

А. О. Лозинський д-р техн. наук, Л. І. Демків канд. фіз.-мат. наук
Національний університет «Львівська політехніка»

Дослідження стійкості систем з нестійкою підсистемою (частина 1)

У першій частині даної роботи, на прикладі двомасової системи, розглянуто принцип побудови системи керування, що поєднує властивості двох підсистем керування за повним вектором стану. Досліджено стійкість загальної системи в залежності від стійкості кожної з підсистем, з яких вона складається.

стійкість, регулятор Такагі-Сугено, нечітка логіка, динамічна система, фазово-частотна характеристика

Вступ

Одним з найпоширеніших об'єктів дослідження теорії автоматичного керування електродвигунами є двомасові електромеханічні системи. Синтезу таких систем присвячені, зокрема, роботи [1, 2].

Підвищення динамічних показників системи є одним з пріоритетних напрямків розвитку електропривода. Саме вирішенню цієї проблеми і присвячена дана стаття, що забезпечує її **актуальність**.

Як відомо, конструювання бази правил є одним із найважливіх етапів проектування нечіткого регулятора. І саме тут зосереджена значна частина критики систем керування, побудованих на основі нечіткої логіки. У більшості випадків необхідна для проектування регулятора інформація може бути отримана або у вигляді даних із вимірювальних пристроїв, або у вигляді знань експерта, представлених у лінгвістичній формі. На жаль, до цього часу не розроблені ефективні стандартні засоби проектування таких регуляторів.

Одними з широко вживаних підходів є описаний у [3] алгоритм формування бази правил на основі числових даних та використання шаблонної бази правил Мас Вісара – Велана [4], отриманої в результаті формалізації ПІ- та ПД- регуляторів. Проте ці підходи не розв'язують задачі синтезу для всіх структур fuzzy-logic регулятора, зокрема, у випадку синтезу регулятора Такагі – Сугено з лінійним виходом, що відповідає формуванню керування за повним вектором стану. Громіздкість структури регулятора створює проблеми при його реалізації у системах керування, а також істотно впливає на швидкодію системи. Тому актуальним є створення та розробка нових алгоритмів побудови такого регулятора. Для застосування в системах керування електроприводом нами пропонується структуру регулятора Такагі – Сугено – Канга (4.1) змінити таким чином [5]:

якщо $e \in A_k$, тоді $Y = f(u, x_{1k}, x_{2k}, \dots, x_{nk})$,

© А. О. Лозинський, Л. І. Демків 2010 р.

де e – абсолютна похибка між заданим і отриманим значеннями вихідної координати, або інший інформаційний параметр, достатній для визначення необхідної стратегії керування, A_k – сформовані області належності, $\bar{x}(t) = [x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t)]^T$, $x_1(t) = x(t)$, $x_2(t) = x'(t)$, $\bar{u}(t)$ – вектор керуючих впливів, Y – вихідний сигнал системи.

Тобто при створенні таких регуляторів нами пропонується в умові лінгвістичного правила не використовувати змінні стану.

Такий підхід дає змогу поєднати переваги нечіткої логіки і математичну строгість класичної теорії керування.

1. Постановка задачі

Так само, як і в [1], розглянемо нелінійну систему, яку в загальному випадку можна описати за допомогою диференціального рівняння n -го порядку, яке можна звести до системи диференціальних рівнянь першого порядку

$$\dot{\bar{x}}(t) = f(\bar{x}(t)) + g(\bar{x}(t))\bar{u}(t) + \xi(t), \quad (1)$$

де $\bar{\xi}(t)$ – зовнішні збурюючі впливи, $f(\bar{x}(t))$ та $g(\bar{x}(t))$ – нелінійні функції, описані в області робочих точок системи. Використовуючи техніку, описану, наприклад, в [6, 7], можемо перейти від системи (1) до лінеаризованої системи і сформулювати для всіх точок вектор керуючих впливів, який визначається повним вектором стану або за допомогою модального регулятора

$$\Delta \dot{\bar{x}}(t) = A^* \Delta \bar{x}(t) + B^* \Delta \bar{u}(t),$$

де $\Delta \bar{x}(t) = \bar{x}(t) - \bar{x}_0(t)$, $\Delta \bar{u}(t) = \bar{u}(t) - \bar{u}_0(t)$, $\bar{x}_0(t)$, $\bar{u}_0(t)$ – вектори, в околі яких розкладаємо в ряд Тейло-

$$\text{ра, } A^* = (a_{i,j})_{i,j=1}^n = \frac{\Delta f_i}{\Delta x_j}, B^* = (b_{i,j})_{i,j=1}^n = \frac{\Delta g_i}{\Delta x_j}.$$

Модель системи можна побудувати, використовуючи стандартний регулятор типу Такагі – Сугено [8]

$$R_i : IF \quad x_1 \in M_1^i \text{ i } x_2 \in M_2^i \dots x_n \in M_n^i \text{ THEN} \\ \dot{\bar{x}}(t) = A_i \bar{x}(t) + B_i \bar{u}(t), \\ IF \quad x_1 \in N_1^i \text{ i } x_2 \in N_2^i \dots x_n \in N_n^i \text{ THEN} \\ \bar{u}(t) = K_i \bar{x}(t), \quad i = \overline{1, k},$$

де R_i – i -те правило, $M_j^i, N_j^i, i = \overline{1, k}, j = \overline{1, n}$ – області розбиття, $A_i, B_i, K_i \in R^{n \times n}$ – матриці, що формують модель системи в околі певної робочої точки (локальна модель), $\bar{u}(t) \in R^n$ – вектор керуючих впливів.

Використовуючи дефазифікацію гравітаційним методом, отримуємо таку модель системи:

$$\dot{\bar{x}}(t) = \sum_{i=1}^k v_i(\bar{x}) \left(A_i + B_i \sum_{j=1}^k \mu_j(\bar{x}) K_j \right) \bar{x}(t),$$

$$\text{де } v_i = v_i(\bar{x}) = \frac{\prod_{j=1}^n M_j^i(x_j(t))}{\sum_{i=1}^k \prod_{j=1}^n M_j^i(x_j(t))}, M_j^i(x_j(t)),$$

$$\mu_i = \mu_i(\bar{x}) = \frac{\prod_{j=1}^n N_j^i(x_j(t))}{\sum_{i=1}^k \prod_{j=1}^n N_j^i(x_j(t))}, N_j^i(x_j(t)) - \text{функції}$$

належності $x_j(t)$ до відповідної області M_j^i чи N_j^i , $\sum_{i=1}^k v_i = 1, \sum_{i=1}^k \mu_i = 1$. Тобто, модель i -тої системи матиме вигляд

$$\dot{\bar{x}}(t) = (A_i + B_i K_i) \bar{x}(t).$$

Кожна з підсистем може формувати різні типи переходів з різними швидкостями. Можливим є формування різних траєкторій переходу до заданої точки простору вихідних сигналів системи, використовуючи регулювання, в якому відбувається перехід між керуючими впливами. Крім того, деякі підсистеми можуть бути нестійкими. У цій статті розглянуто двомасову систему, що складається з двох підсистем.

2. Результати дослідження. Випадок стійких підсистем

У цьому пункті проілюстровано ідеї статті [7] у випадку типової двомасової системи рис. 1.

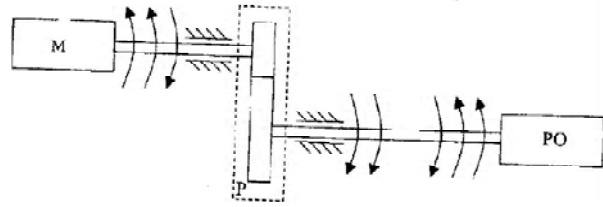


Рис. 1. Кінематична схема з пружним валом: М – двигун, РО – робочий орган механізму, Р – редуктор

Використовуючи математичні викладки з [1], розглянемо двомасову систему, що складається з двох стійких підсистем з однаковими передавальними функціями (див. [1])

$$W(p) = \frac{c_{13} / T_{M1}}{H(p)}, \\ H(p) = p^3 + p^2 \frac{k_{11}}{T_{M1}} + p \left(\frac{1}{T_C T_{M2}} + \frac{k_{12} + 1}{T_C T_{M1}} \right) + \left(\frac{k_{11} + k_{13}}{T_C T_{M1} T_{M2}} \right),$$

де $c_{13}, T_{M1}, T_{M2}, T_C$ – коефіцієнти, що характеризують систему та описані в [1]. k_{11}, k_{12}, k_{13} – невідомі коефіцієнти модального регулятора. Розглянемо випадок системи, в якій реалізовано керування шляхом поєднання керуючих впливів з двох підсистем, в яких реалізовано налаштування на стандартну біноміальну форму (рис. 2)

$$H_{cr}(p) = p^3 + 3p^2 \omega_0 + 3p \omega_0^2 + \omega_0^3.$$

Нехай для однієї з підсистем значення середньгеометричного кореня є $\omega_{0-1} = 1$, а для іншої $\omega_{0-2} = 4$. Коефіцієнти $k_{11-1}, k_{12-1}, k_{13-1}, k_{11-2}, k_{12-2}, k_{13-2}$ розраховано за формулами з [1]

$$k_{11-i} = 3\omega_{0-i} T_{M1}, \\ k_{12-i} = \left(3\omega_{0-i}^2 - \frac{1}{T_C T_{M2}} \right) T_C T_{M1} - 1, \\ k_{13-i} = T_C T_{M1} T_{M2} \omega_{0-i}^3 - 3T_{M1} \omega_{0-i}, \quad i = 1, 2.$$

Дана система є стійкою оскільки для неї виконуються умови наслідку 1 з роботи [6], а саме, $B_1 = B_2$, а K_1 та K_2 вибрано таким чином, що підсистеми стійкі. У функції MATLAB Function реалізовано функцію належності

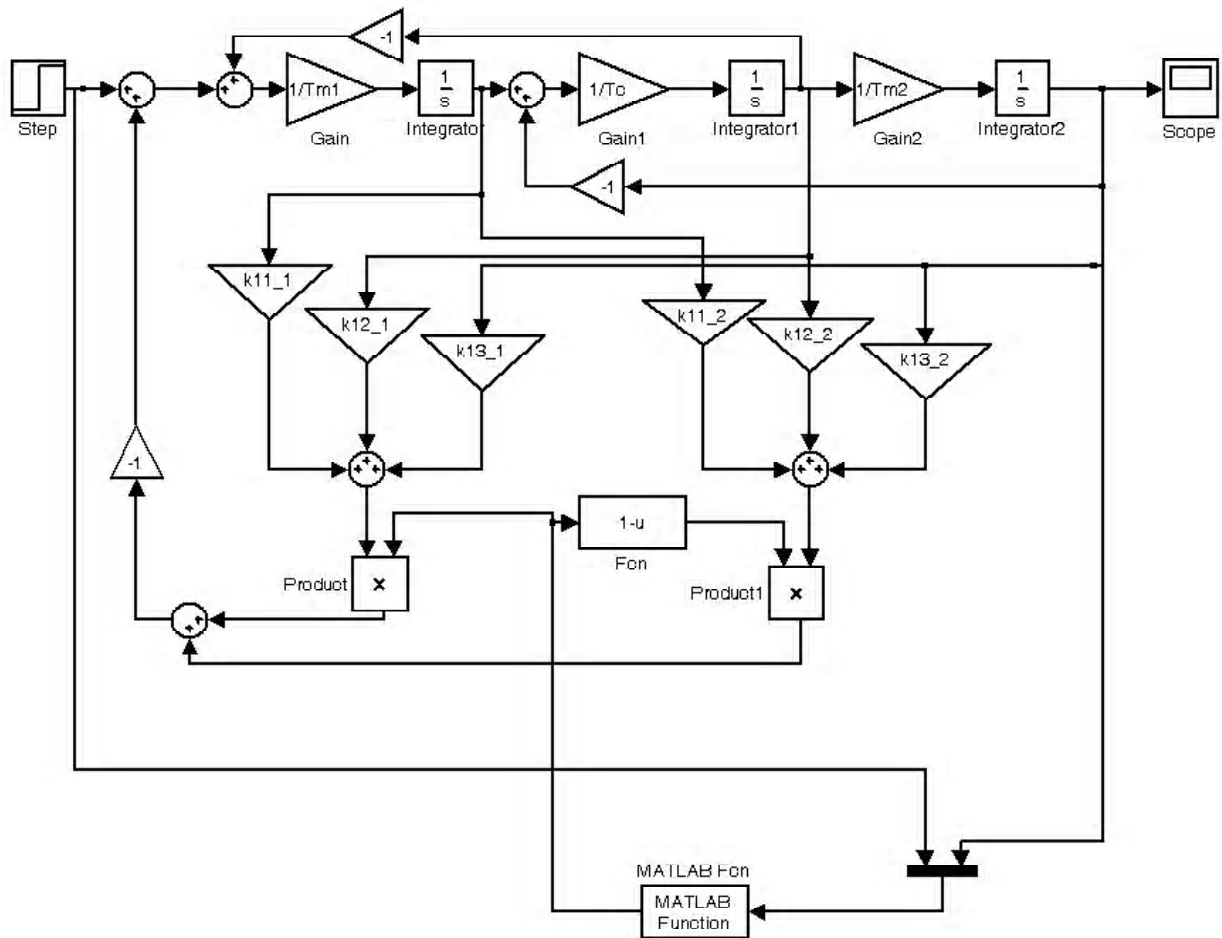


Рис. 2. Модель системи в Simulink

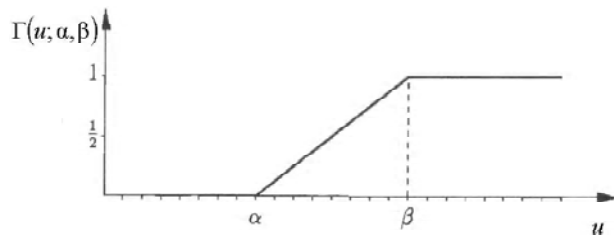


Рис. 3. Функція належності $\Gamma(u; \alpha, \beta)$

$$\Gamma(u; \alpha, \beta) = \begin{cases} 0, & u < \alpha \\ (u - \alpha) / (\beta - \alpha), & \alpha \leq u \leq \beta \\ 1, & u > \beta \end{cases} \text{ (див.,}$$

напр., [9]).

Результати симуляції при $\alpha = 0,2, \beta = 0,8$ в залежності від часу показано на рис. 4.

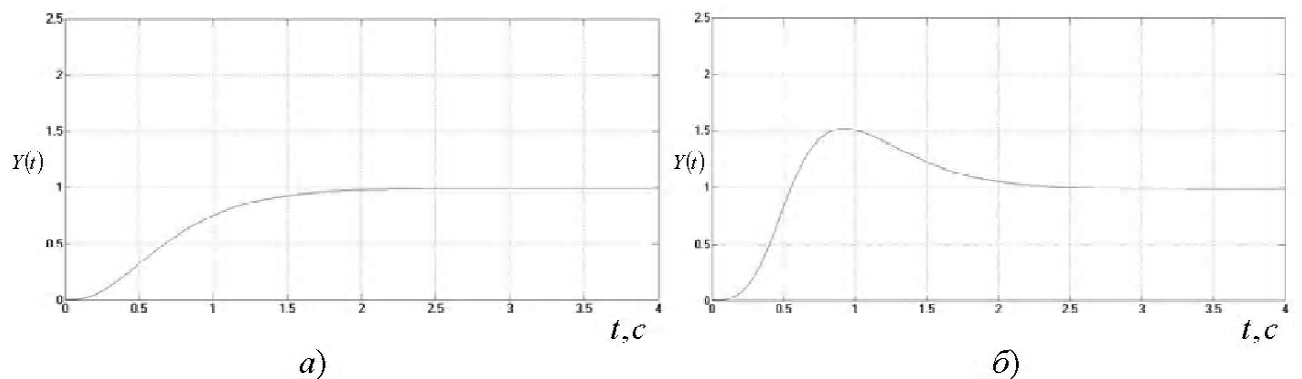


Рис. 4. Перехід між двома стійкими підсистемами з різними значеннями середньгеометричного кореня. Від меншого до більшого а) та навпаки б)

При цьому вихідний сигнал кожного з трьох інтеграторів в залежності від часу подано нижче (рис. 5 та 6).

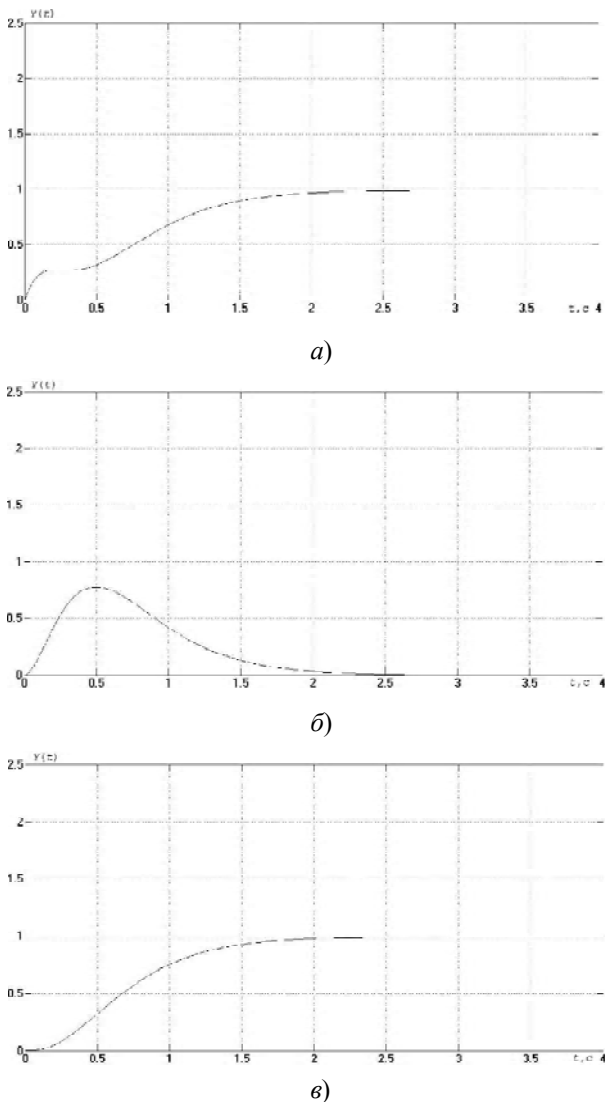


Рис. 5. Вихідний сигнал інтеграторів у випадку, що відповідає рис. 4, а) перший б) другий в) третій інтегратор відповідно

У першому випадку відбувається плавний перехід від системи з малою швидкістю до системи з більшою швидкістю. У другому ж випадку – навпаки, і тому спостерігається перерегулювання. Надалі будемо розглядати лише другий випадок.

В залежності від параметрів α та β швидкість наростання сигналу та рівень перерегулювання можуть змінюватись (рис. 7).

Така система дає змогу покращити інтегральні показники якості $I_1 = \int u^2(t)dt$; $I_2 = \int tu^2(t)dt$; $I_3 = \int |u(t)|dt$; $I_4 = \int t|u(t)|dt$ (рис. 8–рис. 11).

Якщо розглядати класичну систему, налаштовану на біноміальну форму з $\omega_0 = 4$, то в цьому випадку $I_1 = 0,5216$, $I_2 = 0,1758$, $I_3 = 0,7885$, $I_4 = 0,4653$. У за-

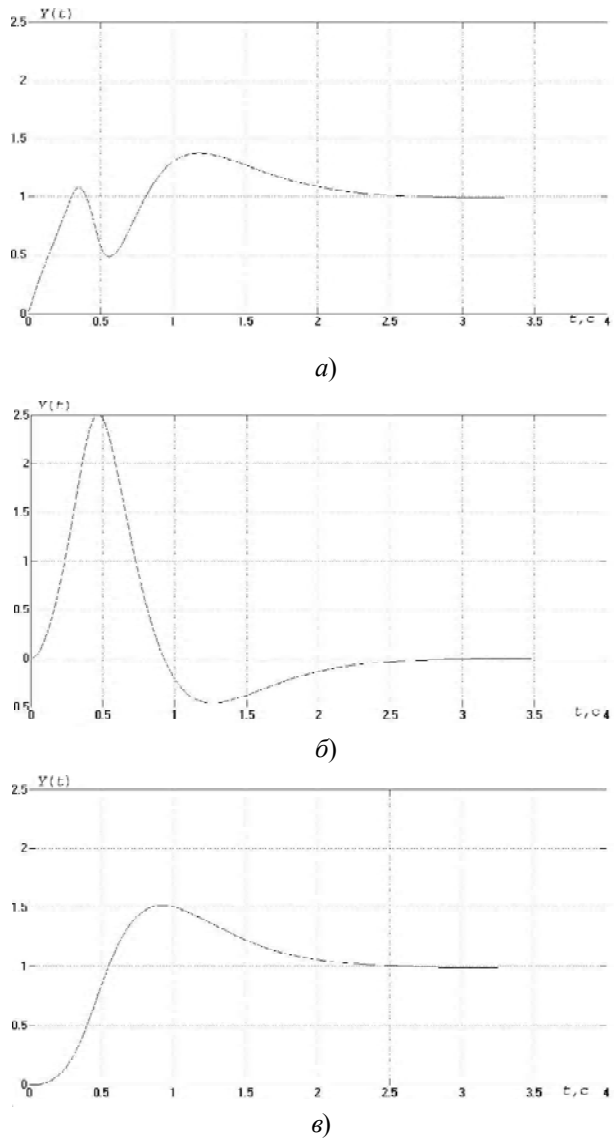


Рис. 6. Вихідний сигнал інтеграторів у випадку, що відповідає рис. 4, б) перший в) другий г) третій інтегратор відповідно

лежності від значення параметрів α та β запропонована система забезпечує вигравш в півтора-два рази. Крім того, значний вигравш отримується у часі першого досягнення усталеного значення (1,662 с в найгіршому випадку проти 4 с в класичній системі) та входження в 5 % зону (2,3722 с в найгіршому випадку проти 4 с в класичній системі). Оптимальними з точки зору швидкодії та величини перерегулювання є такі значення параметрів функції належності: $\alpha = 0,7$, $\beta = 1,0$.

3. Випадок нестійкої підсистеми з двома коренями в правій півплощині

Розглянемо тепер випадок, коли одна з двох підсистем системи керування приводить до передавальної функції системи з характеристичним поліномом виду

$$H(p) = (p + \omega_0) \left((p + a)^2 + b^2 \right), \quad a^2 + b^2 = \omega_0^2,$$

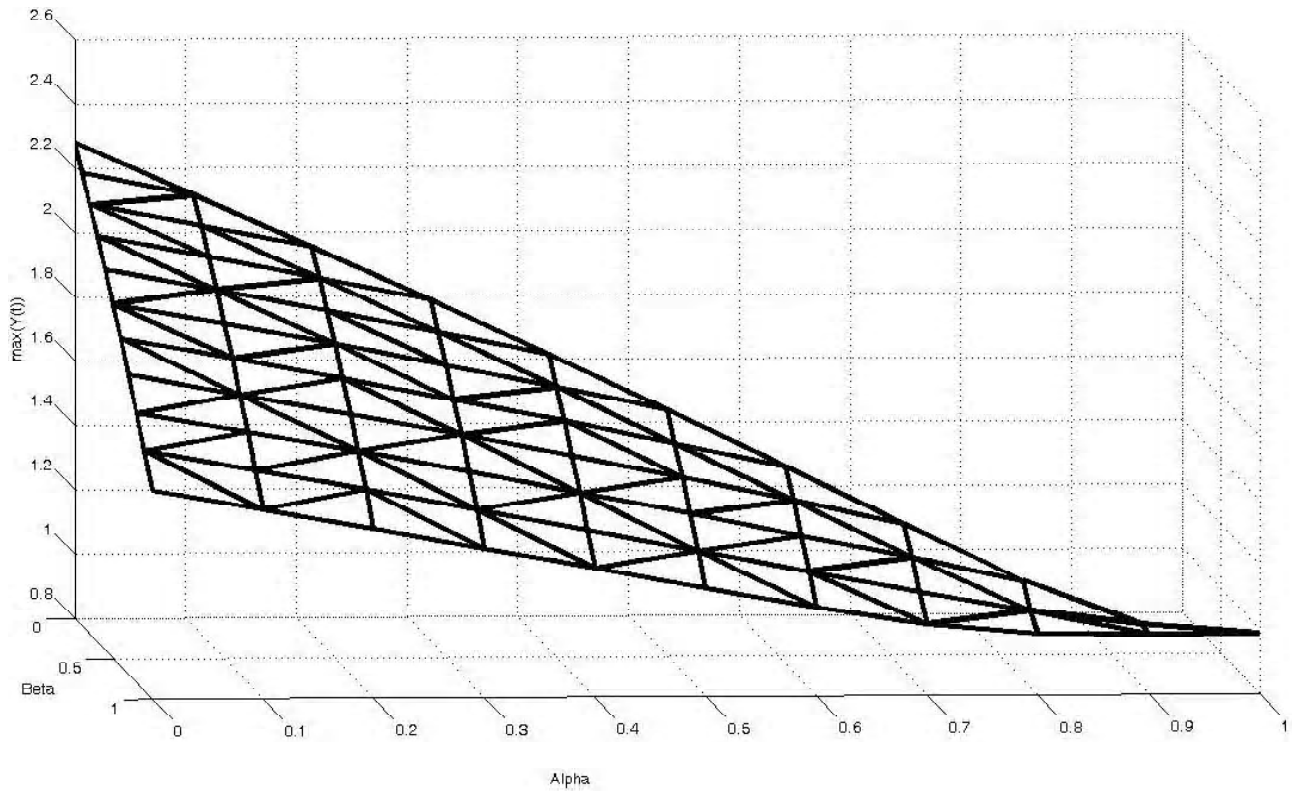


Рис. 7. Залежність максимального перегулювання від параметрів α та β

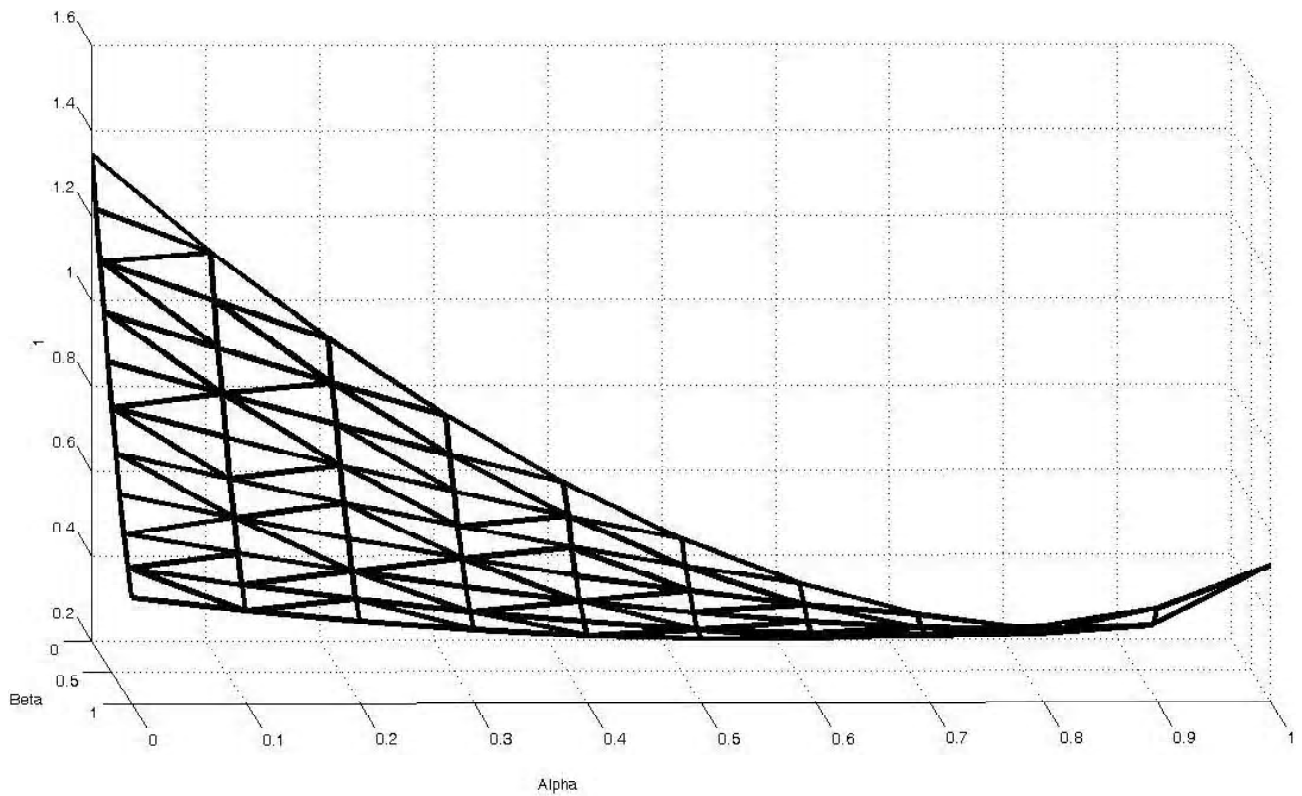


Рис. 8. Значення I_1 для різних значень α та β

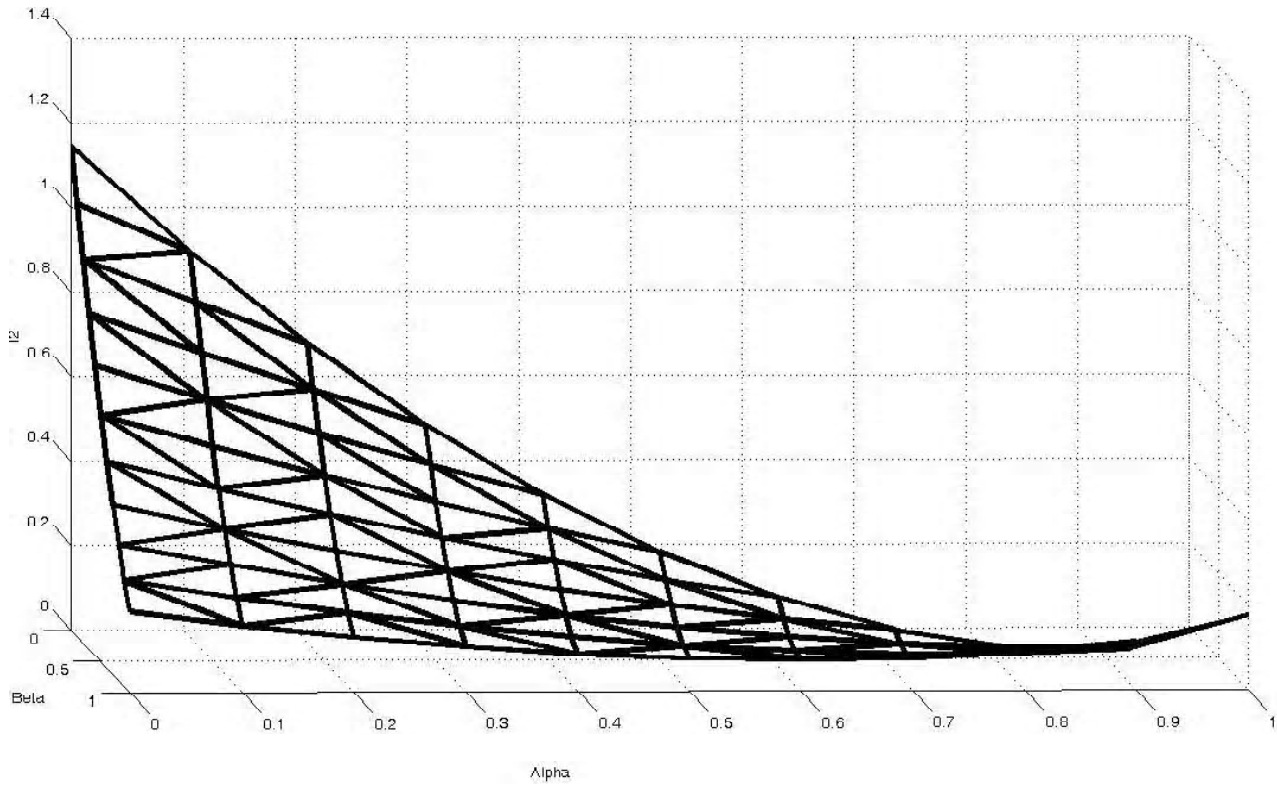


Рис. 9. Значення I_2 для різних значень α та β

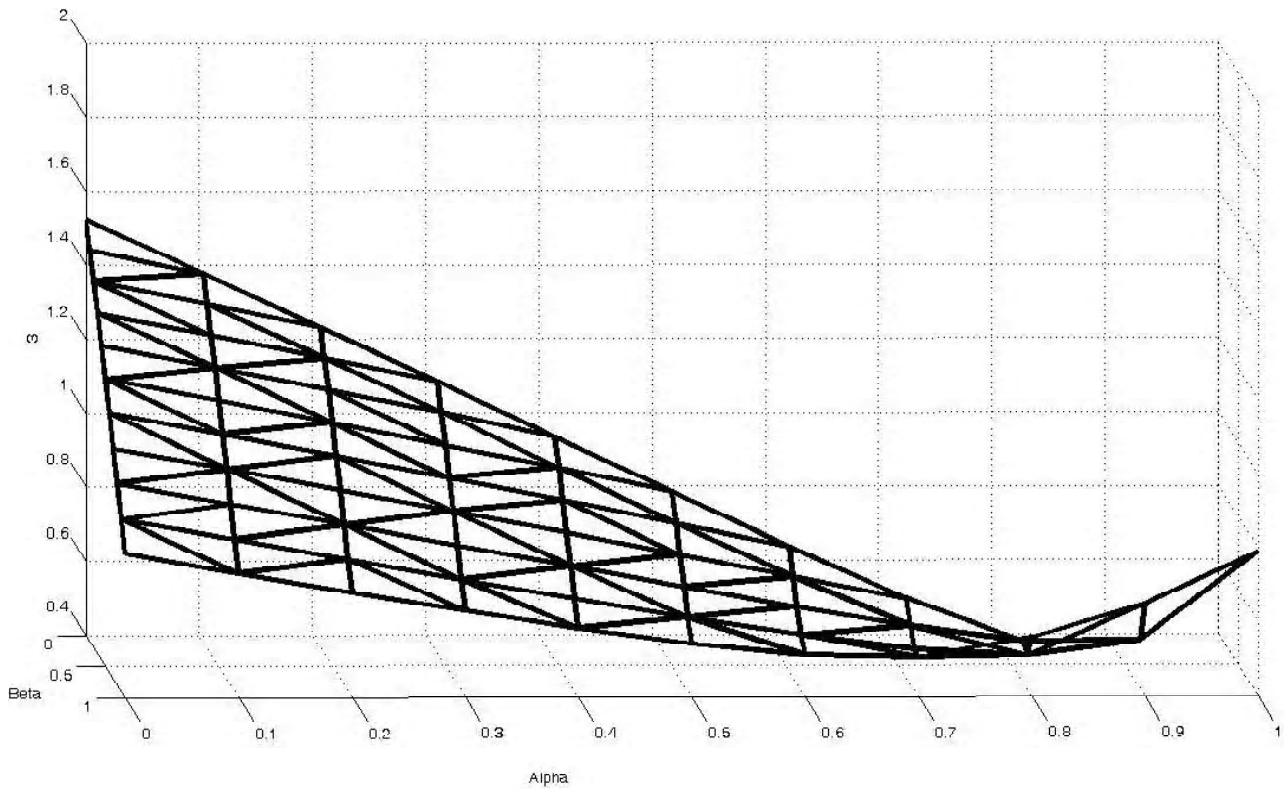


Рис.10. Значення I_3 для різних значень α та β

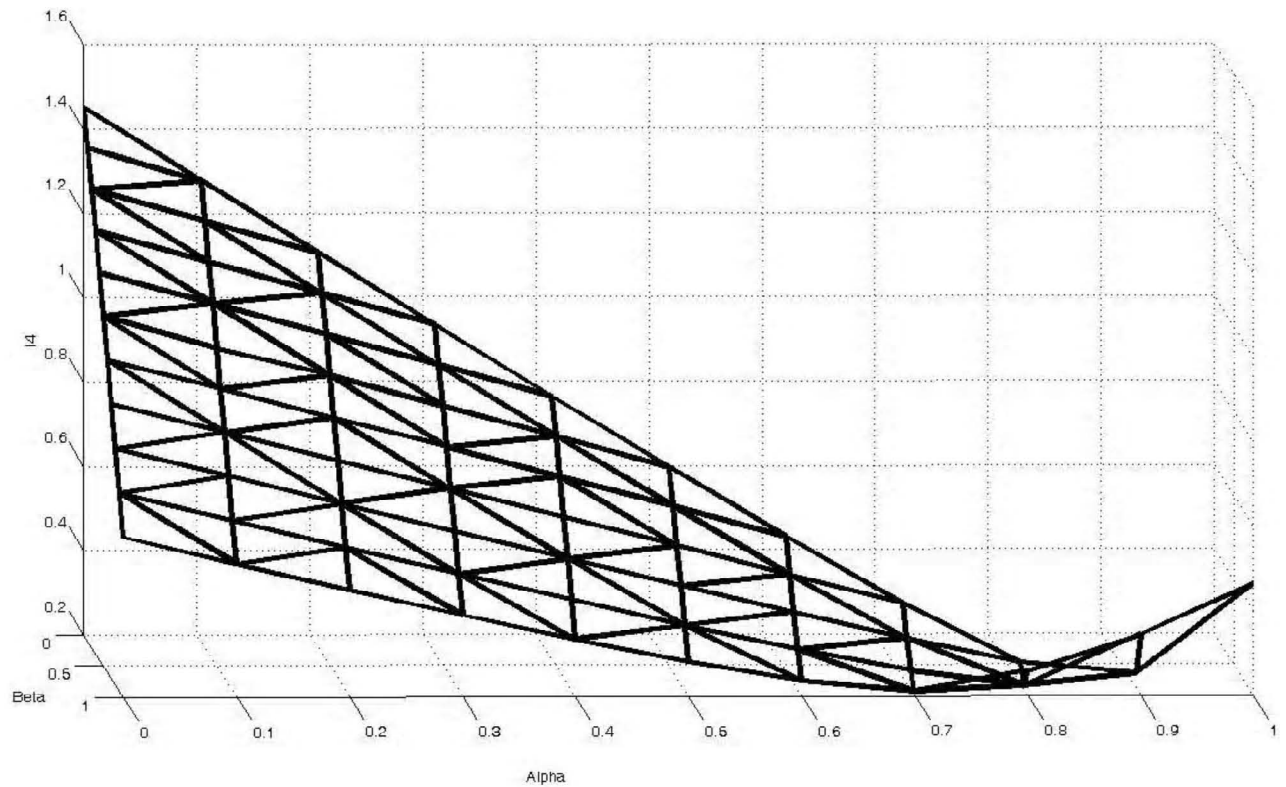


Рис. 11. Значення I_4 для різних значень α та β

де значення середньогогеометричного кореня $\omega_{0_2} = 4$ дорівнює значенню середньогогеометричного кореня для стійкої підсистеми, $a, b = 1$ – параметри, що задають траєкторію руху кореня. Коефіцієнти $k_{11_1}, k_{12_1}, k_{13_1}$ обчислюються так само, як у попередньому пункті, а коефіцієнти нестійкої підсистеми

$$\begin{aligned} k_{11_2} &= T_{M1}(\omega_{0_2} + 2a), \\ k_{12_2} &= \left((2\omega_{0_2}a + a^2 + b^2) - \frac{1}{T_C T_{M2}} \right) T_C T_{M1} - 1, \\ k_{13_2} &= (\omega_{0_2}a^2 + \omega_{0_2}b^2) T_C T_{M1} T_{M2} - T_{M1}(\omega_{0_2} + 2a). \end{aligned} \quad (2)$$

Результати симуляції при $\alpha = 0,2, \beta = 0,8$ подано на рис. 12.

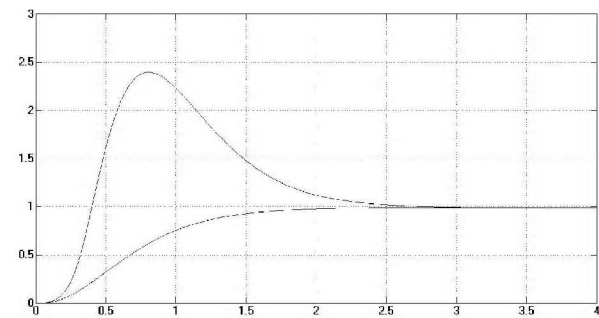


Рис. 12. Результат симуляції системи з коефіцієнтами (2)

При цьому вихідний сигнал кожного з трьох інтеграторів подано нижче (рис. 13).

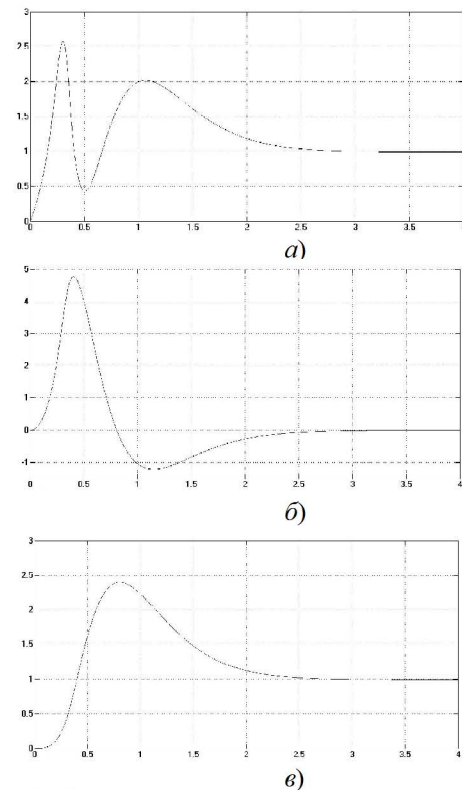


Рис. 13. Вихідний сигнал інтеграторів у випадку двох коренів в правій півплощині а) перший; б) другий; в) третій інтегратор відповідно

На рисунку нижня лінія – це вихідний сигнал стійкої системи, що розглядається в [1] (аналог стійкої підсистеми в цій статті), а верхня лінія – вихідний сигнал системи, що розглядається в даному підпункті. Перерегулювання виникає через те, що перший інтегратор з рис. 13 встигає наінтегрувати завеликий рівень сигналу, а потім у зв'язку зі зміною сигналу, який надходить на перший суматор, та зміною значення параметра $\mu(e(t))$,

$e(t) = y_{зад} - y_{вих}(t)$, який є результатом MATLAB Function, відбувається розінтегрування. Наведемо залежність максимального перерегулювання від значення параметрів α та β (рис. 14).

Нижче наведено залежність вихідного сигналу та інтегральних показників якості від параметрів α та β (рис. 15–рис. 18).

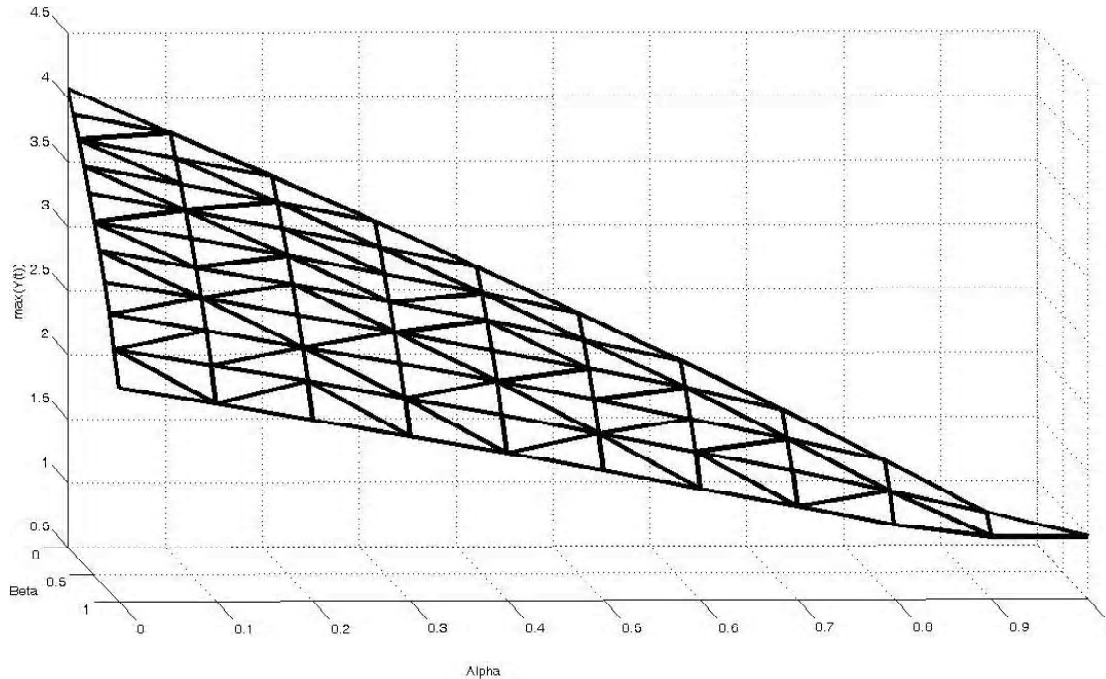


Рис. 14. Залежність максимального перерегулювання від значення параметрів α та β

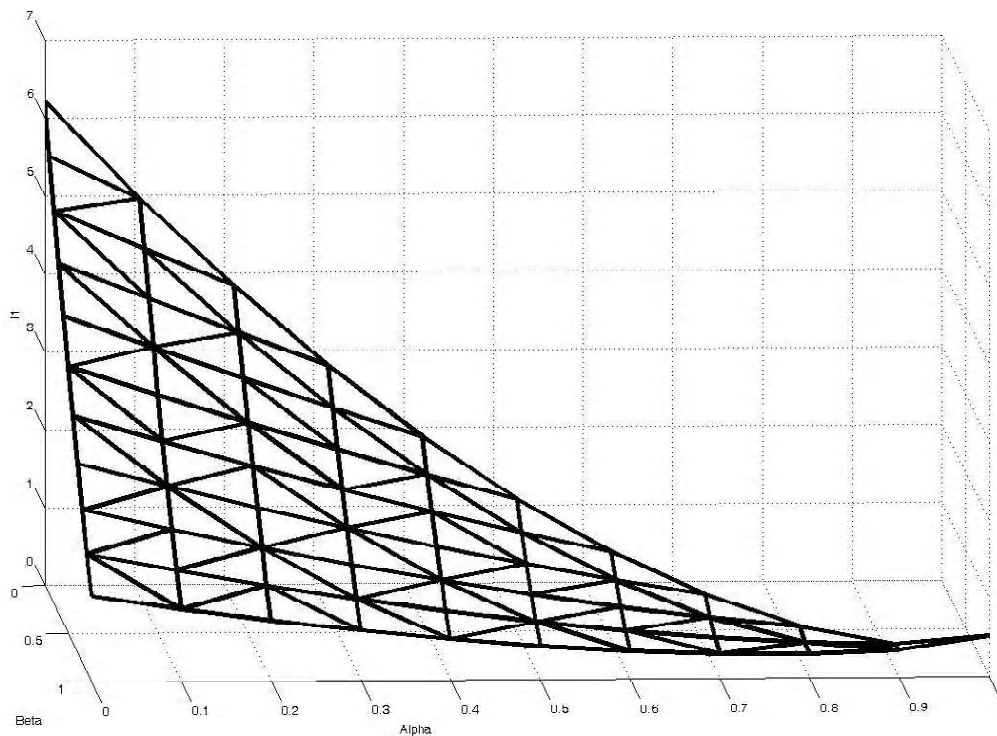


Рис. 15. Значення I_1 для різних значень α та β

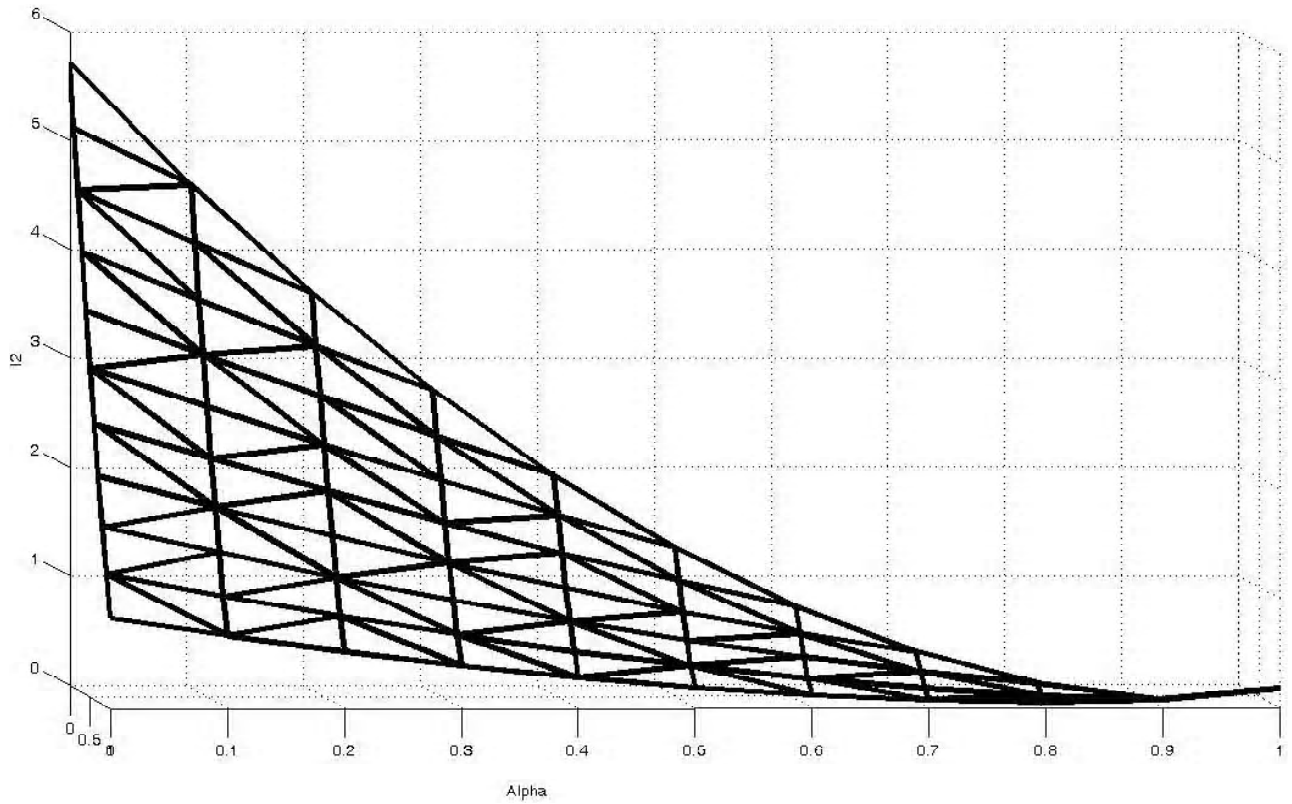


Рис.16. Значення I_2 для різних значень α та β

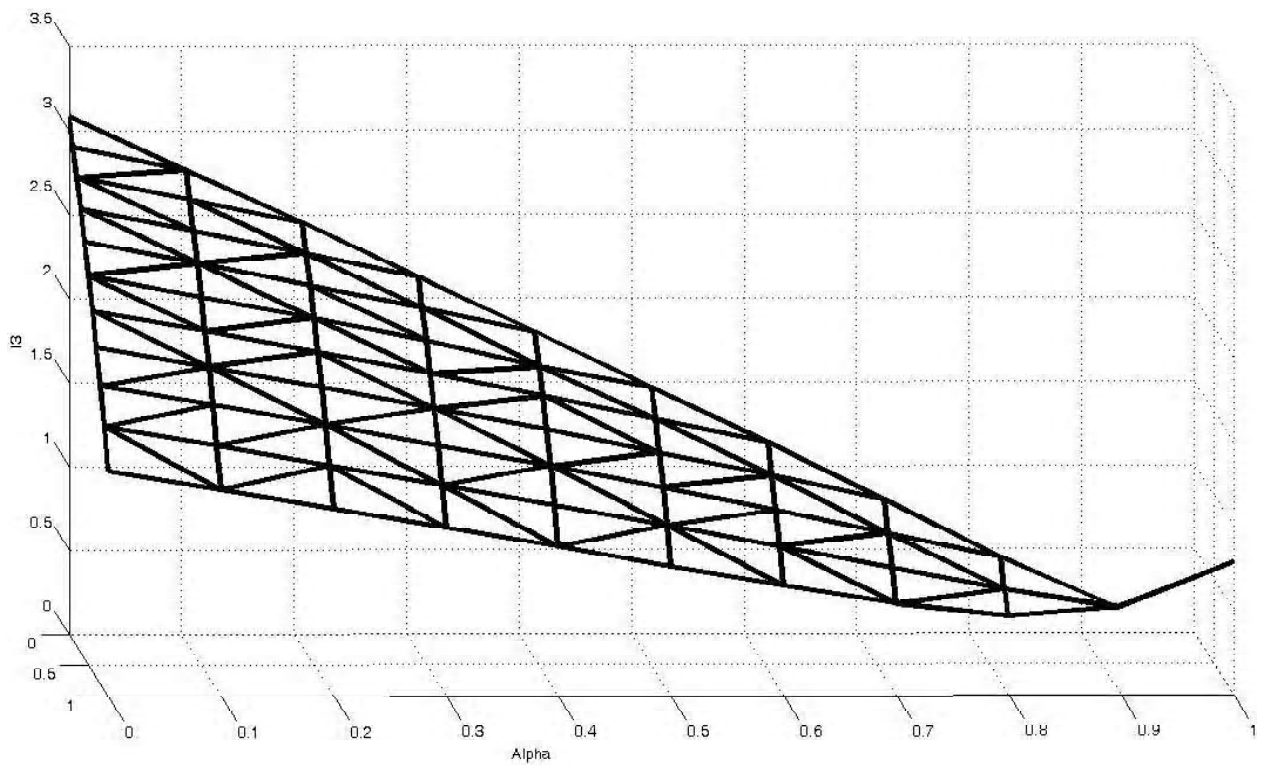


Рис. 17. Значення I_3 для різних значень α та β

Враховуючи, що в системі, що досліджується в цій статті, крім стандартних $\text{Re}(W)$ та $\text{Im}(W)$ існує ще й третій параметр $\mu(\varepsilon(t))$, доцільно при дослідженні такої системи використовувати не дво-, а тривимірний графік.

Дану систему також можна інтерпретувати як класичну систему з параметром. Покажемо залежність фазово-частотної характеристики від функції належності $\mu(\varepsilon(t))$ на рис. 19.

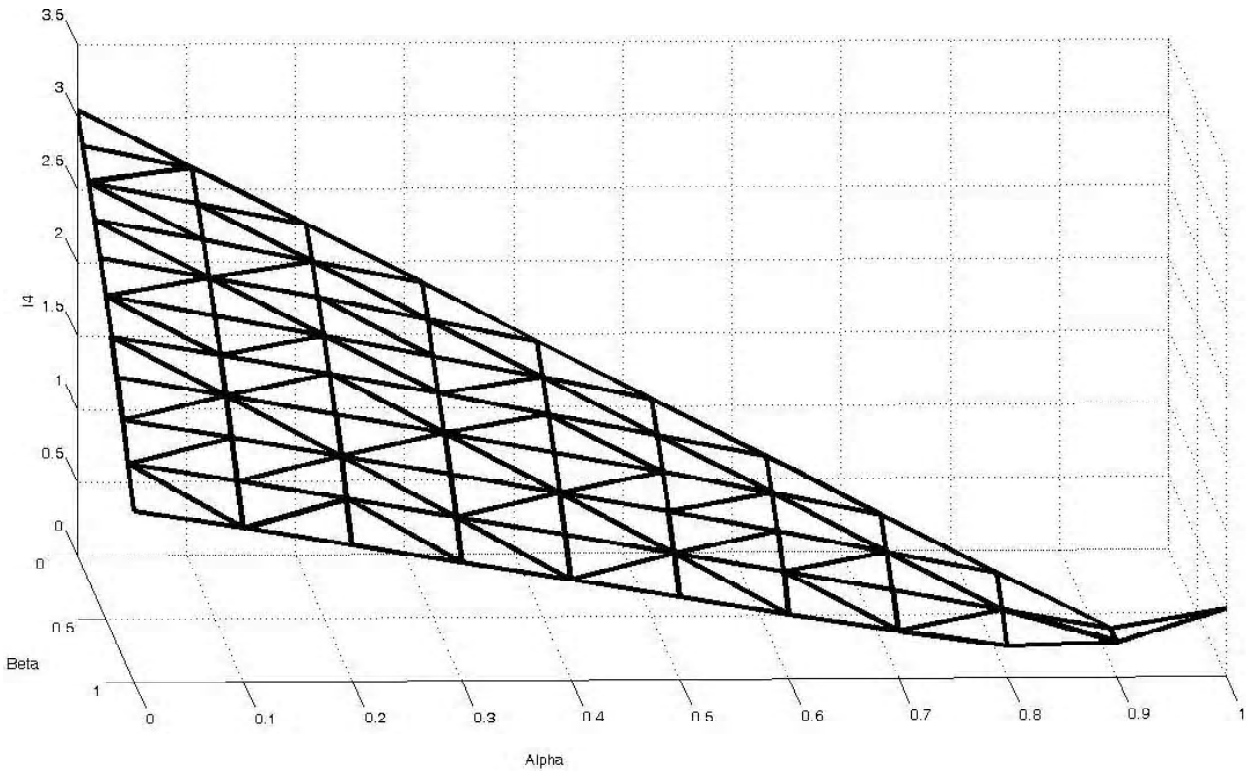


Рис. 18. Значення I_4 для різних значень α та β

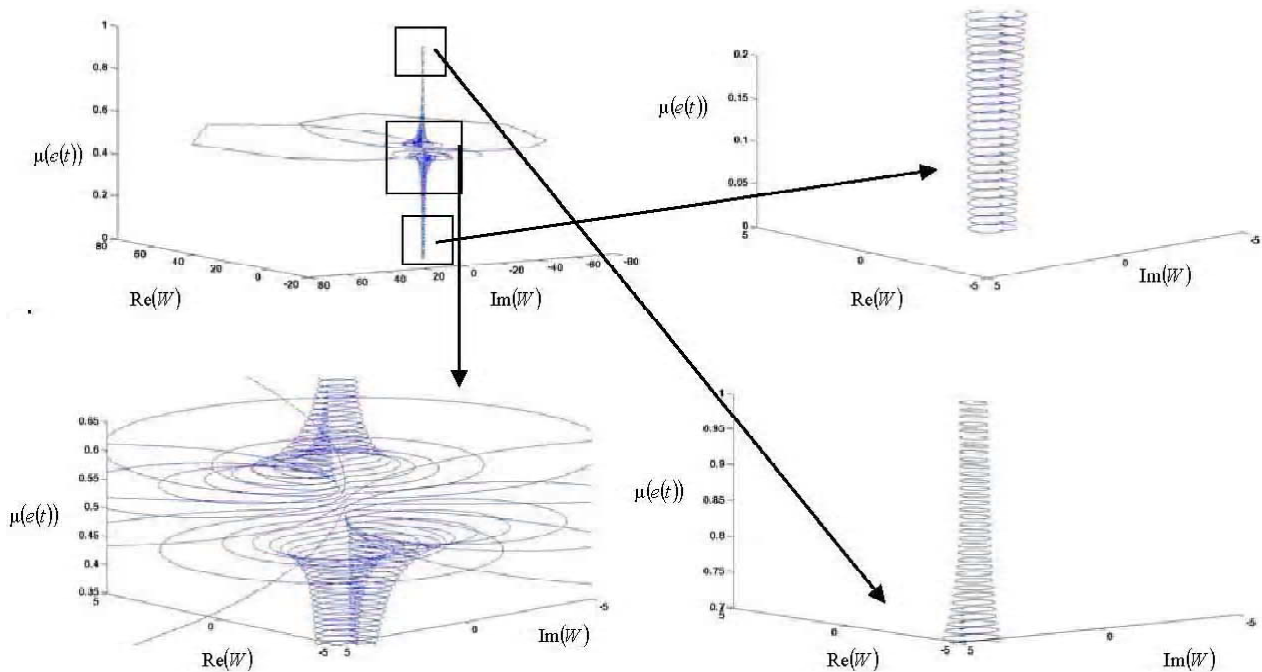


Рис. 19. Залежність фазово-частотної характеристики від часу для системи з коефіцієнтами (2)

Звідси бачимо, що при збільшенні значення функції належності система переходить від нестійкого стану до стійкого. В залежності від значення параметрів α та β запропонована в цьому пункті система забезпечує вигреш до двох з половиною разів. Найбільш оптимально система працює при значенні параметрів $\alpha = 0,8$, $\beta = 1,0$. При цьому час входження в п'ятивідсоткову зону дорівнює 1,415с, а час першого досягнення усталеного значення – 0,706 с.

Висновки

З усього вищевикладеного випливає, що запропонована система дає суттєвий вигреш за основними показниками якості та швидкості функціонування. Друга частина статті буде присвячена дослідженню системи з нестійкою підсистемою, що має один корінь в правій півплощині, та роботі системи при дії зовнішніх збурень.

На жаль, авторам ще не вдалось повною мірою сформулювати просторовий параметричний критерій стійкості систем, але це буде предметом подальшого дослідження.

Список літератури

1. Марущак Я. Ю. Синтез електромеханічних систем з послідовним кроком та паралельним коригуванням / Марущак Я. Ю. – Львів : Видав. НУ «Львівська політехніка», 2005. – 208 с.
2. Башарин А. В. Управление электроприводами / Башарин А. В., Новиков В. А., Соколовский Г. Г. // Ленинград: «Энергоиздат», 1982. – 391 с.

3. Wang L. X., Mendel J. M. Generating fuzzy rules by learning from examples // IEEE Trans. on System, Man and Cybernetics. – 1992. – Vol. 22, No 6. – P. 1414–1427.
4. Yager R., Filev R. Podstawy modelowania i sterowania rozmytego. – WNT : Warszawa, 1995 – 388 st.
5. Лозинський А. О. Застосування fuzzy logic регулятора в системах керування за повним вектором стану // Вісник ХДПУ «Проблеми автоматизованого електропривода. Теорія і практика». Спец. вип. – Харків, 1998. – С. 388–389.
6. Лозинський А. О. Аналіз стійкості систем з регулятором Такагі-Сугено / А. О. Лозинський, Л. І. Демків // Донецьк : ІПШІ МОН і НАН України «Наука і освіта». – 2008. – № 4. – С. 545–549.
7. Лозинський А. О. Дослідження стійкості систем з регулятором Такагі-Сугено-Кангі / А. О. Лозинський, Л. І. Демків // Харків : Вісник НТУ «ХПІ» «Проблеми автоматизованого електропривода». – 2008. – Вип. 30. – С. 89–90.
8. Takagi T. Fuzzy identification of systems and its application to modeling and control / T. Takagi, M. Sugeno // IEEE Trans. on Syst. – 1985. – Том SMC-15, №1. – С. 116–132.
9. D. Driankov Wprowadzenie do sterowania rozmytego / D. Driankov, H. Hellendoorn, M. Reinfrank // Варшава «Wydawnictwa Naukowo-Techniczne», 1996. – 320 с.

Поступила в редакцію 28.09.09 г.

Після доработки 14.12.09 г.

Лозинский А. О., Демкив Л. И. Исследование устойчивости систем с неустойчивой подсистемой. Часть 1.

В первой части статьи на примере двухмассовой системы рассмотрен принцип построения системы регулирования, которая сочетает свойства двух подсистем управления по полному вектору состояния. Исследована устойчивость всей системы в зависимости от устойчивости каждой из подсистем, из которых она состоит.

устойчивость, регулятор Такаги-Сугено, нечеткая логика, динамическая система, фазово-частотная характеристика

Lozynsky A., Demkiv L. Stability investigation of systems with unstable subsystem. Part 1.

In the first part of the paper, taking as an example the two mass system, authors considered the principle of construction of control system which combines properties of two control subsystems by the full state vector. Also stability of the whole system according to stability of each it's subsystem was investigated.

stability, Takagi-Sugeno control, fuzzy logics, dynamic system, phase-frequency characteristic