

Конопльов К. Г., Олейніченко Н.Н. Новий метод розрахунку вищих гармонік при імпульсному регулюванні синхронних генераторів.

*Отримано аналітичні вирази фазної напруги генераторів і коефіцієнтів несинусоїдальності залежно від форми імпульсів напруги збуджень і вищих гармонік.*

**Ключові слова:** синхронний генератор, імпульсне регулювання збудження, вищі гармоніки напруги.

Konoplyov K., Oleynichenko N. New method of higher harmonics calculation at pulse control of synchronous generators.

*Analytical expressions are derived for generators phase voltage and unsinusoidality coefficients depending on the form of excitation voltage pulses and higher harmonics.*

**Key words:** synchronous generator, excitation pulse control, voltage higher harmonics.

УДК 621.3

Л. Н. Канов канд. техн. наук

Севастопольский национальный технический университет

## БЕЗЫТЕРАЦИОННЫЙ РАСЧЕТ ДИНАМИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ В ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЯХ С НЕЛИНЕЙНЫМИ РЕАКТИВНОСТЯМИ

*Предлагается методика расчета динамических режимов электрических цепей, содержащих нелинейные индуктивности и емкости. Методика основана на явных методах интегрирования дифференциальных уравнений и требует на каждом шаге решения просчета линейной цепи, что сокращает время расчета по сравнению с обычно применяемыми итерационными методами. Методика иллюстрирована расчетом процесса включения трансформатора.*

**Ключевые слова:** безытерационный расчет, электрические цепи, динамический режим, нелинейная реактивность, явные методы интегрирования, включение трансформатора.

### Введение

Расчеты динамических режимов в нелинейных электромагнитных цепях применяются при проектировании и моделировании электротехнических систем. Для таких расчетов в сложных цепях с крутыми характеристиками нелинейных элементов используются зарубежные и отечественные программные продукты, такие как NAP, PSpice, MatLab Simulink, COLO [1] и др., решение в которых производится на основании неявных методов интегрирования дифференциальных уравнений. В этих методах вычисления на каждом шаге расчета сопровождаются итерационным процессом определения переменных, скорость сходимости которого зависит от начальных приближений и свойств цепи. Время расчета, поэтому может быть большим. Неудачный выбор начальных приближений приводит к отказу решения. Явные методы в таких расчетах имеют меньшую точность. В обычной ситуации отсутствия или невозможности получения нормальной формы дифференциальных уравнений на каждом шаге здесь также возникает необходимость итерационного расчета нелинейной цепи постоянного тока, как и при применении неявных методов.

Вместе с тем, существует круг задач, для решения которых применение явных методов оправдано. Эти задачи связаны с расчетом режимов в цепях, содержащих только реактивные из нелинейных элементов. К таким задачам относятся, например, расчеты переходных процессов в трансформаторах, реакторах [1, 2]. В этих условиях для жестких задач явные методы мало уступают неявным, и в них отсутствуют отмеченные затруднения, характерные для неявных методов.

В жестких задачах подобного типа явные методы применяются совместно с неявными для получения начальных приближений итерационного процесса на каждом шаге. Кроме того, явные методы позволяют получать значения переменных на нескольких первых шагах расчета, без которых неявный многошаговый метод не может стартовать.

Отличительными особенностями применения явных методов к рассматриваемым задачам является возможность безытерационного расчета процесса на шаге, что сокращает время расчета, и отсутствие необходимости составления дифференциальных уравнений цепи. Эти особенности связаны с построением и последующим расчетом линейных схем постоянного тока, число

которых определяется принятым явным методом интегрирования.

Целью статьи является обоснование применения явных методов для численного безытерационного расчета динамических режимов электромагнитных цепей, нелинейность которых обусловлена лишь реактивными элементами.

**Материалы исследования**

Покажем применение одношагового явного метода, основанного на разложении правой части уравнения  $x' = f(x, t)$  в ряд Тэйлора [3]. Решение  $x(t)$  в момент  $t_{n+1}$  имеет вид:

$$x(t_{n+1}) = x(t_n) + h\varphi(x_n, t_n, h), \tag{1}$$

где  $\varphi(x, t, h) = x'(t) + \frac{h}{2!}x''(t) + \frac{h^2}{3!}x'''(t) + \dots$ . Номер  $N$  последнего удерживаемого слагаемого в (1) определяет порядок метода и его точность  $O(h^N)$ . Затруднением в применении метода является необходимость вычисления производных от правой части  $\varphi(x, t, h)$ . В [4] предложен способ рекуррентного вычисления слагаемых, входящих в функцию  $\varphi$ , однако в условиях отсутствия нормальной формы уравнений цепи применение этого способа затруднено.

Покажем возможность применения метода ряда Тейлора к рассматриваемому кругу задач. Уравнение нелинейной индуктивности имеет вид:

$$Li' = u(i, t), \tag{2}$$

где  $L = L(i)$  – дифференциальная индуктивность. Необходимые производные  $i', i'', i''', \dots, i^{(N)}$  в выражении (1) получаем путем последовательного дифференцирования уравнения (2):

$$\begin{aligned} u' &= L'i' + Li''; & u'' &= L''i' + 2L'i'' + Li''' ; \\ u''' &= L'''i' + 3L''i'' + 3L'i''' + Li^{(IV)} \end{aligned} \tag{3}$$

и далее по аналогичной структуре с биномиальными коэффициентами. В выражениях (3)

$$\begin{aligned} L' &= L_i i'; & L'' &= L_{ii} \cdot (i')^2 + L_i i''; \\ L''' &= L_{iii} \cdot (i')^3 + 3L_{ii} i' i'' + L_i i''' ; \dots, \end{aligned} \tag{3}$$

где  $L_i = \frac{dL}{di}$ ;  $L_{ii} = \frac{d^2L}{di^2}$ ; ... вычисляются в соответствии с принятой аппроксимацией вебер – амперной характеристики. Аналогичные соотношения имеют место для нелинейной емкости с уравнением  $Cu' = i$ , где  $C = C(u)$  – дифференциальная емкость.

Напряжения на индуктивностях  $u_L$  и токи емкостей  $i_C$  и их производные в момент  $t_n$  определяются путем последовательных расчетов исследуемой цепи, в которой индуктивности заменяются источниками тока, численно равными  $i_L, i'_L, i''_L, \dots$  а емкости – источниками ЭДС  $u_C, u'_C, u''_C, \dots$ . В линейных индуктивностях и емкостях  $L' = L'' = \dots = 0$ ;  $C' = C'' = \dots = 0$ . Источники тока и ЭДС заменяются постоянными источниками, равными своим значениям и производным соответствующего порядка в момент  $t_n$ .

Таким образом, для расчета процесса на шаге следует  $N$  раз рассчитать линейную схему постоянного тока, что снижает затраты времени по сравнению с итерационной процедурой и делает расчет независимым от выбора начальных приближений переменных. Алгоритмы автоматизированного расчета линейных схем постоянного тока реализуются простыми программными средствами. Приемлемая точность решения достигается при  $N = 4..5$  [5]. Ввиду простой структуры уравнений (3), (4)  $N$  может быть увеличено.

Среди явных методов, в которых не требуется вычисления производных (3), (4), выделим метод Дормана-Принса [4], который предоставляет возможность управления шагом. В соответствии с этим методом для нелинейной индуктивности (2) на каждом шаге необходимо вычислить 7 коэффициентов:  $k_1 = \frac{hu_L(i_{Ln}, t_n)}{L(i_{Ln})}$ ;

$$k_2 = \frac{hu_L(i_{Ln1}, t_n + 0,2h)}{L(i_{Ln1})}; \quad k_3 = \frac{hu_L(i_{Ln2}, t_n + 0,3h)}{L(i_{Ln2})};$$

$$k_4 = \frac{hu_L(i_{Ln3}, t_n + 0,8h)}{L(i_{Ln3})}; \quad k_5 = \frac{hu_L(i_{Ln4}, t_n + \frac{8}{9}h)}{L(i_{Ln4})};$$

$$k_6 = \frac{hu_L(i_{Ln5}, t_n + h)}{L(i_{Ln5})}; \quad k_7 = \frac{hu_L(i_{Ln6}, t_n + h)}{L(i_{Ln6})}, \quad \text{где}$$

$$i_{Ln1} = i_{Ln} + 0,2k_1; \quad i_{Ln2} = i_{Ln} + \frac{3k_1 + 9k_2}{40};$$

$$i_{Ln3} = i_{Ln} + \frac{44k_1}{45} - \frac{56k_2}{15} + \frac{32k_3}{9}; \text{ остальные значения}$$

приведены в приложении А. Окончательная величина тока  $i_L$  на шаге определяется значением  $i_{Ln7}$ , также приведенным в приложении. Величина  $i_{Ln6}$  служит для управления шагом. Аналогичные соотношения справедливы для нелинейных емкостей.

Для расчета напряжений на нелинейных индуктивностях и токов в нелинейных емкостях на каждом шаге необходимо последовательно рассчитывать 7 линейных

схем постоянного тока, в которых индуктивности заменяются источниками тока со значениями  $i_{Ln}, i_{Ln1}, \dots, i_{Ln6}$ , а емкости – источниками ЭДС  $u_{Cn}, u_{Cn1}, \dots, u_{Cn6}$ . Источники тока и ЭДС учитываются постоянными значениями в моменты:  $t_n; t_n + 0,2h$ ;  $t_n + 0,3h; t_n + 0,8h; t_n + \frac{8}{9}h; t_{n+1}; t_{n+1}$ . Точность метода оценивается  $O(h^5)$ .

Расчет вспомогательных линейных схем постоянного тока можно использовать и при применении многошаговых методов. Применение к нелинейной индуктивности (2) полуявного метода прогноза – коррекции Адамса-Башфорта-Маултона с фиксированным шагом [6] для вычисления  $i_{n+1}$  дает выражение:

$$i_{Ln+1} = i_n + \frac{h}{24} \left( \frac{9u_L(i_{Ln+1}, t_{n+1})}{L(i_{Ln+1})} + i_{nk} \right).$$

В правой части этого выражения  $i_{Ln+1}$  предварительно оценивается

$$i_{Ln+1} = i_n + \frac{h}{24} \left( \frac{55u_L(i_{Ln}, t_n)}{L(i_{Ln})} + i_{np} \right),$$

где величины  $i_{nk}, i_{np}$  приведены в приложении А. Аналогичные соотношения выполняются для нелинейной емкости.

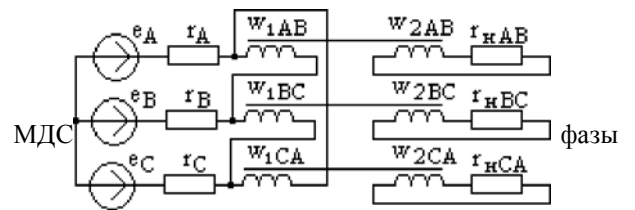
На каждом шаге для получения прогноза  $i_{Ln+1}, u_{Cn+1}$  необходимо рассчитывать линейную схему, где индуктивности заменены источниками тока  $i_{Ln}$ , а емкости – источниками ЭДС  $u_{Cn}$ . Затем эта схема рассчитывается еще раз с источниками  $i_{Ln+1}, u_{Cn+1}$  для получения окончательных значений  $i_{Ln+1}, u_{Cn+1}$ . В первый раз независимые источники тока и ЭДС учитываются в момент  $t_n$ , во второй – в момент  $t_{n+1}$ . Как показано в [4], точность метода определяется  $O(h^{p+1})$ , где  $p \leq k; k = 4$ .

Аналогично для расчета динамических режимов в цепях с нелинейными реактивностями линейные схемы постоянного тока применяются при использовании других явных методов (Рунге-Кутты, Фехлберга) с сохранением присущим им условий сходимости и точности.

### Пример расчета

Рассмотрим расчет процесса подключения трансформатора к источнику питания, рис. 1, где  $r_A, r_B, r_C$  – сопротивления линии;  $r_{нAB}, r_{нBC}, r_{нCA}$  – сопротивления нагрузки. Магнитную систему трансформатора по фазам полагаем несвязанной; вебер-амперную харак-

теристику фазы определим выражением  $\Phi(F)$ , где



$F = w_1 i_1 + w_2 i_2$ ;  $w_1, w_2$  – число витков обмоток фазы; дифференциальные индуктивности  $L_{\partial\phi 1} = w_1^2 \frac{\partial\Phi}{\partial F}$ ;

$L_{\partial\phi 2} = w_2^2 \frac{\partial\Phi}{\partial F}$ ; коэффициент взаимной индукции

$M_{\partial\phi} = w_1 w_2 \frac{\partial\Phi}{\partial F}$ . Напряжение на первичной обмотке

фазы имеет вид  $u_1 = (L_{s1} + L_{\partial\phi 1}) \frac{di_1}{dt} + M_{\partial\phi} \frac{di_2}{dt}$ ; на вто-

ричной –  $u_2 = (L_{s2} + L_{\partial\phi 2}) \frac{di_2}{dt} + M_{\partial\phi} \frac{di_1}{dt}$ , где

$L_{s1}, L_{s2}$  – индуктивности рассеяния.

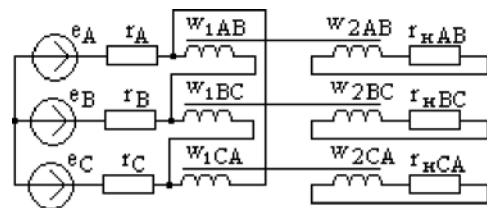


Рис. 1. Схема включения трехфазного трансформатора

Расчетная линейная схема постоянного тока изображена на рис. 2, на котором вместо индуктивностей помещены источники постоянного тока  $J_{1AB}, J_{1BC}, J_{1CA}, J_{2AB}, J_{2BC}, J_{2CA}$ ; взаимные индуктивности учитываются управляемыми источниками:

$$e_{1AB} = M_{\partial\phi AB} \frac{di_{2AB}}{dt}; e_{2AB} = M_{\partial\phi AB} \frac{di_{1AB}}{dt}$$

и далее по фазам с очевидной заменой индексов. Управляющие напряжения этих источников, равные производным токов, снимаются с источников тока:

$$u_{1AB} = (L_{s1} + L_{\partial\phi 1 AB}) \frac{di_{1AB}}{dt}; u_{2AB} = (L_{s2} + L_{\partial\phi 2 AB}) \frac{di_{2AB}}{dt}$$

и т. д. В начальный момент времени все источники тока полагаются нулевыми, в соответствии с чем определяются индуктивности и коэффициенты взаимной индукции.

На рис. 3 изображены результаты расчета процесса включения трансформатора на трехфазное напряжение промышленной частоты при  $E_m = 51 В$ . Сопротивления линии приняты по 0,1 Ом; сопротивления

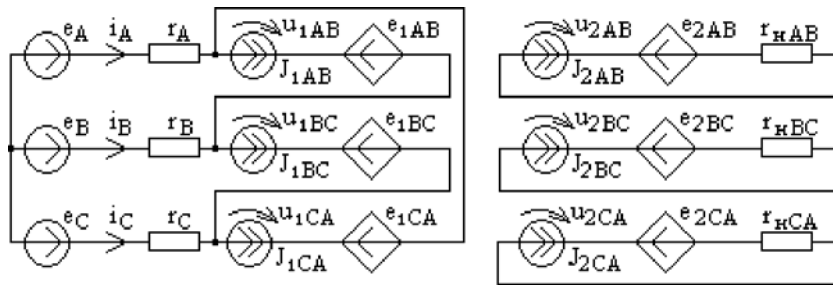


Рис. 2. Расчетная схема постоянного тока

нагрузок по 100 Ом; первичные обмотки имеют по 100 витков, вторичные – по 150 витков; индуктивности рассеяния первичных обмоток – по 30 мГн, вторичных – по 60 мГн. Вебер–амперная характеристика магнитной цепи фазы аппроксимирована зависимостью  $\Phi(F) = a \cdot \text{arctg}(bF) + cF$  при  $a = 3 \cdot 10^{-4}$ ;  $b = 0,2$ ;  $c = 4 \cdot 10^{-7}$ . Момент включения соответствует начальной фазе  $0,05 \cdot \pi$  для источника  $e_A$ .

интервалы насыщения сердечника. Расчет рассматриваемого процесса для контроля также был выполнен в среде MathCad путем непосредственного интегрирования систем нелинейных дифференциальных уравнений для фазных токов обмоток. Результаты расчета показали соответствие вышеприведенным графикам процесса. Подготовка решения, предполагающая составление уравнений в нормальной форме, требует затрат времени, быстро нарастающих при усложнении схемы.

**Вывод**

Для моделирования динамических режимов в электромагнитных цепях с нелинейными реактивностями на основании явных методов интегрирования предложено применение ряда линейных схем постоянного тока на шаге процесса. Это позволило исключить итерационный процесс и сократить время расчетов с использованием простых программных средств, а также избавиться от необходимости составлять дифференциальные уравнения цепи в нормальной форме.

**СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ**

1. Тиховод С. М. Система компьютерного моделирования динамических процессов в нелинейных магнитоэлектрических цепях // Технічна електродинаміка. – 2008. – № 3. – С. 16–23.
2. Лучко А.Р. Имитационное моделирование электромагнитных процессов в магнитосвязанных электрических цепях / А. Р. Лучко, Т. В. Попова // Електротехніка та електроенергетика. – 2009. – № 1. – С. 16–22.
3. Современные численные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений ; [ под ред. Дж. Холла, Дж. Уатта]. – М. : Мир, 1979. – 312 с.
4. Хайрер Э. Решение обыкновенных дифференциальных уравнений. Нежесткие задачи / Э. Хайрер, С. Нёрсетт, Г. Ваннер. – М. : Мир, 1990. – 512 с.
5. Чуа Л.О. Машинный анализ электронных схем: Алгоритмы и вычислительные методы / Л. О. Чуа, Пен-Мин Лин. – М. : Энергия, 1980. – 640 с.
6. Мэтьюз Д. Г. Численные методы. Использование MATLAB / Д. Г. Мэтьюз, К. Д. Финк. – М. : Издат. дом «Вильямс», 2006. – 720 с.

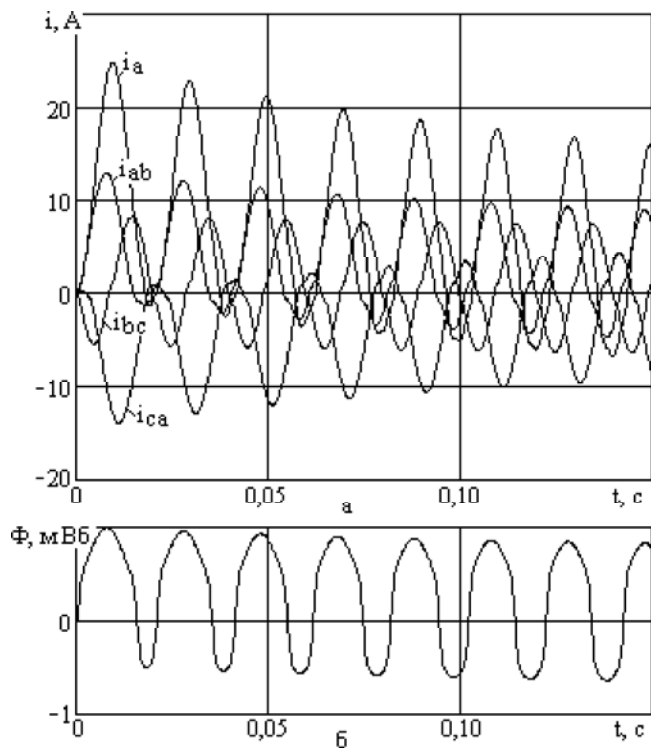


Рис. 3. Переходный процесс включения трансформатора

Рис. 3, а показывает искажения формы токов первичных обмоток; в фазе А наблюдается всплеск намагничивающего тока  $i_A$ . Форма магнитного потока фазы АВ показана на рис. 3, б, на котором выделяются

## Приложение А

Вспомогательные величины для метода Дормана-Принса

$$i_{Ln4} = i_{Ln} + \frac{19372k_1}{6561} - \frac{25360k_2}{2187} + \frac{64448k_3}{6561} - \frac{212k_4}{729};$$

$$i_{Ln5} = i_{Ln} + \frac{9017k_1}{3168} - \frac{355k_2}{33} + \frac{46732k_3}{5247} + \frac{49k_4}{176} - \frac{5103k_5}{18656};$$

$$i_{Ln6} = i_{Ln} + \frac{35k_1}{384} + \frac{500k_3}{1113} + \frac{125k_4}{192} - \frac{2187k_5}{6784} + \frac{11k_6}{84};$$

$$i_{Ln7} = i_{Ln} + \frac{5179k_1}{57600} + \frac{7571k_3}{16695} + \frac{393k_4}{640} - \frac{92097k_5}{339200} + \frac{187k_6}{2100} + \frac{k_7}{40}.$$

Вспомогательные величины для метода Адамса-Башфорта-Маултона

$$i_{nk} = -\frac{5u_L(i_{Ln-1}, t_{n-1})}{L(i_{Ln-1})} + \frac{u_L(i_{Ln-2}, t_{n-2})}{L(i_{Ln-2})};$$

$$i_{np} = -\frac{59u_L(i_{Ln-1}, t_{n-1})}{L(i_{Ln-1})} + \frac{37u_L(i_{Ln-2}, t_{n-2})}{L(i_{Ln-2})} - \frac{9u_L(i_{Ln-3}, t_{n-3})}{L(i_{Ln-3})}.$$

Стаття надійшла до редакції 15.05.2010 р.  
Після доробки 18.05.2010 р.

Канов Л. М. Безітераційний розрахунок динамічних процесів у електричних колах з нелінійними реактивностями

*Пропонується методика розрахунку динамічних режимів електричних кіл, що містять нелінійні індуктивності і ємності. Методика заснована на явних методах інтегрування диференціальних рівнянь і вимагає на кожному кроці вирішення прорахунку лінійного ланцюга, що скорочує час розрахунку в порівнянні із зазвичай вживаними ітераційними методами. Методика ілюстрована розрахунком процесу включення трансформатора.*

**Ключові слова:** безітераційний розрахунок, електричні кілі, динамічний режим, нелінійна реактивність, явні методи інтеграції, включення трансформатора.

Kanov L. Noniterative calculation of dynamic processes in electric circuits with nonlinear reactances  
*The procedure of calculating dynamic modes of electric circuits containing nonlinear inductances and capacitances is proposed. The procedure is based on the explicit methods of differential equations integration and requires calculating a linear circuit at every solving step, decreasing the computation time as compared to usual iterative methods. The method is illustrated by calculation of the transformer activation process.*

**Key words:** uniterationly calculation, electric circuits, dynamic mode, nonlinear reactivity, obvious methods of integration, including of transformer.