазового кута (рис.1 , крива 2).



Рисунок 1. Просторовий вектор трифазної системи з наявністю однофазної несправності [8]

Проведемо дослідження залежності параметрів просторового вектору від величини індексу небалансу. В якості дослідження був вибраний параметр просторового вектору -  $R_{max}$ , який в значній мірі залежить від величини індексу небалансу [8]. Дослідження проводилися у плані залежності індексу небалансу  $VUF$  та  $R_{max}$  від зсуву фазових кутів та глибини провалів напруг.

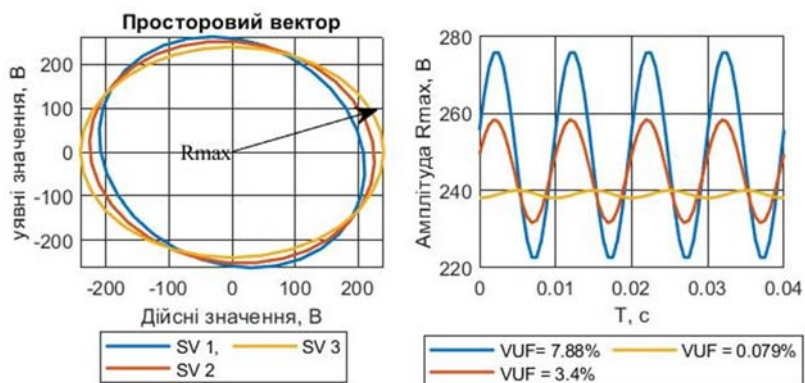
На рис. 2-4 представлені результати такого дослідження.



$$SV1-\varphi_B = 1.72\text{rad}, SV2=\varphi_B = 1.805\text{rad}, SV3=\varphi_B = 1.985\text{rad}$$

**Рисунок 2.** Тип провалу *B*, фаза *B*. Залежність дисбалансу напруг від зсуву фазових кутів

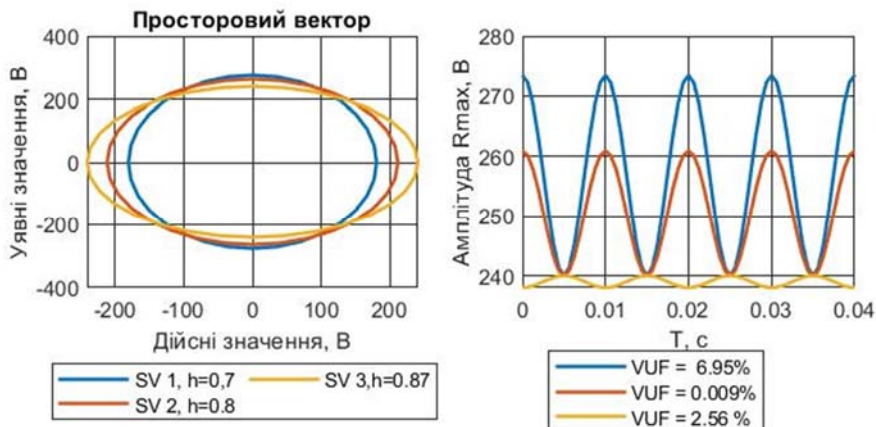
В залежності від значення фазового кута ( $\varphi_B = 1.72 \pm 1.805\text{rad}$ ) індекс дисбалансу приймає значення  $VUF = 0.069\% \pm 6.89\%$



$$SV1-\varphi_C = 1.7\text{rad}, SV2=\varphi_C = 1.8\text{rad}, SV3=\varphi_C = 1.98\text{rad}$$

**Рисунок 3.** Тип провалу *B*, фаза *C*. Залежність дисбалансу напруги від зсуву фазових кутів

В залежності від значення фазового кута ( $\varphi_C = 1.7 \pm 1.98\text{rad}$ ) індекс дисбалансу приймає значення  $VUF = 0.07\% \pm 7.88\%$



**Рисунок 4.** Тип провалу *A*. Залежність дисбалансу напруги від глибини провалу

Дослідження залежності  $R_{max}$  та  $VUF$  від зсуву фазових кутів та глибини провалу напруги проводилися шляхом моделювання різних типів провалу напруги, зсувів фазових кутів та глибини провалу. Аналіз результатів дослідження показав наступне:

1. Параметри  $R_{max}$  та  $VUF$  суттєво залежать від зсуву фазових кутів та глибини провалу.
2. Прослідковується залежність параметру просторового вектору  $R_{max}$  та величини  $VUF$  в сторону збільшення зсуву фазових кутів та глибини провалу.

Проведемо дослідження наявності математичної залежності параметру просторового вектору  $R_{max}$  та величини дисбалансу трифазної напруги в електричній мережі  $VUF$ .

Лінійна регресія – як метод математичного аналізу моделі залежності між скалярною та векторною змінними

Припустимо, що є  $n$  точок  $\{(x_i, y_i), i = 1, \dots, n\}$ , Функція, яка описує зв'язок між  $x$  і  $y$  записується  $y_i = \alpha + \beta x_i + \varepsilon_i$ . Завдання полягає в тому, щоб знайти рівняння прямої лінії  $y = \alpha + \beta x$ , яке б забезпечувало «найкраще» допасування наявних точок даних. Тут під «найкраще» розуміється в сенсі найменшого квадратичного відхилення: лінія, що мінімізує суму квадратів похибок лінійної регресійної моделі. Іншими словами,  $\alpha$  (перетин з віссю  $y$ ) і  $\beta$  (нахил) є розв'язком наступної задачі мінімізації

$$\text{Знайти } \min Q(\alpha, \beta), \text{ для } Q(\alpha, \beta) = \sum_{i=1}^n \varepsilon_i^2 =$$

$$\sum_{i=1}^n (y_i - \alpha - \beta x_i)^2, \quad (8)$$

Із (8) отримаємо значення  $\alpha$  і  $\beta$  які мінімізують цільову функцію  $Q(\alpha, \beta)$ :

$$\hat{\beta} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i y_i - \bar{x}\bar{y}}{\sum_{i=1}^n x_i^2 - \bar{x}^2} = \frac{\bar{xy} - \bar{x}\bar{y}}{\bar{x}^2 - \bar{x}^2} = \frac{\text{Cov}[x,y]}{\text{Var}[x]} = r_{x,y} \frac{s_y}{s_x}, \quad (9)$$

$$\hat{\alpha} = \bar{y} - \hat{\beta}\bar{x}, \quad (10)$$

де  $r_{x,y}$  - коефіцієнт кореляції між  $x$  і  $y$ ,  $s_x$  і  $s_y$  - стандартні відхилення  $x$  і  $y$ .

Підставляючи вирази  $\hat{\alpha}$  і  $\hat{\beta}$  в  $f = \hat{\alpha} + \hat{\beta}\bar{x}$ , маємо

$$\frac{f - \bar{y}}{s_y} = r_{x,y} \frac{x - \bar{x}}{s_x}, \quad (11)$$

Це показує, що  $r_{x,y}$  - нахил регресійної лінії для стандартизованих точок вибірки.

Коефіцієнт детермінації -  $R^2$  дорівнює  $r_{x,y}^2$ , коли маємо справу з лінійною моделлю з однією незалежною змінною. Це статистичний показник, що вимірює частку варіації залежної змінної, яку може пояснити регресійна модель (незалежні змінні). Він показує, наскільки добре дані підтверджують модель, і приймає значення від 0 до 1, де значення близьке до 1, свідчить про кращу відповідність моделі даним, тобто є ключовим критерієм адекватності регресійної моделі. Розрахований коефіцієнт детермінації  $R^2 = 0.985$  - що свідчить про хорошу відповідність моделі даним.

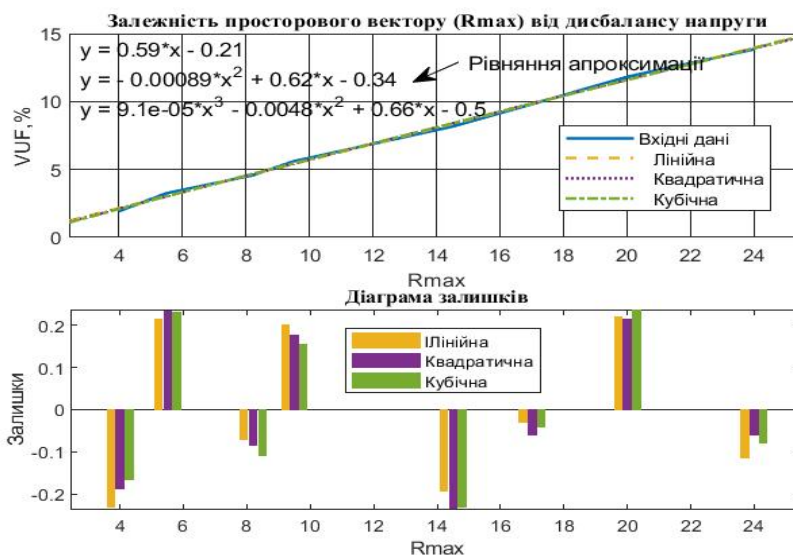


Рисунок 5. Залежність просторового вектору ( $R_{max}$ ) від значення дисбалансу в електричній мережі та діаграма залишків

Діаграма залишків - це діаграма розсіювання, яка відображає помилки (залишки) регресійної моделі (фактичне  $y$  - прогнозоване  $y$ ) на вертикальній осі відносно незалежної змінної ( $x$ ) або прогнозованих значень на горизонтальній осі для оцінки відповідності моделі, виявляючи такі закономірності, як нелінійність або гетероскедастичність (нерівномірний розкид), які свідчать про неадекватність моделі, тоді як випадкове розсіювання навколо нуля вказує на хорошу лінійну відповідність [9].

**Таблиця 1.** Порівняльний аналіз розрахунку індексу небалансу  $VUF, \%$  та по пропонованому способу

$VUF, \%$	$R_{max}$	$VUF$ (лінійна апроксимація), %	Відносна похибка, $\delta, \%$
13,85	24	13,95	0,7
11,82	20	11,59	1,9
9,8	17	9,82	0,2
8,16	14,5	8,345	2,27
5,6	9,5	5,395	3,66
4,56	8,2	4,628	1,49
3,25	5,5	3,035	6,61
1,92	4	2,15	11,9

3. Результати по самій високій відносній похибці ( $\delta=11.9\%$ ) були перераховані із застосуванням квадратичної апроксимації - рівняння:

$VUF = -0.00089 \cdot R_{max}^2 + 0.62 \cdot R_{max} - 0.34 = 12.2\%$  та кубічної апроксимації - рівняння:

$$VUF = 9.1e-05 \cdot R_{max}^3 - 0.0048 \cdot R_{max}^2 + 0.66 \cdot R_{max} - 0.5 = 7.7\%$$

Як слідує із розрахунків ступінь застосованої апроксимації не сильно впливає на похибку визначення значення  $VUF$  по  $R_{max}$  просторового вектору. Це також слідує і із рис. 5.

У таблиці наведено результати розрахунку дисбалансу за отриманим лінійним рівнянням регресії та порівняно результати з даними, отриманими за допомогою традиційного методу - відношенням зворотної послідовності до прямої для 8 випадків. Крім того, оцінка  $VUF$  шляхом розрахунку співвідношення між напругою зворотної послідовності та напругою прямої послідовності займає щонайменше 20 мс, тоді як по  $R_{max}$  - до 10мс.

**Конфлікт інтересів.** Автори заявляють про відсутність конфлікту інтересів.

## V. ВИСНОВКИ

У ході проведеного дослідження було розв'язано важливу науково-практичну задачу підвищення оперативності оцінки якості електроенергії в трифазних системах. На основі отриманих результатів можна зробити наступні висновки:

1. Для отримання лінійної регресії між максимальним радіусом  $R_{max}$  просторового вектору та, відповідно, значенням  $VUF$ , необхідно лише величини трифазних лінійних напруг. Це суттєво спрощує знаходження індексу  $VUF$  у плані швидкодії із збереженням достатньої точності.

2. Застосування пропонованого способу визначення  $VUF$  по лінійній регресії між  $VUF$  і  $R_{max}$  просторового вектору дозволяє проводити моніторинг якості електропостачання в реальному часі.

3. Доведено, що використання параметрів просторового вектору, зокрема його максимального радіусу ( $R_{max}$ ), дозволяє адекватно описувати стан асиметрії трифазної системи без необхідності складного розкладання на симетричні складові за методом Фортеск'ю. Це спрощує математичну модель моніторингу.

4. Встановлено, що модель лінійної регресії забезпечує високу кореляцію між геометричними параметрами годографа просторового вектору та індексом дисбалансу напруги ( $VUF$ ). Запропоноване лінійне співвідношення дозволяє мінімізувати обчислювальні витрати, що є критичним для мікропроцесорних систем захисту та автоматики.

5. Головним результатом роботи є скорочення часу оцінки показників небалансу. Запропонований метод дозволяє отримати достовірне значення  $VUF$  за проміжком часу до 10 мс (пів циклу промислової частоти), що у два рази швидше за традиційні методи, які потребують повного циклу (20 мс). Така швидкість реакції дозволяє системі моніторингу миттєво реагувати на перехідні процеси та динамічні зміни навантаження.

6. Проведене моделювання підтвердило, що похибка визначення індексу за допомогою регресійної моделі знаходиться в межах допустимих норм для промислових засобів вимірювання. Це робить метод придатним для використання в інтелектуальних мережах (*Smart Grids*) та системах енергетичного менеджменту.

7. Результати дослідження можуть бути впроваджені в алгоритми роботи сучасних цифрових аналізаторів якості енергії та інтелектуальних реле захисту. Подальші дослідження можуть бути спрямовані на адаптацію даного методу для умов значного гармонійного спотворення напруги (несинусоїдних режимів), що дозволить ще більше розширити сферу його застосування.

## СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

- [1] D. Chapman, " Power Quality Guide Application: Introduction", Elect.Eng. Res, CDA. Europe, 2001.
- [2] J. Huang and Z. Jiang, "Power Quality Assessment of

- Different Load Categories", *Energy Procedia*, vol. 141, pp. 345-351, 2017. <https://doi.org/10.1016/j.egypro.2017.11.041>
- [3] J. Ghaeb and J. Chebil, "Prediction of Voltage Unbalance Employing Space Vector Property", *International Journal of Engineering Research and Development*, vol. 12, no. 12, pp. 65-70, 2016.
- [4] Bhaskar Bhattacharya, Ajoy Kumar Chakraborty/ Three Dimensional Space Vector Modulation Theory: Practices without Proofs . *International Journal of Electrical and Computer Engineering (IJECE)*. Vol. 6, No. 1, February 2016, pp. 21~25. <https://doi.org/10.11591/ijece.v6i1.7963>.
- [5] IEC 61000-3-14: Assessment of Emission Limits for Harmonics, Interharmonics, Voltage Fluctuations and Unbalance for the Connection of Disturbing Installations to LV Power Systems; IEC: Geneva, Switzerland, 2011.
- [6] Fortescue, C.L. Method of symmetrical co-ordinates applied to the solution of polyphase networks. *AIEE Trans.* 1918, 37, 1027-1140. DOI: <https://doi.org/10.1109/T-AIEE.1918.4765570>
- [7] A. Rajapakse and A. Puangpaioj, "Harmonic Reducing ANN Controller for a SVC Compensating Unbalanced Fluctuating Loads", *International Journal of Emerging Electric Power Systems*, vol. 7, no. 1, 2006. DOI: <https://doi.org/10.2202/1553-779X.1279>.
- [8] А.В. Волошко, В.В. Шевчук. Ідентифікація та класифікація однофазних провалів напруги за методологією просторового вектору кутової частоти. *Енергетика: економіка, технології. Екологія*. 2023. № 4. С. 145 – 149. <https://doi.org/10.20535/1813-5420.4.2023.290944>.
- [9] Dana M. Ragab, Jasim A Ghaeb. A Linear Relation for Voltage Unbalance factor Evaluation in Three-Phase Electrical Power System Using Space Vector. *World Academy of Science, Engineering and Technology International Journal of Energy and Power Engineering Vol:13, No:2, 2019*. Pp. 79 - 82. [https://www.researchgate.net/publication/332082277\\_A\\_Linear\\_Relation\\_for\\_Voltage\\_Unbalance\\_Factor\\_Evaluation\\_in\\_Three-phase\\_Electrical\\_Power\\_System\\_Using\\_Space\\_Vector#full-text](https://www.researchgate.net/publication/332082277_A_Linear_Relation_for_Voltage_Unbalance_Factor_Evaluation_in_Three-phase_Electrical_Power_System_Using_Space_Vector#full-text)
- [10] A. S. Abdel-Khalik, A. S. Ghany and A. M. Agwa, "Voltage Unbalance Estimation Using Machine Learning Techniques," *IEEE Access*, vol. 9, pp. 45123-45135, 2021.
- [11] S. Chen and X. Wang, "Real-time Monitoring of Voltage Fluctuations Based on Improved Space Vector Analysis," *International Journal of Electrical Power & Energy Systems*, vol. 112, pp. 210-218, 2019.
- [12] M. Bollen, "Understanding Power Quality Problems: Voltage Sags and Interruptions," *IEEE Press Series on Power Engineering*, New York: Wiley-IEEE Press, 2000.
- [13] P. Pillay and M. Manyage, "Definitions of Voltage Unbalance," *IEEE Power Engineering Review*, vol. 21, no. 5, pp. 49-51, May 2001.
- [14] ДСТУ EN 50160:2023 Характеристики напруги електропостачання в електричних мережах загальної призначеності (EN 50160:2022, IDT). — Київ: ДП «УкрНДНЦ», 2023.
- [15] Y. J. Wang, "An Analytical Study on the Calculation of Voltage Unbalance Factor," *International Journal of Electrical Engineering*, vol. 13, no. 3, pp. 283-290, 2006.
- [16] Z. Leonowicz, "Advanced Methods of Spectral Analysis in Power Quality Monitoring," *Przegląd Elektrotechniczny*, vol. 88, no. 10a, pp. 115-119, 2012.

Надійшла (Received) 20.04.2026;

Прийнята (Accepted) 11.05.2026;

Опублікована (Published) 29.05.2026;

## USING LINEAR REGRESSION FOR VOLTAGE UNBALANCE FACTOR ESTIMATION BASED ON SPACE VECTOR ANGULAR FREQUENCY PARAMETERS

KOZLOVSKIY Y.V. PhD student of Power Supply Department, Group GE-41f, IEE, National Technical University of Ukraine "Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute", Kyiv, Ukraine, ORCID: <https://orcid.org/0009-0009-2753-3900>, e-mail: [eugene.kozlovskiy@gmail.com](mailto:eugene.kozlovskiy@gmail.com);

VOLOSHKO A.V. Doctor of Technical Sciences, Professor of Power Supply Department of National Technical University of Ukraine "Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute", Kyiv, Ukraine, ORCID: <https://orcid.org/0009-0004-2113-3600>, e-mail: [avolosko820@gmail.com](mailto:avolosko820@gmail.com);

**Purpose.** Development and investigation of a method for estimating the three-phase voltage unbalance index based on linear regression to improve the responsiveness of power quality control. The application of a linear relationship between the maximum radius of the space vector and the unbalance magnitude aims to ensure high computational speed (up to 10 ms) while maintaining acceptable accuracy.

**Methodology.** To achieve the goal, the space vector theory was used to analyze three-phase systems in the time domain. Methods of mathematical statistics and linear regression (least squares method) were applied to establish a correlation between the geometric parameters of the space vector locus ( $R_{max}$ ) and the voltage unbalance factor (VUF). Computer modeling of various types of voltage sags was conducted to verify the proposed model.

**Findings.** It was found that the linear regression model provides a high correlation ( $R^2=0.985$ ) between the  $R_{max}$  parameter and the VUF index, which allows to describe adequately the state of system asymmetry. The main result is the reduction of the unbalance indicator estimation time to 10 ms (half a cycle of the power frequency), which is twice as fast as traditional methods based on the Fortescue transform. It is proven that for calculation by the proposed method, it is sufficient to know only the magnitudes of the line voltages without involving phase angles.

**Originality.** For the first time, the possibility of using a linear regression model to determine the voltage unbalance index through the parameters of the space vector locus was substantiated. A stable mathematical relationship between the semi-major axis of the space vector ellipse and the unbalance factor was identified, allowing for the simplification of the mathematical monitoring model by avoiding complex symmetrical component decomposition.

**Practical value.** The proposed method enables the implementation of real-time power quality monitoring in systems with limited local computational resources (microprocessor-based protection and automation devices). The achieved response speed (10 ms) is critical for the protection of power electronics and ensuring the stability of microgrids (Smart Grids) under rapid transient conditions. The results can be implemented into the algorithms of digital power quality analyzers.

**Keywords:** voltage unbalance factor; space vector; linear regression; power quality; voltage asymmetry.

## REFERENCES

- [1] Chapman, D. (2001). Power quality guide application: Introduction. Elect. Eng. Res, CDA Europe.
- [2] Huang, & Jiang, Z. (2017). Power quality assessment of different load categories. Energy Procedia, 141, 345–351.  
<https://doi.org/10.1016/j.egypro.2017.11.041>
- [3] Ghaeb, J., & Chebil, J. (2016). Prediction of voltage unbalance employing space vector property. International Journal of Engineering Research and Development, 12(12), 65–70.
- [4] Bhattacharya, B., & Chakraborty, A. K. (2016). Three dimensional space vector modulation theory: Practices without proofs. International Journal of Electrical and Computer Engineering (IJECE), 6(1), 21–25.  
<https://doi.org/10.11591/ijece.v6i1.7963>
- [5] International Electrotechnical Commission. (2011). IEC 61000-3-14: Assessment of emission limits for harmonics, interharmonics, voltage fluctuations and unbalance for the connection of disturbing installations to LV power systems. IEC.
- [6] Fortescue, C. L. (1918). Method of symmetrical coordinates applied to the solution of polyphase networks. AIEE Transactions, 37, 1027–1140.  
<https://doi.org/10.1109/T-AIEE.1918.4765570>
- [7] Rajapakse, A., & Puangpaiboj, A. (2006). Harmonic reducing ANN controller for a SVC compensating unbalanced fluctuating loads. International Journal of Emerging Electric Power Systems, 7(1).  
<https://doi.org/10.2202/1553-779X.1279>
- [8] Voloshko, A. V., & Shevchuk, V. V. (2023). Identyfikatsiia ta klasyfikatsiia odnofaznykh provaliv napruhy za metodolohiieiu prostorovoho vektora kutovoi chastoty. Enerhetyka: ekonomika, tekhnolohii. Ekolohiia, (4), 145–149.  
<https://doi.org/10.20535/1813-5420.4.2023.290944>
- [9] Ragab, D. M., & Ghaeb, J. A. (2019). A linear relation for voltage unbalance factor evaluation in three-phase electrical power system using space vector. World Academy of Science, Engineering and Technology International Journal of Energy and Power Engineering, 13(2), 79–82.
- [10] Abdel-Khalik, A. S., Ghany, A. S., & Agwa, A. M. (2021). Voltage unbalance estimation using machine learning techniques. IEEE Access, 9, 45123–45135.
- [11] Chen, S., & Wang, X. (2019). Real-time monitoring of voltage fluctuations based on improved space vector analysis. International Journal of Electrical Power & Energy Systems, 112, 210–218.
- [12] Bollen, M. (2000). Understanding power quality problems: Voltage sags and interruptions. Wiley-IEEE Press.
- [13] Pillay, P., & Manyage, M. (2001). Definitions of voltage unbalance. IEEE Power Engineering Review, 21(5), 49–51.
- [14] DSTU EN 50160:2023. (2023). Kharakterystyky napruhy elektropostachannia v elektrychnykh mrezhakh zahalnoho pryznachennia (EN 50160:2022, IDT). UkrNDNTs.
- [15] Wang, Y. J. (2006). An analytical study on the calculation of voltage unbalance factor. International Journal of Electrical Engineering, 13(3), 283–290.
- [16] Leonowicz, Z. (2012). Advanced methods of spectral analysis in power quality monitoring. Przegląd Elektrotechniczny, 88(10a), 115–119.