

СПОСІБ АПРОКСИМАЦІЇ КРИВОЇ НАМАГНІЧУВАННЯ ТЯГОВОГО АСИНХРОННОГО ДВИГУНА

Проведено дослідження способу аналітичної апроксимації кривої намагнічування тягового асинхронного двигуна тягової електропередачі моторвагонного поїзда за допомогою функції Бріллюена.

Ключові слова: тяговий асинхронний двигун, функція Бріллюена, крива намагнічування, тягова електропередача, потокозчеплення, індуктивність.

Задача побудови системи ведення дизель-поїзда, в тому числі на похилих ділянках залізничного шляху, ставить питання раціонального керування модулем вектора потокозчеплення у тяговому асинхронному двигуні (ТАД), що є необхідним для досягнення заданих швидкостей руху перегонами при мінімальних витратах первинного енергоносія відповідно до фундаментальних досліджень [1–4]. При цьому, для отримання адекватної реальним фізичним процесам моделі ТАД, що є основою побудови оптимальної системи автоведення моторвагонного поїзда, необхідно враховувати насичення елементів системи ТАД. Це пояснюється тим, що ТАД містить ферромагнітні елементи нелінійного магнітопроводу, модуль вектора індукції B_δ в яких залежить від фактичного миттєвого значення струму намагнічування і задається в залежності від форми кривої намагнічування $\vec{\Psi}_\delta = L_m(i_\mu)\vec{i}_\mu$, тобто визначається трьома основними параметрами: модулем вектора потокозчеплення в повітряному зазорі асинхронної машини Ψ_δ , струмом намагнічування i_μ та взаємною індуктивністю L_m [5]. Вказані величини використовуються в векторній формі запису на основі теорії узагальнених векторів [6].

За дослідженням багатьох авторів [5, 7–9] для аналітичної математичної апроксимації кривої намагнічування асинхронних машин існує велика кількість методів, які не завжди є універсальними, оскільки різним типам асинхронних двигунів (тягові, кранові, суднові, екскаваторні, інші) властива своя особлива форма кривої намагнічування, яка навіть в одному класі двигунів, в залежності від властивостей самої асинхронної машини, може дещо відрізнятися. Тому встановлення аналітичної залежності виду $\vec{\Psi}_\delta = L_m(i_\mu)\vec{i}_\mu$ є актуальною задачею, якщо відомі підходи [5, 7–9] для реальної кривої намагнічування [10] не дають бажаної точності.

Фундаментальні методи встановлення математичних залежностей для кіл зі сталлю наведені в роботі [11]. Проте використання більшості з них за дослідженнями авторів [12] призводить до осциляцій (хвилястості) кривої і, відповідно, до ще більших осциляцій похідної від значення даної кривої. Використання методу сплайнів [12] є перспективним в даному напрямку з огляду на сучас-

ний розвиток комп'ютерної техніки, проте містить відомі недоліки: високі вимоги до відсутності розкиду табличних значень кривої намагнічування; проблема вибору значень вагових коефіцієнтів при описанні кривої; необхідність визначення похідних у вузлах сітки кривої (для сплайну Ерміта). Більшості даних недоліків позбавлені сплайни другого порядку, проте вони існують не завжди [12]. Хоча практичне використання методу сплайнів, якщо вони задовольняють умовам задач, з успіхом використовується в роботі [13].

Окрім того варто зазначити, що в багатьох зазначених роботах і сучасних дослідженнях автори надають перевагу чисельним методам, які досить точно описують криву намагнічування асинхронної машини. Проте, в протиположних чисельним методам аналітичні методи, які дозволяють отримати математичну залежність в загальному вигляді, є актуальними для задач побудови систем керування перетворювачами, в яких дані аналітичні математичні залежності використовуються для подальших розрахунків інших пов'язаних підсистем. З необхідністю вирішення такої задачі автором, при побудові системи автоведення дизель-поїзда, і пов'язане дане дослідження.

Питання врахування ефекту гістерезису в перехідних режимах є несуттєвими і способи їх врахування досить повно показані в роботі [11].

Мета роботи – встановлення аналітичної математичної залежності виду $\vec{\Psi}_\delta = L_m(i_\mu)\vec{i}_\mu$ для ТАД дизель-поїзда ДЕЛ-02, яка є придатною для подальшого використання в розрахунках при побудові системи автоведення дизель-поїзда та зручною для знаходження значень похідних від даної функції.

Експериментальна крива намагнічування ТАД АД906У1 [10] у відносних одиницях, має вигляд, наведений на рис. 1. Дана крива отримана при проведенні комплексу прийнятно-здавальних робіт з введення в експлуатацію дизель-поїзда ДЕЛ-02 [10] для всього діапазону значень миттєвих струмів намагнічування, що є можливими під час експлуатації ТАД.

На рис. 1 позначено: крива 1 – експериментальна крива намагнічування; крива 2 – апроксимована функцією Бріллюена, на основі виразу (1), крива намагнічування ТАД.

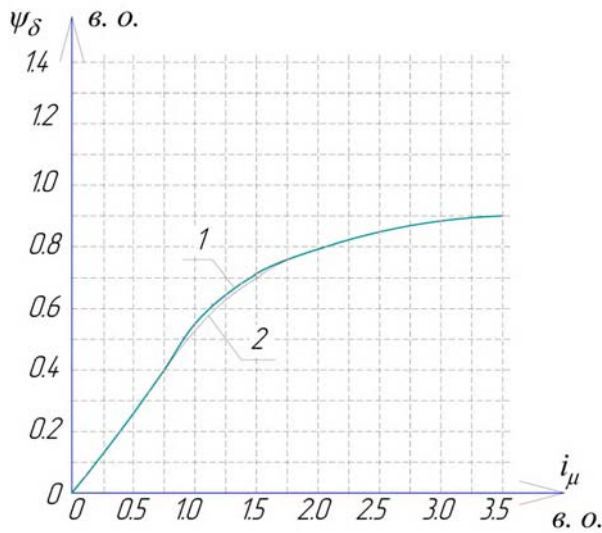


Рис. 1. Крива намагнічування (залежність $\bar{\Psi}_\delta = L_m(i_\mu)\bar{i}_\mu$) тягового двигуна АД906У1

Базисна система відносних одиниць обрана відповідно до позначень та досліджень [6].

Дана крива достатньо точно описується з використанням отриманої фізичними методами функції Бріллюена

$$\Psi_\delta = k_\Psi \cdot \left(\frac{2 \cdot J + 1}{2 \cdot J} \cdot \operatorname{cth} \left(\frac{2 \cdot J + 1}{2 \cdot J} \cdot i_\mu \right) - \frac{1}{2 \cdot J} \cdot \operatorname{cth} \left(\frac{i_\mu}{2 \cdot J} \right) \right), \quad (1)$$

де J – коефіцієнт, що враховує форму кривої намагнічування асинхронної машини; k_Ψ – передавальний коефіцієнт між значенням модуля вектора робочого потокозчеплення в повітряному зазорі та намагнічуючого струму.

Варто відмітити, що при $J \rightarrow +\infty$ запропонована апроксимація функцією Бріллюена співпадає з відомою апроксимацією кривої намагнічування асинхронної машини функцією Ланжевена [5], тобто

$$\lim_{J \rightarrow \infty} \left(k_\Psi \cdot \left(\frac{2 \cdot J + 1}{2 \cdot J} \cdot \operatorname{cth} \left(\frac{2 \cdot J + 1}{2 \cdot J} \cdot i_\mu \right) - \frac{1}{2 \cdot J} \cdot \operatorname{cth} \left(\frac{i_\mu}{2 \cdot J} \right) \right) \right) = k_\Psi \cdot \left(\operatorname{cth}(i_\mu) - \frac{1}{i_\mu} \right). \quad (2)$$

Експериментальна крива зміни індуктивності контуру намагнічування від намагнічуючого струму має вигляд, представлений на рис. 2 [10].

На рис. 2 позначено: крива 1 – експериментальна крива $L_m = f(i_\mu)$; крива 2 – аналогічна залежність апроксимована функцією Бріллюена на основі виразу (1).

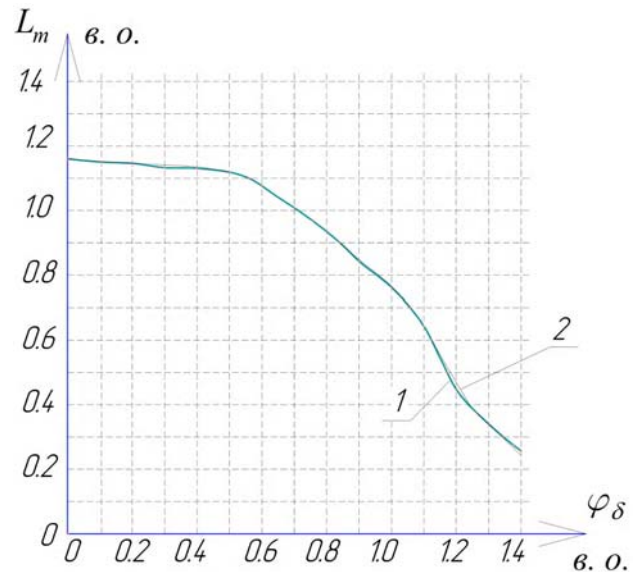


Рис. 2. Залежність $L_m = f(i_\mu)$ тягового двигуна АД906У1

На основі (1) для функції, наведеної на рис. 2, можна записати

$$L_m = \frac{k_\Psi}{i_\mu} \cdot \left(\frac{2 \cdot J + 1}{2 \cdot J} \cdot \operatorname{cth} \left(\frac{2 \cdot J + 1}{2 \cdot J} \cdot i_\mu \right) - \frac{1}{2 \cdot J} \cdot \operatorname{cth} \left(\frac{i_\mu}{2 \cdot J} \right) \right). \quad (3)$$

Приведені графіки рис. 1, 2 підтверджують достатню точність запропонованої апроксимації. За аналітичними співвідношеннями для вказаного двигуна максимальна розбіжність даних відповідно до інтерпретації виразу (1) на рис. 1 складала 1,7%, виразу (3) на рис. 2 – 2,2%.

Відповідно до задачі побудови системи раціонального керування модулем вектора потокозчеплення ТАД є необхідним отримання виразу (1) у формі, з якої зручно брати часткові похідні першого та другого порядків. Для цього виконаємо перетворення функції (1), використавши розкладення гіперболічного котангенса в ряд Маклорена [14]:

$$\operatorname{cth}(x) = \frac{1}{x} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^{2 \cdot n} \cdot B_{2 \cdot n} \cdot x^{2 \cdot n - 1}}{(2 \cdot n)!}, \quad (4)$$

де число x задовольняє умові $0 < x < \pi$; $B_{2 \cdot n}$ – числа Бернуллі.

Відповідно до (4) задамо наступну аналітичну залежність:

$$\operatorname{cth}(x) = \frac{1}{x} + \frac{x}{3} - \frac{x^3}{45} + \frac{2 \cdot x^5}{945} - \frac{x^7}{4725} + \dots \quad (5)$$

Для подальшого перетворення функції (1) задамо наступні позначення:

$$\lambda = \frac{2 \cdot J + 1}{2 \cdot J}, \quad (6)$$

$$\gamma = \frac{1}{2 \cdot J} \quad (7)$$

Тоді матиме місце запис

$$\Psi_{\delta} = k_{\Psi} \cdot \lambda \cdot \operatorname{cth}(\lambda \cdot i_{\mu}) - k_{\Psi} \cdot \gamma \cdot \operatorname{cth}(\gamma \cdot i_{\mu}) \quad (8)$$

З огляду на порядок величин в системі відносних одиниць для ТАД, з якими має місце робота, обмежимося наступною формою запису виразу (5):

$$\operatorname{cth}(x) = \frac{1}{x} + \frac{x}{3} - \frac{x^3}{45} + \frac{2 \cdot x^5}{945} \quad (9)$$

Тоді за виразами (8) та (9) можна записати

$$\Psi_{\delta} = k_{\Psi} \cdot \left[\lambda \cdot \left(\frac{1}{\lambda \cdot i_{\mu}} + \frac{\lambda \cdot i_{\mu}}{3} - \frac{(\lambda \cdot i_{\mu})^3}{45} + \frac{2 \cdot (\lambda \cdot i_{\mu})^5}{945} \right) - \right. \\ \left. - \gamma \cdot \left(\frac{1}{\gamma \cdot i_{\mu}} + \frac{\gamma \cdot i_{\mu}}{3} - \frac{(\gamma \cdot i_{\mu})^3}{45} + \frac{2 \cdot (\gamma \cdot i_{\mu})^5}{945} \right) \right] \quad (10)$$

або після аналітичних перетворень

$$\Psi_{\delta} = \frac{k_{\Psi}}{3} \cdot (\lambda^2 - \gamma^2) \cdot i_{\mu} - \frac{k_{\Psi}}{45} \cdot (\lambda^4 - \gamma^4) \cdot i_{\mu}^3 + \\ + \frac{k_{\Psi}}{945} \cdot (\lambda^6 - \gamma^6) \cdot i_{\mu}^5 \quad (11)$$

Задамо наступні позначення для спрощення форми запису:

$$\xi_1 = \frac{k_{\Psi}}{3} \cdot (\lambda^2 - \gamma^2), \quad (12)$$

$$\xi_2 = \frac{k_{\Psi}}{45} \cdot (\lambda^4 - \gamma^4), \quad (13)$$

$$\xi_3 = \frac{k_{\Psi}}{945} \cdot (\lambda^6 - \gamma^6), \quad (14)$$

що дає змогу спростити вираз (11) до вигляду

$$\Psi_{\delta} = \xi_1 \cdot i_{\mu} - \xi_2 \cdot i_{\mu}^3 + \xi_3 \cdot i_{\mu}^5 \quad (15)$$

Використовуючи позначення (12)–(15), перепишемо (3) в аналогічній до (15) формі

$$L_m = \xi_1 - \xi_2 \cdot i_{\mu}^2 + \xi_3 \cdot i_{\mu}^4 \quad (16)$$

Графічна інтерпретація отриманих співвідношень (15), (16) наведена на рис. 3, 4 відповідно.

На рис. 5 показано ділянку А рис. 3 збільшено.

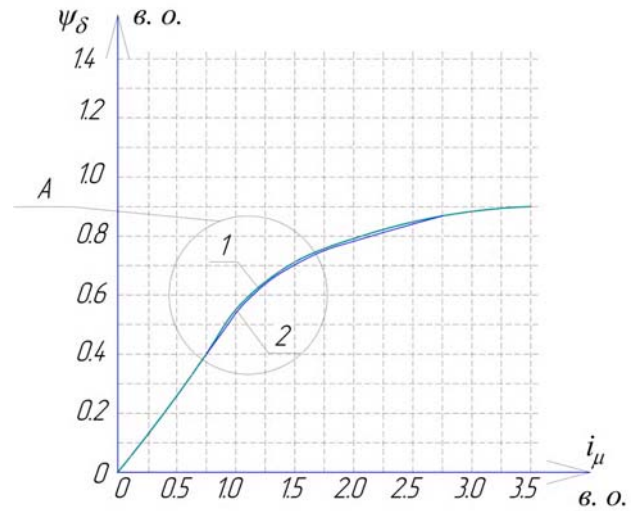


Рис. 3. Експериментальна (1) та апроксимована (2) залежність $\bar{\Psi}_{\delta} = L_m(i_{\mu})\bar{i}_{\mu}$ тягового двигуна АД906У1

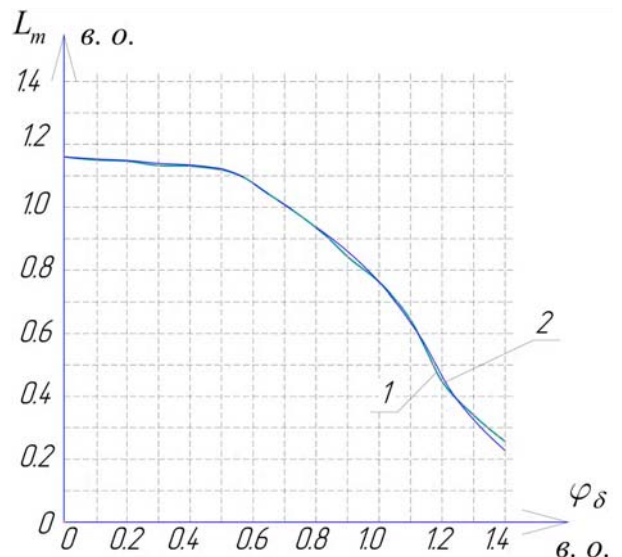


Рис. 4. Експериментальна (1) та апроксимована (2) залежність $L_m = f(i_{\mu})$ тягового двигуна АД906У1

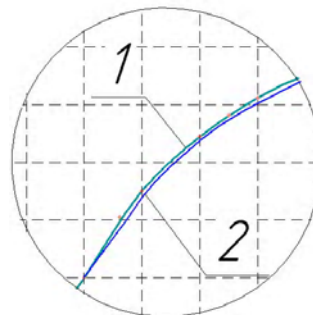


Рис. 5. Збільшення зони А графіків з рис. 3

Відповідно до наведених на рис. 3 – рис. 5 графіків похибка апроксимації складає 1,81 % для залежності виду $\bar{\Psi}_\delta = L_m(i_\mu)\bar{I}_\mu$ та 2,4 % для залежності виду $L_m = f(i_\mu)$ що є достатнім для подальшого використання отриманої математичної залежності в подальших дослідженнях тягової електропередачі моторвагонного поїзда.

ВИСНОВКИ

Підсумовуючи отримані аналітичні вирази (15) та (16), можна зробити висновок, що за формою, змістом та порядком коефіцієнтів вони є тотожними до відомих виразів, які застосовуються для апроксимації даних кривих у роботах [5, 7–10], де наведені приклади більшості класичних підходів до опису кривих намагнічування різних конструкцій асинхронних двигунів.

Наведений спосіб встановлення аналітичної математичної залежності виду $\bar{\Psi}_\delta = L_m(I_\mu)\bar{I}_\mu$ функцією Бріллюена для ТАД дизель-поїзда ДЕЛ-02 у формі, з якої зручно брати часткові похідні першого та другого порядків, дає достатню точність, з похибкою в межах 4 %, що є прийнятним для проведення подальших досліджень на основі отриманих математичних співвідношень.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Цукало П. В. Экономия электроэнергии на электроподвижном составе / П. В. Цукало. – М. : Транспорт, 1983. – 174 с.
2. Вождение поездов / [Черепашенец Р. Г., Бирюков В. А., Понкрашов В. Т., Судаловский А. Н.] ; под ред. Р. Г. Черепашенца. – М. : Транспорт, 1994. – 304 с.
3. Дубровский З. М. Электровоз. Управление и обслуживание / Дубровский З. М., Курчатова В. А., Томфельд Л. П. – М. : Транспорт, 1979. – 231 С.
4. Калько В. А. Тепловоз. Иллюстрированное пособие машинисту / В. А. Калько, Г. Г. Медведев, Ю. А. Рукавишников. – М. : Транспорт, 1967. – 223 с.
5. Мищенко В. А. Теория, способы и системы векторного и оптимального векторного управления электроприводами переменного тока : монография / Мищенко В. А. – М. : Издательство «Информэлектро», 2002. – 168 с.

6. Пивняк Г. Г. Современные частотно-регулируемые асинхронные электроприводы с широтно-импульсной модуляцией / Пивняк Г. Г., Волков А. В. – Днепропетровск, 2006. – 421 с.
7. Виноградов А. Б. Векторное управление электроприводами переменного тока / А. Б. Виноградов. – ГОУВПО «Ивановский государственный энергетический университет им. В. И. Ленина». – Иваново, 2008. – 320 с.
8. Панкратов В. В. Энергооптимальное векторное управление асинхронными электроприводами / Панкратов В. В., Зима Е. А. – Издательство НГТУ, 2005. – 120 с.
9. Потапенко Е. М. Робастные алгоритмы векторного управления асинхронным приводом / Е. М. Потапенко, Е. Е. Потапенко. – Запорожье : ЗНТУ, 2009. – 353 с.
10. Протоколи випробувань № 80-85/2005. О результатах поездных испытаний электропередачи дизель-поезда ДЭЛ-02. – Холдинговая компания «Лугансктепловоз», ЦКБ ИЦ «ТРАНССЕРТ», 2005. – 157 с.
11. Бессонов Л. А. Электрические цепи со сталью / Бессонов Л. А. – М., Л. : ГОСЭНЕРГОИЗДАТ, 1948. – 344 с.
12. Маляр В. С. Апроксимация характеристик намагничивания электротехнических сталей сплайнами другого порядка / В. С. Маляр, І. А. Добушовська // Вісник Національного університету «Львівська політехніка». Електроенергетичні та електромеханічні системи. – 2010. – № 671. – С. 67–71.
13. Тиховод С. М. Система компьютерного моделирования динамических процессов в нелинейных магнитоэлектрических цепях / С. М. Тиховод // Технічна електродинаміка. – 2008. – № 3. – С. 16–23.
14. Корн Г. Справочник по математике (для научных работников и инженеров) / Г. Корн, Т. Корн. – М. : Наука, 1974. – 832 с.

*Стаття надійшла до редакції 27.01.2014.
Після доробки 21.02.2014.*

Кулагин Д. А.

Канд. техн. наук, доцент, Запорожский национальный технический университет, Украина

СПОСОБ АППРОКСИМАЦИИ КРИВОЙ НАМАГНИЧИВАНИЯ ТЯГОВОГО АСИНХРОННОГО ДВИГАТЕЛЯ

Проведено исследование способа аналитической аппроксимации кривой намагничивания тягового асинхронного двигателя тяговой электропередачи моторвагонного поезда с помощью функции Бриллюэна.

Ключевые слова: *тяговый асинхронный двигатель, функция Бриллюэна, кривая намагничивания, тяговая электропередача, потокосцепления, индуктивность.*

Kulagin D.

Candidate of technical sciences, assistant professor, Zaporizhzhya National Technical University, Ukraine

METHOD OF APPROXIMATION OF ASYNCHRONOUS TRACTION MOTOR MAGNETIZATION CURVE

The study of the analytical approximation method of magnetization curve of asynchronous traction motor of traction power transmission motorcar trains using the functions of the Brillouin zone is conducted. Results can be used to obtain

adequate real physical processes models of traction motor, which is the basis for building of automatic maintenance system of diesel-trains with the saturation of the system traction motor elements.

Keywords: asynchronous traction motor; Brillouin function, the magnetization curve, tractive power transmission, flux-linkages, inductance.

REFERENCES

1. Tsukalo P. V. Energy savings on electric rolling stock. Moscow, Transport, 1983, 174 p.
2. Cherepashenets R. G., Biryukov V. A., Ponkrashov V. T., Sudalovskiy A. N. ; pod red. Cherepashentsa R. G. Driving of trains. Moscow, Transport, 1994, 304 p.
3. Dubrovskiy Z. M., Kurchatova V. A., Tomfeld L. P. Electric locomotive. Management and maintenance. Moscow : Transport, 1979, 231 p.
4. Kalko V. A., Medvedev G. G., Rukavishnikov Yu. A. Diesel locomotive. Illustrated manual driver. Moscow, Transport, 1967, 223 p.
5. Mischenko V. A. Theory, methods and systems of the vector and the optimal vector control electric drives of an alternating current : monograph. Moscow. Izdatelstvo «Informelektro», 2002, 168 p.
6. Pivnyak G. G., Volkov A. V. Modern frequency-controlled asynchronous electric drives with pulse-width modulation. Dnepropetrovsk, 2006, 421 p.
7. Vinogradov A. B. Vector control of AC electric drives. GOUVPO «Ivanovskiy gosudarstvennyiy energeticheskiy universitet im. V.I. Lenina». Ivanovo, 2008, 320 p.
8. Pankratov V. V., Zima E. A. Energy-optimal vector control of asynchronous electric drives. Izdatelstvo NGTU, 2005, 120 p.
9. Potapenko E. M., Potapenko E. E. Robust algorithms for vector control asynchronous drive. Zaporozhe, ZNTU, 2009, 353 P.
10. Test reports № 80-85/2005. On the results of operational tests of power transmission diesel train DEL-02. Holdingovaya kompaniya «Luganskteplovoz», TsKB ITs «TRANSSERT», 2005, 157 p.
11. Bessonov L. A. Electrical circuits with steel. Moscow, Leningrad, GOSENERGOIZDAT, 1948, 344 p.
12. Malyar V. S. I. A. Dobushovs'ka Approximation characteristics of magnetization of electrical steels splines of second order, Visnik Natsional'nogo universitetu «L'vivs'ka politekhnik». Elektroenergetichni ta elektromekhanichni sistemi, 2010, No. 671, pp. 67–71.
13. Tikhovod S. M. System of computer simulation of dynamic processes in nonlinear circuits magnetoelectric, Tekhnichna elektrodinamika, 2008, No. 3, pp. 16–23.
14. Korn G., Korn T. Handbook on mathematics for scientists and engineers). Moscow, Nauka, 1974, 832 p.