НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ "ЗАПОРІЗЬКА ПОЛІТЕХНІКА"

Науковий журнал

ЕЛЕКТРОТЕХНІКА
та
ЕЛЕКТРОЕНЕРГЕТИКА

№2’2026

Засновано національним університетом "Запорізька політехніка"
у травні 1999 року

Виходить 4 рази на рік

Запоріжжя

2026

ISSN 1607-6761 (Print)
ISSN 2521-6244 (Online)

«ЕЛЕКТРОТЕХНІКА ТА ЕЛЕКТРОЕНЕРГЕТИКА»

Головний редактор:

Тиховод Сергій Михайлович
доктор технічних наук (електрична інженерія), професор,
професор кафедри електричних машин Національного
університету "Запорізька політехніка", Україна

Заступник головного редактора:

Коцур Михайло Ігорович
кандидат технічних наук (електрична інженерія), доцент,
доцент кафедри електричних та електронних апаратів
Національного університету "Запорізька політехніка",
Україна.

Включено до переліку
наукових фахових видань України (категорія Б)
(наказ МОНУ № 409 від 17.03.2020 р.,
наказ МОНУ № 1471 від 26.11.2020 р.)

ЧЛЕНИ РЕДАКЦІЙНОЇ КОЛЕГІЇ:

Славомір Цешлік, доктор наук (електрична інженерія), професор університету, кафедра електротехніки, факультет телекомунікацій, комп'ютерних наук та електротехніки, Бидгощський технологічний університет, *Польща*.

Стен Зурек, доктор наук (електрична інженерія), керівник відділу досліджень та інновацій Megger Instruments Ltd, науковий співробітник Кардіффського університету, *Велика Британія*.

Зірка Сергій Євгенович, доктор технічних наук, професор, (електрична інженерія) професор кафедри кібербезпеки та комп'ютерно-інтегрованих технологій Дніпровського національного університету імені Олеся Гончара, *Україна*.

Яримбаш Дмитро Сергійович, доктор технічних наук (електрична інженерія), професор, проректор з наукової роботи Запорізького національного університету, *Україна*.

Рендзіняк Сергій Йосипович, доктор технічних наук (електрична інженерія), професор, професор кафедри радіофізики та комп'ютерних технологій, Львівський національний університет імені Івана Франка, *Україна***.**

Папаїка Юрій Анатолійович, доктор технічних наук (електрична інженерія), професор, завідувач кафедри електроенергетики Національного університету «Дніпровська політехніка», *Україна*.

Данильченко Дмитро Олексійович, кандидат технічних наук (електрична інженерія), доцент, професор кафедри передачі електричної енергії Національного технічного університету "Харківський політехнічний інститут", *Україна.*

Коцур Ігор Михайлович, кандидат технічних наук (електрична інженерія), доцент, доцент кафедри електричних машин, Національний університет «Запорізька політехніка», *Україна*.

Шрам Олександр Анатолійович, кандидат технічних наук (електрична інженерія), доцент, завідувач кафедри електропостачання промислових підприємств, Національний університет «Запорізька політехніка», *Україна***.**

Назарова Олена Сергіївна кандидат технічних наук (електрична інженерія), доцент, доцент кафедри електропривода та автоматизації промислових установок, Національний університет «Запорізька політехніка», *Україна*.

Безверхня Юлія Сергіївна, доктор філософії (електрична інженерія), доцент кафедри електричних машин, Національний університет "Запорізька політехніка", *Україна*.

Журнал включено до міжнародних наукометричних баз, каталогів та систем пошуку*: Index Copernicus, CrossRef; Directory of Open Access Journals (DOAJ); OpenAIRE; Public Knowledge Project (PKP) Index; ResearchBib - Academic Recource Index; Scientific Indexing Services (SIS); Ulrich's Periodicals Directory; WorldCat; Journal Factor Indexed Journals; Наукова періодика України – проект Національної бібліотеки України імені В. І. Вернадського (НБУВ). Національний репозитарій академічних текстів України.*

У науковому журналі друкуються результати фундаментальних та прикладних досліджень, зокрема результати дисертаційних робіт на здобуття наукових ступенів доктора філософії, доктора і кандидата технічних наук за спеціальністю **G3 - електрична інженерія**. Науковий профіль видання (назва кластеру): Безпечна, чиста енергетика та енергоефективність. Розділи журналу: 1. Електротехніка; 2. Електроенергетика.

Журнал розповсюджується за Каталогом періодичних видань України (передплатний індекс – 22913). З 2024 р. журнал «Електротехніка та Електроенергетика» вимушений припинити співпрацю з АТ «Укрпошта» щодо передплати та розповсюдження друкованих примірників журналу. З електроною версією журналу можна ознайомитись на сайті журналу.

Видавець:	Національний університет "Запорізька політехніка", м. Запоріжжя. Свідоцтво суб’єкта видавничої справи ДК №6952 від 22.10.2019р.
Реєстрація суб'єкта у сфері друкованих медіа:	Рішення Національної ради України з питань телебачення і радіомовлення No 3040 від 07.11.2024 року. Ідентифікатор медіа: R30-05581.
Реєстрація журналу:	Журнал зареєстровано у Міністерстві юстиції України. Свідоцтво про державну реєстрацію КВ №24219-14059 ПР від 07.11.2019р.
Адреса редакції:	Редакційно-видавничий відділ. Національний університет "Запорізька політехніка", вул. Університетська, 64, м. Запоріжжя, 69011, Україна. Телефон:+380(61)769-82-96 Факс: (061) 764-21-41 e-mail: rvv@zp.edu.ua.

Електрона адреса журналу http://ee.zp.edu.ua **E-mail:** etae@ukr.net

Комп’ютерна верстка Дяченко О.О. Редактор англійських текстів Войтенко С.В. Журнал підписано до друку 13.05.2026 за рекомендацією вченої ради Національного університету "Запорізька політехніка" (протокол №12 від 26.05.2026 р.). Формат 60х84/8. Ум. Др. Арк. 8,5. Тираж 300 прим. Зам. №357.

© Національний університет "Запорізька політехніка", 2026

ZAPORIZHZHIA POLYTECHNIC NATIONAL UNIVERSITY

Scientific journal

ELECTRICAL ENGINEERING & POWER ENGINEERING

№2'2026

Founded by Zaporizhzhia Polytechnic National University in May 1999

4 issues per year

Zaporizhzhia

2026

ISSN 1607-6761 (Print)
ISSN 2521-6244 (Online) **«ELECTRICAL ENGINEERING & POWER ENGINEERING»**

Editor-in-chief:
Sergiy Tihovod
Doctor of Science (D.Sc.) in Engineering (Electrical Engineering) Professor, Professor of the Electrical Machine Department of the Zaporizhzhia Polytechnic National University, Ukraine.

Associate Editor-in-chief:
Mykhailo Kotsur
Ph.D. (Electrical Engineering), Assoc. Professor, Assoc. Professor of the Electrical and Electronic Apparatuses Department of the Zaporizhzhia Polytechnic National University, Ukraine.

The journal has been included scientific professional editions of Ukraine
(*Order of the Ministry of Education and Science № 409 dated 17.03.2020****,*** *Order of the Ministry of Education and Science № 1471 dated 26.11.2020)*

MEMBERS OF EDITIONAL BOARD:

Sławomir Cieślik, Doctor of Science (D.Sc.) in Engineering (Electrical Engineering), University Professor, Department of Electrical Engineering, Faculty of Telecommunications, Computer Science and Electrical Engineering, Bydgoszcz University of Technology, *Poland****.***
Stan Zurek, Doctor of Science (D.Sc.) in Engineering (Electrical Engineering), Head of Research and Innovation of Megger Instruments Ltd, Research Associate of Cardiff University, *The United Kingdom*.
Serhii Zirka, Doctor of Science (D.Sc.) in Engineering (Electrical Engineering), Professor, Professor of the Department of Cyber Security and Computer-Integrated Technologies, Oles Honchar Dnipro National University, *Ukraine*.
Dmytro Yarymbash, Doctor of Science (D.Sc.) in Engineering (Electrical Engineering), Professor, Vice-Rector for Scientific Work of the Zaporizhzhia National University, *Ukraine*.
Rendzinyak Serhiy, Doctor of Science (D.Sc.) in Engineering (Electrical Engineering), Professor, Professor of the Department of Radiophysics and Computer Technologies, Ivan Franko National University of Lviv, *Ukraine*.
Yurii Papaika, Doctor of Science (D.Sc.) in Engineering (Electrical Engineering), Professor, Head of the Department of Electrical Power Engineering, Dnipro University of Technology, *Ukraine*.
Dmytro Danylchenko, Ph.D. (Electrical Engineering), Associate Professor, Professor of the Department of Electric Power Transmission of the National Technical University "Kharkiv Polytechnic Institute", *Ukraine*.
Igor Kotsur, Ph.D. (Electrical Engineering), Associate Professor, Associate Professor of Electrical Machines Department of the Zaporizhzhia Polytechnic National University, *Ukraine*.
Oleksandr Shram, Ph.D. (Electrical Engineering), Associate Professor, Head of Power Supply of Industrial Enterprises Department, Zaporizhzhia Polytechnic National University, *Ukraine*.
Olena Nazarova, Ph.D. (Electrical Engineering), Associate Professor, Associate Professor of the Department of Electric Drive and Automation of Industrial Plants, Zaporizhzhia Polytechnic National University, *Ukraine*.
Yuliia Bezverkhnia, Ph.D. (Electrical Engineering), Associate Professor of Electrical Machines Department of the Zaporizhzhia Polytechnic National University, *Ukraine*.

The journal included in the international scientometric databases, catalogs and search systems*: Index Copernicus; CrossRef; Directory of Open Access Journals (DOAJ); OpenAIRE; Public Knowledge Project (PKP) Index; ResearchBib - Academic Recource Index; Scientific Indexing Services (SIS); Ulrich's Periodicals Directory; WorldCat; Journal Factor Indexed Journals; Scientific Periodicals of Ukraine — the project of the National Library of Ukraine named V.I. Vernadsky (NBUV), National Repositary of Academic Texts of Ukraine.*

The scientific journal publishes the results of fundamental and applied research, specifically including dissertation findings for the academic degrees of Doctor of Philosophy (PhD), Doctor of Technical Sciences, and Candidate of Technical Sciences in specialty G3 – Electrical Engineering. Scientific profile of the publication (cluster name): Safe, Clean Energy, and Energy Efficiency. Journal sections: 1. Electrotechnics; 2. Electroenergetics.

The journal is distributed by the Catalog of periodicals of Ukraine (subscription index – 22913). Effective from 2024, the journal "Electrical Engineering and Power Engineering" is compelled to terminate its cooperation with JSC "Ukrposhta" regarding the subscription and distribution of printed copies. The electronic version of the journal can be found on the journal's website.

Founder and editor:	Zaporizhzhia Polytechnic National University, Zaporizhzhia. Certificate of publisher Civil Code №6952 dated October 22, 2019.
Registration of an entity in the field of print media:	Decision of the National Council of Ukraine on Television and Radio Broadcasting No. 3040 of November 7, 2024. Media ID: R30-05581.
Journal was registrated:	by the Ministry of Justice of Ukraine. Registration number KV № 24219-14059 PR dated November 7, 2019.
Address of editor and editorial office:	Zaporizhzhia Polytechnic National University, Universitets'ka 64 st., Zaporizhzhia, 69011, Ukraine. Phone: +380(61)769-82-96 Fax: (061) 764-21-41 e-mail: rvv@zp.edu.ua.

E-address: http://ee.zp.edu.ua; **E-mail:** etae@ukr.net

Computer layout Dyachenko O.O. Editor of English texts Voitenko S.V. The journal was signed on May 13, 2026 on the recommendation of the academic council of the Zaporizhzhia Polytechnic National University (Protocol No.12 dated May 26, 2026). Sheet size 60x84/8. Cond. Print. Sheets 8,5. Number of copies printed 300. Rep. № 357.

© Zaporizhzhia Polytechnic National University, 2026

ЗМІСТ

I ЕЛЕКТРОТЕХНІКА

Климов А.Ф., Бут Д.Р., Тиховод С.М.
Аналіз змінних у часі магнітних полів методом контурних потоків……………………………7

Павленко С.Ю., Коваленко М.А.
Діагностування асинхронних двигунів за аналізом вібраційних характеристик…………..….16

Нестеренко О.Г., Кунченко Т.Ю.
Математична модель взаємодії колеса з дорогою в складі комплексної моделі електромобіля……………………………………………………………………………...…25

Синецький А.В.
Особливості регулювальних властивостей та енергетичних показників електромеханічної системи на основі високовольтних асинхронних двигунів з фазним ротором………………..33

Гасанов А.Р., Гасанов Р.А., Агаєв Є.А., Ахмадов Р.А.
Метод вимірювання ємності та опору на основі курсора………………………………………43

II ЕЛЕКТРОЕНЕРГЕТИКА

Сподоба М.О., Сподоба О.О.
Дослідження енерговитрат на перемішування сировини у біогазовому реакторі з використанням механічних мішалок…………………………………………………………50

Козловський Є. В., Волошко А. В.
Використання лінійної регресії для оцінки індексу дисбалансу трифазної напруги на основі параметрів просторового вектору кутової частоти……………………………………………..59

Данильченко Д.О., Шевченко С.Ю., Хомяк Ю.В., Потривай А.Е.
Оцінка впливу конструктивних та геофізичних параметрів на розподіл магнітного поля від ліній електропередач, розміщених у підземних колекторах……………………………………67

CONTENTS

I ELECTRICAL ENGINEERING

Klymov A.F., But D.R., Tykhovod S.M.
Analysis of time-variant magnetic fields using the method of contour fluxes……………………..7

Pavlenko S.Y., Kovalenko M.A.
Diagnosing induction motors using vibration characteristics analysis…………………………….16

Nesterenko O.H., Kunchenko T.Yu.
Mathematical model of wheel–road interaction as a part of a comprehensive electric vehicle model……………………………………………………………………………………………..25

Synetskyi A.V.
Features of the control characteristics and energy performance of an electromechanical system based on high-voltage wound-rotor induction motors…………………………………..……..…33

Hasanov A.R., Hasanov R.A., Aghayev E.A., Ahmadov R.A.
A cursor-based method for measuring capacitance and resistance ……………………………..…43

II POWER ENGINEERING

Spodoba M.O., Spodoba O.O.
Research on energy consumption for raw material mixing in a biogas reactor using mechanical mixers………………………………………………………………………………………..…..50

Kozlovskyi Y.V., Voloshko A.V.
Using linear regression for voltage unbalance factor estimation based on space vector angular frequency parameters…………………………………………………………………………….59

Danylchenko D.O., Shevchenko S.Yu., Khomiak Y.V., Potryvai A.E.
Assessment of the effect of structural and geophysical parameters on the magnetic field distribution around power lines located in underground collectors……………………………………………67

UDC 621.314.322.001.6

АНАЛІЗ ЗМІННИХ У ЧАСІ МАГНІТНИХ ПОЛІВ МЕТОДОМ КОНТУРНИХ ПОТОКІВ

КЛИМОВ А.Ф. аспірант кафедри електричних машин Національного університету "Запорізька політехніка", Запоріжжя, Україна, ORCID: https://orcid.org/0009-0004-4126-7534, e-mail: afklymov@gmail.com;

БУТ Д.Р. аспірант кафедри електричних машин Національного університету "Запорізька політехніка", Запоріжжя, Україна, ORCID: https://orcid.org/0009-0009-5918-0337, e-mail: but.danil@gmail.com

ТИХОВОД С.М. д-р техн. наук, професор, професор кафедри електричних машин Національного університету "Запорізька політехніка", Запоріжжя, Україна, ORCID: https://orcid.org/0000-0003-0748-1735, e-mail: stikhovod@gmail.com;

Мета роботи. Розробка нового підходу складання алгоритму до розрахунку статичних та динамічних магнітних полів методом контурних магнітних потоків з реалізацію у вигляді комплексу комп’ютерних програм.

Методи дослідження. Числові методи інтегрування звичайних диференціальних рівнянь, матричні методи, комп’ютерне програмування, теорія електричних та магнітних кіл, система Matlab**.**

Отримані результати. У роботі запропоновано новий підхід до розрахунку статичних та динамічних магнітних полів методом контурних магнітних потоків. На основі запропонованого методу розроблений та роз’яснений алгоритм, а також комп’ютерна програми моделювання статичних магнітних полів у феромагнітному осерді. Також розроблений та роз’яснений алгоритм, а також комп’ютерна програми моделювання динамічних магнітних полів у феромагнітному осерді. та струму у котушці. Цей метод має такі переваги перед існуючими методами: простота, доступність та відкритість. Для розуміння методу достатньо лише базових знань з теоретичних основ електротехніки в обсязі другого курсу технічного університету. Розроблені та викладені у вільний доступ комп’ютерні програми, що реалізують запропонований метод. Для використання програми не потрібна ліцензія.

Наукова новизна. Пропонується новий підхід до розрахунку статичних та динамічних магнітних полів методом контурних магнітних потоків. Запропонований метод дозволяє аналізувати зміну у часі струмів у котушці з феромагнітним осердям, а також магнітних потоків у різних частинах магнітопроводу.

Практична цінність. На основі запропонованого методу розроблений та роз’яснений алгоритм а також комп'ютерна програма розрахунку магнітних полів у статичному режимі во всіх частинах магнітопроводу, на який встановлено котушку з заданим струмом. На основі запропонованого методу також розроблений та роз’яснений алгоритм а також комп'ютерна програма перехідного процесу у котушці з феромагнітним осердям. Ця програма викладена у відкритому доступі. Вона може бути використана у навчальному процесі без ліцензії. Простота методу дозволяє включити цей метод в курс теоретичних основ електротехніки технічних університетів.

Ключові слова: перехідні процеси; електричні кола; магнітні кола; магнітні опори; диференціальні рівняння; чисельні методи.

I. ВСТУП

Розрахунок магнітних полів аналітичними методами в областях складної конфігурації - завдання, яке не має рішення. Однак застосування чисельних методів дозволяє вирішити це завдання. В даний час використовуються методи розрахунку магнітних полів методами сіток, кінцевих елементів та іншими методами [1].

Науковцями створено математичні моделі, з урахуванням яких виконані універсальні програмні комплекси для аналізу електромагнітних полів: ANSYS/EMAG [1], COMSOL [2], та інших. Якщо дуже дорогі комплекси, такі як ANSYS/EMAG, COMSOL дозволяють виконувати моделювання тривимірних полів, то прості комплекси орієнтовані, переважно, на двовимірне моделювання. Двовимірне моделювання широко застосовується для моделювання полів протяжних об'єктів. У багатьох випадках двовимірне моделювання сприймається як попередній

© Климов О.Ф., Бут Д.Р., Тиховод С.М., 2026
Creative Commons Attribution-ShareAlike 4.0 International License **(CC-BY-CA 4.0)**

DOI: https://doi.org/10.15588/1607-6761-2026-2-1

етап перед тривимірним моделюванням [3]-[5].

В основу сучасних програмних комплексів, призначених для дослідження електромагнітних полів, покладено математичні моделі, що використовують різноманітні чисельні методи. Найбільш популярним нині є метод кінцевих елементів. В останніх модифікаціях великих програмних комплексів стало можливим проводити дослідження не лише стаціонарних полів, а й полів, що змінюються у часі. До польової моделі стало можливим підключати додаткову модель – електричне коло та виконувати спільне моделювання електричних процесів у електричному колі та електромагнітних процесів у області поля. Таке моделювання потребує підвищених ресурсів комп'ютера та часу розрахунку. Тому привабливим є метод моделювання електричних та магнітних полів методами електричних та магнітних кіл, пов'язаних між собою, так званих магнітоелектричних схем заміщення (МЕСЗ) [3]-[5]. Аналіз динамічних процесів у реальних електромагнітних пристроях на основі магнітоелектричних схем заміщення не потребує значних ресурсів комп'ютера та часу моделювання. Однак параметри МЕСЗ повинні бути задані точно, і цей метод потребує верифікації шляхом аналізу польової моделі.

II. АНАЛІЗ ДОСЛІДЖЕНЬ І ПУБЛІКАЦІЙ

Розрахунок магнітних полів аналітичними методами в областях складної конфігурації - завдання, яке не має рішення. Однак застосування чисельних методів дозволяє вирішити це завдання. В даний час використовуються методи розрахунку магнітних полів методами сіток, кінцевих елементів та іншими методами [6]-[7].

Створено математичні моделі, з урахуванням яких виконані універсальні програмні комплекси для аналізу електромагнітних полів. Якщо дуже коштовні комплекси, такі як ANSYS/EMAG, COMSOL дозволяють виконувати моделювання тривимірних полів, то прості комплекси орієнтовані, переважно, на двовимірне моделювання [7]-[8]. Двовимірне моделювання широко застосовується для моделювання полів протяжних об'єктів. Двовимірне моделювання може сприйматися як попередній етап перед дуже складним тривимірним моделюванням [9]-[10].

В основу сучасних програмних комплексів, призначених для дослідження електромагнітних полів, покладено математичні моделі, що використовують різноманітні чисельні методи, наприклад метод кінцевих елементів. В останніх модифікаціях великих програмних комплексів стало можливим проводити дослідження полів, що змінюються у часі [10]. До польової моделі стало можливим підключати електричне коло та виконувати спільне моделювання електричних процесів у електричному колі та електромагнітних процесів у області поля. Таке моделювання потребує підвищених ресурсів комп'ютера та часу розрахунку. Тому привабливим є метод моделювання електричних та магнітних полів методами електричних та магнітних кіл, пов'язаних між собою, так званих магнітоелектричних схем заміщення [11]. Аналіз динамічних процесів у реальних електромагнітних пристроях на основі МЕСЗ не потребує значних ресурсів комп'ютера та часу моделювання. Однак параметри МЕСЗ повинні бути заздалегідь задані точно, і цей метод потребує верифікації шляхом аналізу польової моделі [12]-[14].

У роботі [4] викладено метод розрахунку статичних магнітних полів методом контурних магнітних потоків. У цій роботі розглянуто плоске поле, яке створюється електричними струмами, спрямованими по осі Z, перпендикулярно площині X0Y. Однак у цьому методі струми прийняті заданими та магнітні поля розраховуються у статики.

III. МЕТА РОБОТИ

Розробка нового підходу складання алгоритму до розрахунку статичних та динамічних магнітних полів методом контурних магнітних потоків з реалізацію у вигляді комплексу комп’ютерних програм.

IV. ВИКЛАДЕННЯ ОСНОВНОГО МАТЕРІАЛУ І АНАЛІЗ ОТРИМАНИХ РЕЗУЛЬТАТІВ

У роботі [4] викладено метод розрахунку статичних магнітних полів методом контурних магнітних потоків. У цій роботі розглянуто плоске поле, яке створюється електричними струмами, спрямованими по осі Z, перпендикулярно площині X0Y. Цей метод авторами дороблений та комп’ютерна програма модифікована.

Прийнято, що область моделювання магнітного поля є паралелепіпедом, у якого грані направлені по осях X, Y, Z відповідно. Загальний паралелепіпед розбивається на низку паралелепіпедів з гранями, рівними: *hx, hy, Hz*. З одного паралелепіпеда лінії магнітного поля переходять до іншого, перетинаючи грані.

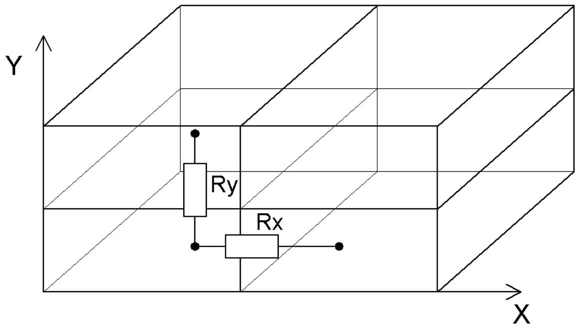


Рисунок 1. Принцип розбиття області магнітного поля на паралелепіпеди

Магнітний потік, що переходить з одного паралелепіпеда в інший, розглядається як потік, що

протікає через зосереджений магнітний опір, що з'єднує суміжні паралелепіпеди (див. рис. 1).

Отже, плоске магнітне поле можна моделювати магнітними потоками, що протікають через фіксовані магнітні опори. Ці опори покривають область поля сіткою. Нехай вся область розбита на *nx* паралелепіпедів по осі X та на *ny* паралелепіпедів по осі Y (рис. 2). Оскільки за умовою магнітне поле вздовж осі Z не змінюється, паралелепіпеди замінюються прямокутниками зі сторонами *hx, hy* в площині X0Y.

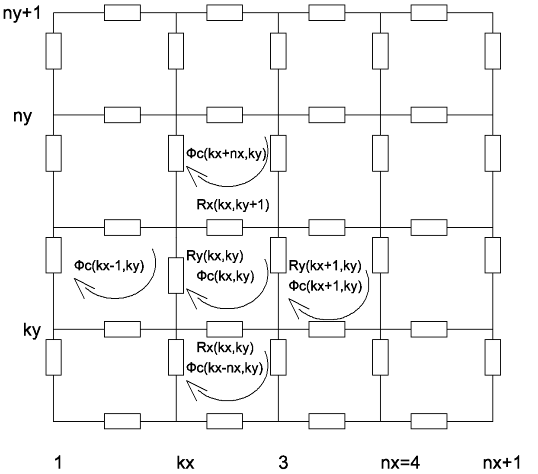


Рисунок 2. Сітка магнітних опорів, за якими проходять магнітні потоки, що моделюють магнітне поле (випадок при $n_x = 4$, $n_y = 4$)

Всі магнітні опори, що розташовуються по осі X, позначимо R_x, а по осі Y – R_y. Опіри R_x, R_y супроводжуються двома індексами в дужках. Перший індекс k_x задає координату опору по осі X, а другий індекс k_y - по осі Y. Для розрахунку використовується метод контурних магнітних потоків. Магнітні контурні потоки позначимо символом $Ф_c$ з відповідним індексом у дужках, що визначає номер контуру. Кожному паралелепіпеду поставлено у відповідність магнітний опір R_x, що зв'язує центри даного паралелепіпеда і паралелепіпеда суміжного праворуч, а також опір R_y, що зв'язує центри паралелепіпеда і суміжного зверху.

Кожному паралелепіпеду поставлений у відповідність також контур, до складу якого входять опори, що відповідають паралелепіпеду (рис. 3). Кожен контур має свій номер *K*, який можна визначити за допомогою координат по осях X та Y.

$$K = n_x \cdot (k_y - 1) + k_x \ . \qquad (1)$$

Наприклад, контур з координатами $k_x = 3$, $k_y = 2$ має номер: $K = 7$.

З рис. 2 видно, що при такій відповідності контурів та магнітних опорів не всі контури виявляються замкнутими. Незамкненими залишаться контури, крайні праворуч та крайні зверху. Щоб замкнути ці контури, введені додаткові магнітні опори:

$R_x(k_x, n_y+1)$ $(1 \le k_x\ n_x \le k_x)$, $Ry\ (k_x+1, k_y)$ $(1 \le k_y \le n_y)$.

Таким чином, осі X маємо *nx*, а по осі Y - *ny* замкнутих контурів.

Рівняння, що складене за 2-м законом Кірхгофа для магнітних кіл для внутрішнього контуру з координатами (k_x, k_y) $1 < k_x < n_x$, $1 < k_y < n_y$ має вигляд:

$$(R_x(k_x, k_y) + R_y(k_x, k_y) + R_x(k_x, k_y+1) + R_y(k_x+1, k_y)) \cdot \Phi_c(n_x \cdot (k_y-1)+k_x) - R_y(k_x, k_y) \cdot \Phi_c(n_x \cdot (k_y-1)+k_x-1) - R_y(k_x+1, k_y) \cdot \Phi_c(n_x \cdot (k_y-1)+k_x+1) - R_x(k_x, k_y) \cdot \Phi_c(n_x \cdot (k_y-1)+k_x-k_x) - R_x(k_x, k_y+1) \cdot \Phi_c(n_x \cdot (k_y-1)+k_x+k_x) =$$
$$(I(n_x \cdot (k_y-1)+k_x) + I(n_x \cdot (k_y-1)+k_x+1) + I(n_x \cdot (k_y-1)+n_x+k_x) + I(n_x \cdot (k_y-1)+n_x+k_x+1))/4 \qquad (2)$$

У рівнянні (2), згідно із законом повного струму, в лівій частині знаходиться алгебраїчна сума магнітних напруг на чотирьох елементах контуру, з координатами (kx,ky), а в правій частині - сумарний електричний струм, що пронизує аналізований контур по осі Z, і виконує роль магніторушійної сили (МРС) контуру. Для граничних контурів рівняння (2) спрощується: відсутній доданок:

2, $kx = 1$ $1 < ky < ny$
3, $kx = nx$ $1 < ky < ny$
4, $ky = 1$ $1 < kx < nx$
5, $ky = ny$ $1 < kx < nx$

Система контурних рівнянь створюється шляхом послідовної зміни значень *kx, ky* ($1<kx<nx$, $1<ky<ny$). В результаті на підставі виразу (2) створюється система рівнянь, яка в матричній формі має такий вигляд:

$$\mathbf{A} \cdot \mathbf{\Phi c} = \mathbf{I}\ , \qquad (3)$$

де **Фc –** вектор контурних магнітних потоків, матриця **A** будується виходячи з системи рівнянь (2) і має вигляд, показаний у табл.1.

Вектор - стовпець правої частини рівняння (3) має вигляд:

$$\mathbf{I} = \begin{bmatrix} I(1) \\ I(2) \\ I(3) \\ . \\ . \\ . \\ I(nx \cdot (ky - 1) + kx) \\ . \\ . \\ . \\ I(nx \cdot ny) \end{bmatrix}$$

Контурні магнітні потоки знаходяться шляхом розв'язання системи лінійних рівнянь (3). Кількість рівнянь системи (3) дорівнює кількості контурів. Для великих областей, тобто при великих значеннях n_x, n_y, матриця **A** може мати великі розміри, і оперативної пам'яті комп'ютера може бути недостатньо. Однак те, що матриця дуже розріджена, дозволяє використовувати математичний апарат роботи з розрідженими матрицями.

На підставі масиву контурних магнітних потоків, отриманого при вирішенні рівняння (3), обчислюються магнітні потоки, спрямовані по осі X - Фх, по осі Y - Фу, а також повні магнітні потоки Ф.

Програму, що приведена у [4], модифіковано. Введено меню вибору різних форм побудови графіків. За цією методикою розроблено та викладено у вільний доступ комп'ютерну програму magcircl_m у системі MatLab [9].

Феромагнітні області мають магнітні опори, що є функцією значення магнітної індукції. Тому магнітні опори феромагнітних областей обчислюються при використанні кривих намагнічування сталі. Крива намагнічування визначається таблицею точок, отриманих експериментально, і використовується в програмі із застосуванням сплайн-інтерполяції [6].

Користування програмою потрібно так. У програму magcir_dat1 задаються дані до розрахунку. Задаються значення кроків сітки *hx, hy* по осях X і Y. У кроках сітки задається область, в якій аналізується магнітне поле. Феромагнітна область розглядається як область, що складається з ряду прямокутних під областей obl, рівних сталевим листам складання магнітопроводу. Задаються області obm і obp, що зайняті обмотками, і усереднені щільності струмів всіх витків по цих областях. В областях obm струми спрямовані по осі Z, а в областях obp - проти осі Z. Кожна область має чотири координати (у кроках *hx,hy*): початок області по осі X, кінець області по осі X, початок області по осі Y і кінець області по осі Y.

На рис. 3 наведено приклад завдання відповідних областей для введення даних у програму magcir_dat1.

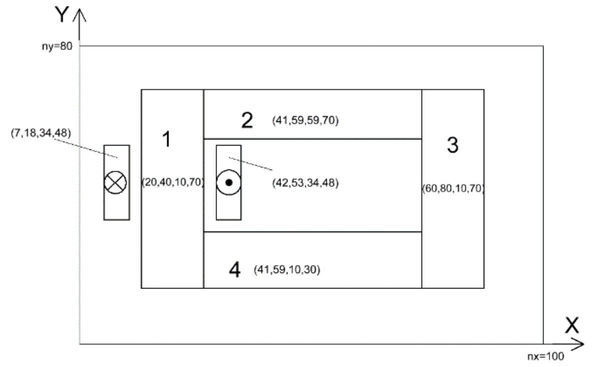


Рисунок 3. Приклад завдання областей для введення даних у програму magcir_dat1

Згідно з цими даними рис. 3 проведено розрахунок. На рис. 4 показано розподіл модуля щільності магнітного потоку в області, що розглядається.

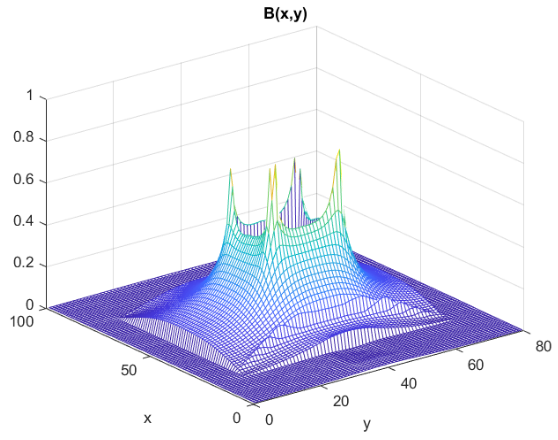


Рисунок 4. Графік розподілу модуля магнітної індукції

Програма magcircl_m взята за основу розробки програмного комплексу для моделювання магнітних полів у динаміці. У програмі magcircl_m струми прийняті заданими. При розрахунку магнітних полів у динаміці значення струмів змінюються у часі. Схема електричного кола наведено на рис. 5.

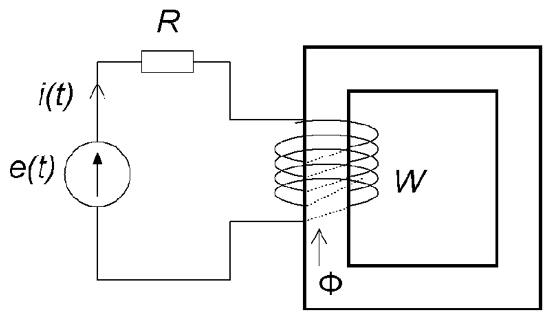


Рисунок 5. Схема електричного кола

На схемі показано джерело ЕРС e(t), яке включене в електричне коло. У колі послідовно включені резистор R і котушка з числом витків W. Індуктивність котушки L дорівнює:

$$L(t) = \frac{\Phi(t)}{W \cdot i(t)}$$

Індуктивність котушки *L(t)* - змінна величина, що змінюється у часі.

Таблиця 1. Вид матриці A

	ky	1				2				3			
ky	kx	1	2	3	nx = 4	1	2	3	nx = 4	1	2	3	nx = 4
1	1	Rx(1,1)+ Ry(1,1)+ Rx(2,1)+ Ry(2,2)	-Ry (2,1)			-Rx(1,2)							
	2	-Ry (2,1)	Rx(2,1)+ Ry(2,1)+ Rx(2,2)+ Ry(3,2)	-Ry (3,1)			-Rx(2,2)						
	3			Rx (3,1)+ RY(3,1)+ Rx (3,2)+ Ry (4,1)	- Ry (4,1)			- Rx (3,3)					
	4			- Ry (4,1)	Rx (4,1)+ Ry (4,1)+ Rx (4,2)+ Ry (5,1)				- Rx (4,2)				
2	1	- Rx (1,2)				Rx (1,2)+ RY(1,2)+ RX(1,3)+ RY(2,2)	- Ry (2,2)			- Rx (1,3)			
	2		- Rx (2,2)			- Ry (2,2)	Rx (2,2)+ Ry (2,2)+ Rx (2,3)+ Ry (3,2)	- Ry (3,2)			- Rx (2,3)		
	3			- Rx (3,2)			- Ry (3,2)	Rx (3,2)+ Ry (3,2)+ Rx (3,2)+ Ry (4,2)	-RY(4,2)			- Rx (3,3)	
	4				- Rx (4,2)			- Ry (4,2)	Rx (4,2)+ Ry (4,2)+ Rx (4,3)+ Ry (5,2)	- Ry (5,2)			- Rx (4,3)
3	1	-Rx(1,3)				Rx(1,3)+ Ry(1,3)+ Rx(1,4)+ Ry(2,3)	-Ry (2,3)			-Rx(1,4)			
	2		-Rx(2,3)			-Ry (2,3)	Rx(2,3)+ Ry(2,3)+ Rx(2,4)+ Ry(3,3)	-Ry (3,3)			-Rx(2,4)		
	3			-Rx(3,3)			-Ry (3,3)	Rx(3,3)+ Ry(3,3)+ Rx(3,4)+ Ry(4,3)	-Ry (4,3)			-Rx(3,4)	
	4				-Rx(4,3)			-Ry (4,3)	Rx(4,3)+ Ry(4,3)+ Rx(4,4)+ Ry(5,3)	-Ry (5,3)			-Rx(4,4)
n=4	1					-Rx(1,4)				Rx(1,4)+ Ry(1,4)+ Rx(1,5)+ Ry(2,4)	-Ry (2,4)		
	2						-Rx(2,4)			-RY(2,4)	Rx(2,4)+ Ry(2,4)+ Rx(2,5)+ Ry Ry (3,4)	-Ry (3,4)	
	3							-Rx(3,4)			-Ry (3,4)	Rx(3,4)+ Ry(3,4)+ Rx(3,5)+ Ry(4,4)	-Ry(4,4)
	4								-Rx(4,4)			-Ry(4,4)	Rx(4,4)+ Ry(4,4)+ Rx(4,5)+ Ry(5,4)

Відповідно до другого закону Кірхгофа можна записати рівняння:

$$R \cdot i + L \cdot \frac{di}{dt} = e(t) \qquad (5)$$

Рівняння (5) розв'язуємо чисельним методом Гіра [7]. На кожному кроці інтегрування обчислюється повний магнітний потік Ф, що перетинає котушку та індуктивність котушки *L*. Блок-схема алгоритму розрахунку наведена на рис. 6.

В алгоритмі передбачений основний цикл, в якому *tk* - поточний час змінюється з кроком *h*. На кожному кроці обчислюється поточне значення ЕРС *e(t)*. Потім організується внутрішній цикл ітерації. У цьому циклі працює підпрограма обчислення контурних магнітних потоків Фс та повних магнітних потоків Ф у всіх частинах магнітопроводу. На кожному етапі ітерації уточнюються значення магнітних опорів *Rx, Ry* на підставі кривої намагнічування сталі. На виході з ітераційного циклу обчислюється індуктивність котушки *L* і проводиться рішення диференціального рівняння чисельним методом. Розрахунок проводиться в такий спосіб.

До рівняння (5) додається рівняння чисельного методу [12]. Для неявного методу Ейлера рівняння має вигляд (6).

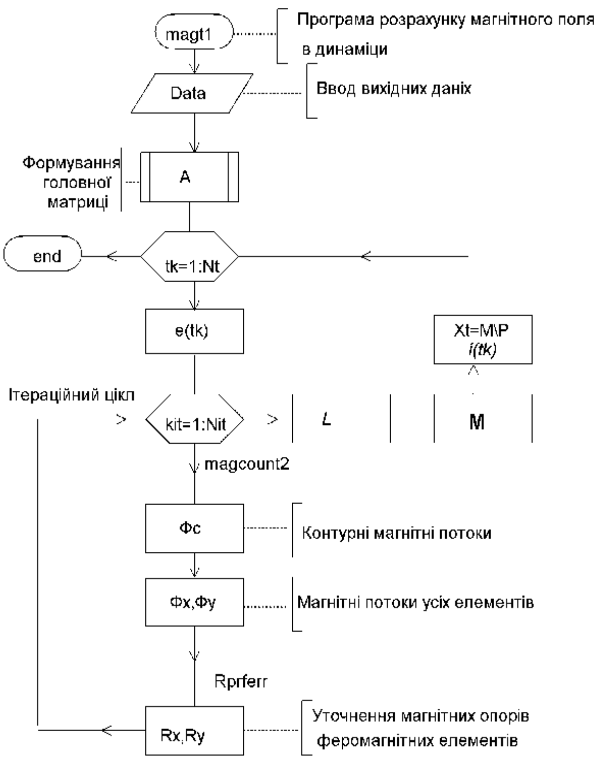


Рисунок 6. Блок-схема алгоритму розрахунку

$$i_{k+1} = i_k + h \cdot i'_{k+1} \,. \qquad (6)$$

де i_{k+1} значення струму на поточному кроці інтегрування;

i_k значення струму на попередньому кроці інтегрування;

i'_{k+1} значення похідної струму на поточному кроці інтегрування.

Рівняння (5)-(6) об'єднуються в систему, яка в матричному вигляді має вигляд (7).

$$\begin{bmatrix} W & 0 & R \\ -h & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Phi' \\ \Phi \\ i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e \\ \Phi_k \\ \Phi_{k+1} \end{bmatrix} \qquad (7)$$

або

$$\mathbf{M} \cdot \mathbf{X}_t = \mathbf{P} \,,$$

де **Xt** – вектор рішення на поточному етапі інтегрування,

M - матриця рівняння (7),

P- права частина рівняння (7).

На підставі алгоритму розроблено комп'ютерну програму. Результати розрахунку наведено на рис. 7,8.

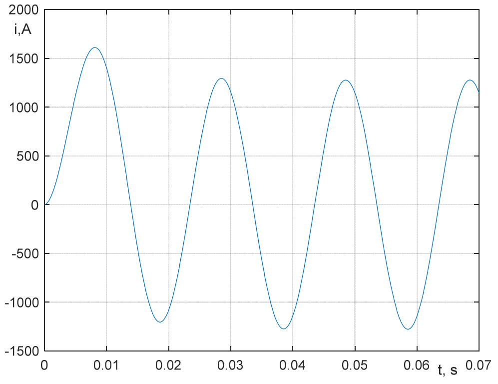


Рисунок 7. Часова залежність струму у котушці

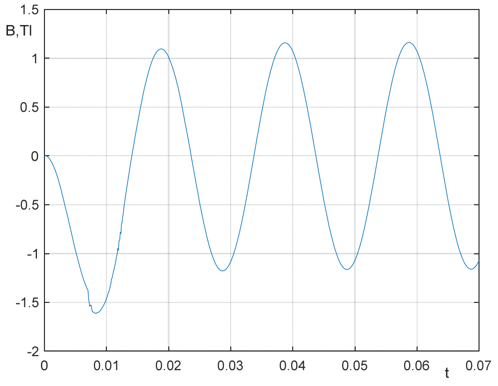


Рисунок 8. Часова залежність магнітної індукції у магнітопроводі

Конфлікт інтересів. Автори заявляють про відсутність конфлікту інтересів.

V. ВИСНОВКИ

У роботі запропоновано новий підхід до розрахунку статичних та динамічних магнітних полів

методом контурних магнітних потоків.

На основі запропонованого методу розроблений та роз'яснений алгоритм, а також комп'ютерна програми моделювання статичних магнітних полів у феромагнітному осерді.

Розроблено та роз'яснено алгоритм, а також комп'ютерна програми моделювання динамічних магнітних полів у феромаг-нітному осерді. та струму у котушці. Цей метод має такі переваги перед існуючими методами: простота, досту-пність та відкритість. Для розуміння методу достатньо лише базових знань з теоретичних основ електротехніки в обсязі другого курсу технічного університету.

Розроблені та викладені у вільний доступ комп'ютерні програми, що реалізують запропонований метод. Для використання програми не потрібна ліцензія [15].

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

[1] Ansys Engineering Simulation Software [Electronic resource]. URL: https://www.ansys.com/

[2] COMSOL Multiphysics [Electronic resource]. URL: https://www.comsol.com/

[3] Tykhovod S., Orlovskyi I. Accelerated Modeling of Transients in Electromagnetic Devices Based on Magnetoelectric Substitution Circuits. Energies. 2025. Vol. 18, Issue 2. Article 310.

[4] Тиховод С. М. Методика комп'ютерного аналізу магнітних полів методом контурних потоків. Електротехніка та електроенергетика. 2002. № 2. С. 49–52.

[5] MATLAB and Simulink [Electronic resource]. URL: https://www.mathworks.com/

[6] Маляр В. С. Сплайни як альтернатива рядам Фур'є під час розрахунку лінійних електричних кіл періодичного несинусоїдного струму. Вісник Державного університету "Львівська політехніка". Електроенергетичні та електромеханічні системи. 1998. № 347. С. 75–79.

[7] Yarymbash D. Electromagnetic Properties Determination of Electrical Steels / D. Yarymbash et al. 2020 IEEE 15th International Conference on Advanced Trends in Radioelectronics, Telecommunications and Computer Engineering (TCSET), Lviv-Slavske, Ukraine, February 25–29, 2020. P. 185–189. doi: https://doi.org/10.1109/TCSET49122.2020.235419

[8] Yarymbash D., Kotsur M., Kulanina Y., Divchuk T. Idling Mode Simulation of Single-Phase Transformer. 2019 IEEE International Conference on Modern Electrical and Energy Systems (MEES), Kremenchuk, Ukraine, September 23–25, 2019. P. 118–121. doi: https://doi.org/10.1109/MEES.2019.8896637

[9] Yarymbash D. S., Kotsur M. I., Yarymbash S. T., Divchuk T. Ye. Hysteresis and Eddy Currents Effects Simulation in Idling Mode of the Transformer. Problemele energeticii regionale. 2019. № 1(39). P. 12–21. doi: https://doi.org/10.5281/zenodo.2650413

[10] Yarymbash D., Kotsur M., Yarymbash S., Divchuk T. Electromagnetic Parameters Determination of Power Transformers. 2018 IEEE 3rd International Conference on Intelligent Energy and Power Systems (IEPS), Kharkiv, Ukraine, September 10–14, 2018. P. 70–75. doi: https://doi.org/10.1109/IEPS.2018.8559573

[11] Yarymbash D. An Application of Scheme and Field Models for Simulation of Electromagnetic Processes of Power Transformers / D. Yarymbash et al. 2018 IEEE 14th International Conference on Advanced Trends in Radioelectronics, Telecommunications and Computer Engineering (TCSET), Lviv-Slavske, Ukraine, February 20–24, 2018. P. 308–313. doi: https://doi.org/10.1109/TCSET.2018.8336209

[12] Leon O., Lin Pen-Min. Computer-aided analysis of electronic circuits. Englewood Cliffs, New Jersey, 1975. 640 p.

[13] Чабан В. Й. Чисельні методи. Львів : Національний університет "Львівська політехніка", 2001. 186 с.

[14] Програма для розрахунку стаціонарних магнітних полів методом контурних потоків [Електронний ресурс]. URL: https://drive.google.com/file/d/1cEaTv2XZ471y-YIBD5_o7EL72Y95qwoa/view?usp=sharing

[15] Програма для розрахунку перехідного процесу методом Ейлера в котушці індуктивності [Електронний ресурс]. URL: https://drive.google.com/file/d/1GFWo4Z6z2dsUxqIm0AH3IvCmtZQIxtPX/view?usp=sharing

Надійшла *(Received) 20.03.2026;*
Прийнята *(Accepted) 16.04.2026;*
Опублікована *(Published) 29.05.2026;*

ANALYSIS OF TIME-VARIANT MAGNETIC FIELDS USING THE METHOD OF CONTOUR FLUXES

KLYMOV A.F. Postgraduate student of the department of Electrical Machines, National University "Zaporizhzhia Polytechnic", Zaporizhzhia, Ukraine, ORCID: https://orcid.org/0009-0004-4126-7534, e-mail: afklymov@gmail.com;

BUT D.R. Postgraduate student of the department of Electrical Machines, National University "Zaporizhzhia Polytechnic", Zaporizhzhia, Ukraine, e-mail: ORCID: https://orcid.org/0009-0009-44 e-mail:: but.danil@gmail.com;

TYKHOVOD S.M. Sci.D, Professor, Professor of the Department of Electrical Machines, National University "Zaporizhzhia Polytechnic", Zaporizhzhia, Ukraine,ORCID: https://orcid.org/0000-0003-0748-1735, e-mail: stikhovod@gmail.com;

Purpose of the work. *Development of a new approach to compiling an algorithm for calculating static and dynamic magnetic fields using the contour magnetic flux method with implementation in the form of a set of computer programs.*

Research methods. *Numerical methods for integrating ordinary differential equations, matrix methods, computer programming, theory of electric and magnetic circuits, Matlab system.*

Results obtained. *The paper proposes a new approach to calculating static and dynamic magnetic fields using the contour magnetic flux method. Based on the proposed method, an algorithm and a computer program for modeling static magnetic fields in a ferromagnetic core are developed and explained. An algorithm and a computer program for modeling dynamic magnetic fields in a ferromagnetic core and current in a coil are also developed and explained. This method has the following advantages over existing methods: simplicity, accessibility and openness. To understand this method, all you need is a basic understanding of the theoretical foundations of electrical engineering at the second-year level of a technical university. Computer programs that implement the proposed method have been developed and made freely available. No license is required to use the program.*

Scientific novelty..*A new approach to calculating static and dynamic magnetic fields using the contour magnetic flux method is proposed. The proposed method allows analyzing the change in time of currents in a coil with a ferromagnetic core, as well as magnetic fluxes in different parts of the magnetic circuit.*

Practical value. *Based on the proposed method, an algorithm and a computer program for calculating magnetic fields in static mode in all parts of the magnetic circuit on which a coil with a given current is installed have been developed and explained. Based on the proposed method, an algorithm and a computer program for the transient process in a coil with a ferromagnetic core have also been developed and explained. This program is publicly available. It can be used in the educational process without a license. The simplicity of the method allows this method to be included in the course of theoretical foundations of electrical engineering at technical universities.*

Keywords: *transient processes; electric circuits; magnetic circuits; magnetic resistances; differential equations; numerical methods.*

REFERENCES

[1] Ansys. (n.d.). *Engineering simulation software*. https://www.ansys.com/

[2] COMSOL. (n.d.). *COMSOL Multiphysics*. https://www.comsol.com/

[3] Tykhovod, S., & Orlovskyi, I. (2025). Accelerated modeling of transients in electromagnetic devices based on magnetoelectric substitution circuits. *Energies, 18*(2), Article 310.

[4] Tykhovod, S. M. (2002). Metodyka kompiuternoho analizu mahnitnykh poliv metodom konturnykh potokiv [Methodology of computer analysis of magnetic fields by the method of contour fluxes]. *Elektrotekhnika ta Elektroenerhetyka*, (2), 49–52.

[5] MathWorks. (n.d.). *MATLAB and Simulink*. https://www.mathworks.com/

[6] Maliar, V. S. (1998). Splajny yak alternatyva riadam Furie pid chas rozrakhunku liniinykh elektrychnykh kil periodychnoho nesynusoidnoho strumu [Splines as an alternative to Fourier series in the calculation of linear electric circuits of periodic non-sinusoidal current]. *Visnyk Derzhavnoho Universytetu "Lvivska Politekhnika". Elektroenerhetychni ta Elektromekhanichni Systemy*, (347), 75–79.

[7] Yarymbash, D., Kotsur, M., Yarymbash, S., Kylymnyk, I., & Divchuk, T. (2020). Electromagnetic properties determination of electrical steels. In *2020 IEEE 15th International Conference on Advanced Trends in Radioelectronics, Telecommunications and Computer Engineering (TCSET)* (pp. 185–189). https://doi.org/10.1109/TCSET49122.2020.235419

[8] Yarymbash, D., Kotsur, M., Kulanina, Y., & Divchuk, T. (2019). Idling mode simulation of single-phase transformer. In *2019 IEEE International Conference on Modern Electrical and Energy Systems (MEES)* (pp. 118–121). https://doi.org/10.1109/MEES.2019.8896637

[9] Yarymbash, D. S., Kotsur, M. I., Yarymbash, S. T., & Divchuk, T. Ye. (2019). Hysteresis and eddy currents effects simulation in idling mode of the transformer. *Problemele Energeticii Regionale*, 1(39), 12–21. https://doi.org/10.5281/zenodo.2650413

[10] Yarymbash, D., Kotsur, M., Yarymbash, S., & Divchuk, T. (2018). Electromagnetic parameters determination of power transformers. In *2018*

IEEE 3rd International Conference on Intelligent Energy and Power Systems (IEPS) (pp. 70–75). https://doi.org/10.1109/IEPS.2018.8559573

[11] Yarymbash, D., Kotsur, M., Yarymbash, S., Kylymnyk, I., & Divchuk, T. (2018). An application of scheme and field models for simulation of electromagnetic processes of power transformers. In *2018 IEEE 14th International Conference on Advanced Trends in Radioelectronics, Telecommunications and Computer Engineering (TCSET)* (pp. 308–313). https://doi.org/10.1109/TCSET.2018.8336209

[12] Leon, O., & Lin, P.-M. (1975). *Computer-aided analysis of electronic circuits*. Englewood Cliffs, NJ.

[13] Chaban, V. Y. (2001). *Chyselni metody* [Numerical methods]. Natsionalnyi universytet "Lvivska politekhnika".

[14] Prohrama dlia rozrakhunku statsionarnykh mahnitnykh poliv metodom konturnykh potokiv [Program for calculating stationary magnetic fields by the method of contour fluxes]. (n.d.). https://drive.google.com/file/d/1cEaTv2XZ471y-YIBD5_o7EL72Y95qwoa/view?usp=sharing

[15] Prohrama dlia rozrakhunku perekhidnoho protsesu metodom Eilera v kotushtsi induktyvnosti [Program for calculating the transient process by Euler's method in an inductance coil]. (n.d.). https://drive.google.com/file/d/1GFWo4Z6z2dsUxqIm0AH3IvCmtZQIxtPX/view?usp=sharing

УДК 621.313.333:62-752

ДІАГНОСТУВАННЯ АСИНХРОННИХ ДВИГУНІВ ЗА АНАЛІЗОМ ВІБРАЦІЙНИХ ХАРАКТЕРИСТИК

ПАВЛЕНКО С.Ю. магістр кафедри електромеханіки національного технічного університету України “Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського”, Київ, Україна, ORCID: https://orcid.org/0009-0008-6840-2547, e-mail: pavlenko.serhii@lll.kpi.ua;

КОВАЛЕНКО М.А. канд. техн. наук, доцент, доцент кафедри електромеханіки національного технічного університету України “Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського” Київ, Україна, ORCID: https://orcid.org/0000-0002-5602-2001, email: kovalenko87ma@gmail.com;

Мета роботи. *Дослідження способу безконтактного діагностування асинхронних двигунів шляхом аналізу вібраційних сигналів. Це дозволить своєчасно виявляти дефекти, що виникають на ранній стадії прояву у процесі експлуатації без розбирання обладнання. Це дозволить удосконалити методи діагностики асинхронних двигунів для підвищення надійності та безпеки їх експлуатації.*

Методи дослідження. *Частотний аналіз вібраційних сигналів з використанням швидкого перетворення Фур'є для виділення діагностичних ознак у часовій та частотній областях.*

Отримані результати. *У ході дослідження встановлено високу чутливість вібраційних характеристик асинхронних електродвигунів до типових дефектів (ексцентриситет ротора, обриви стрижнів, пошкодження підшипників, механічний дисбаланс, порушення центрування валів та ослаблення обмоток статора). Показано, що комплексний частотний аналіз з використанням швидкого перетворення Фур'є дозволяє виявляти ознаки дефектів значно раніше, ніж періодичний статичний моніторинг. У спектрі вібрації чітко проявляються бічні смуги ковзання, частоти дефектів підшипників, посилення першої гармоніки обертання та складові на частотах живлення. Запропонований безконтактний метод має високу практичну придатність для моніторингу технічного стану двигунів у промислових умовах.*

Наукова новизна. *Наукова новизна дослідження полягає в вдосконаленні підходу до діагностування електричних двигунів шляхом комплексного аналізу вібраційних характеристик у часовій та частотній областях, що дозволяє підвищити достовірність виявлення дефектів на ранніх стадіях їх розвитку.*

Практична цінність. *Отримані результати можуть бути використані для впровадження систем вібраційного моніторингу технічного стану електричних двигунів у промислових умовах. Запропоновані підходи до аналізу вібраційних характеристик дають змогу здійснювати ранню діагностику типових дефектів, зменшувати ризик аварійних відмов та оптимізувати планування технічного обслуговування і ремонту електричних машин. Матеріали роботи можуть бути використані під час розроблення програмного забезпечення діагностичних систем, а також у навчальному процесі при підготовці фахівців з електромеханіки та енергетики.*

Ключові слова: *асинхронний електродвигун; вібраційна діагностика; аналіз вібрацій; дефекти ротора; дефекти підшипників; ексцентриситет ротора; моніторинг стану; раннє виявлення дефектів.*

I. ВСТУП

У сучасному світі асинхронні двигуни зустрічаються найчастіше. Така популярність пояснюється їхньою простотою, дуже високою надійністю, невисокою ціною та можливістю працювати практично в будь-яких умовах. [1]

Незважаючи на високу надійність асинхронних двигунів, з часом вони все одно зазнають зносу та різних видів несправностей. Найпоширеніші серед них – дефекти підшипників, обриви стрижнів або кілець короткозамкненого ротора, ексцентриситет ротора, механічний дисбаланс, невирівняність валів. Такі проблеми спричиняють падіння ККД, зростання витрат електроенергії, посилення вібрацій і шуму, перегрівання, а в найгіршому випадку – повну аварійну зупинку обладнання. [2]

У критичних галузях, де безперервність роботи є абсолютно необхідною, наприклад, у залізничному транспорті чи вітровій енергетиці, превентивна діагностика несправностей електродвигунів набуває стратегічного значення. Несподівані зупинки через поломки призводять до величезних щорічних збитків для промислових підприємств. Мільярди доларів через простої виробництва, аварійні ремонти та втрачену продукцію. [3]

Серед методів неруйнівної діагностики вібраційний моніторинг займає провідне місце завдяки високій чутливості до широкого спектра несправностей асинхронних двигунів, від механічного дисбалансу та невирівнювання валів до дефектів підшипників і пошкоджень короткозамкненого ротора. Цей підхід дає

© Павленко С.Ю., Коваленко М.А., 2026
Creative Commons Attribution-ShareAlike 4.0 International License **(CC-BY-CA 4.0)**

DOI: https://doi.org/10.15588/1607-6761-2026-2-2

змогу передбачити аварію заздалегідь, оптимізуючи графіки предиктивного обслуговування. [4]

У асинхронних електродвигунах аналіз вібрації дозволяє ефективно виявляти дисбаланс ротора, знос або пошкодження підшипників. Ці несправності часто супроводжуються підвищенням температури та рівня шуму.

Характерними для асинхронних двигунів є вібраційні сигнали на частотах, пов'язаних із ковзанням ротора, а також гармоніки частоти живлення. При пошкодженні ротора (наприклад, зламаних стрижнях) у вібраційному спектрі з'являються характерні бічні смуги. [5]

У будь-якій справній машині присутні вібрації, зумовлені періодичними механічними та електромагнітними процесами: обертанням валів і ротора, зачепленням зубів зубчастих передач, пульсаціями електромагнітного поля в асинхронних двигунах тощо. Частота повторення цих подій є характерною ознакою конкретного джерела вібрації, тому ключові сучасні методи діагностики технічного стану ґрунтуються саме на частотному аналізі вібраційного сигналу. [6]

Сьогодні асинхронні електродвигуни відіграють ключову роль у приводах електричного транспорту - від важких промислових машин (електровози, гірничі комбайни, конвеєрні системи) до масових електромобілів. У гірничодобувній, металургійній та інших безперервних виробництвах вони працюють цілодобово, сім днів на тиждень. Тут навіть короткочасна аварійна зупинка через поломку двигуна призводить до збитків у мільйони доларів. Натомість у сегменті особистих електромобілів відмова двигуна може спричинити дорожньо-транспортну пригоду з високим ризиком травмування чи навіть загибелі людей. [7]

Технічне обслуговування із використанням прогнозів – це поточна конкурентна перевага. Уже сьогодні для зростання ефективності в промисловості, енергетиці, транспорті та інших сферах повсюдно застосовується автоматизоване управління, аналітика великих даних, історичних патернів і даних моніторингу в реальному часі - все це разом дає змогу прогнозувати відмови заздалегідь і уникати мільйонних збитків. [8]

Таким чином, сьогодні можливо не лише ефективно керувати поточними технологічними та виробничими процесами, а й повністю перейти від традиційного планового технічного обслуговування до профілактичного (прогнозного). У сучасних умовах, коли ринки вимагають швидкого реагування, а попит змінюється дуже динамічно, будь-який простій обладнання стає надзвичайно дорогим – як у грошовому, так і в репутаційному вимірі. [9]

II. АНАЛІЗ ДОСЛІДЖЕНЬ І ПУБЛІКАЦІЙ

Діагностування несправностей електродвигунів є актуальним напрямком у сучасній електромеханіці та мехатроніці. Якщо раніше домінували класичні односенсорні техніки (наприклад, аналіз однієї фізичної величини), то сьогодні все частіше застосовуються мультисенсорні підходи та інтелектуальні системи, що поєднують дані з різних джерел і використовують алгоритми штучного інтелекту. [10]

Класифікація сигналів шуму та вібрації широко застосовується для діагностики несправностей у механічних і електричних системах, зокрема в електромобілях. Традиційні методи класифікації базуються на ознаках у часовій та частотній областях. У даному дослідженні пропонується підхід, що передбачає візуалізацію акустичних сигналів за допомогою розподілу Вігнера-Вілля (WVD) для вилучення характеристик вібраційних сигналів з подальшою класифікацією за допомогою штучних нейронних мереж. [11]

Як джерело потужності для перевірки ефективності запропонованої методики класифікації вібраційних сигналів використовується безщітковий двигун. В експериментальній роботі шість різних станів роботи двигуна при різних частотах обертання, для яких проводилося вимірювання вібраційних сигналів. Отримані сигнали візуалізовано за допомогою розподілу Вігнера-Вілля (WVD), що дозволяє витягти часово-частотні характеристики. Перетворені таким чином дані у вигляді зображень WVD далі подаються на вхід моделі глибокого навчання яка виконує автоматичну ідентифікацію та класифікацію станів двигуна. Отримані показники точності розпізнавання, свідчать про суттєве підвищення ефективності діагностики несправностей безщіткових двигунів. [12]

Традиційно діагностика несправностей двигунів полягала в перевірці механічних вузлів безпосередньо під час експлуатації з метою ідентифікації та верифікації дефектів. Завдяки прогресу в сенсорних технологіях сьогодні механічні проблеми аналізуються значно швидше й ефективніше. Для визначення місця та характеру несправностей найчастіше застосовують дані вібрації та акустичного сигналу. Акселерометри є одним із найбільш поширених і надійних засобів збору вібраційних даних, дозволяючи з високою точністю фіксувати коливання машини в реальному часі. [13]

У традиційному аналізі вібраційних сигналів широко використовуються швидке перетворення Фур'є (FFT) та вейвлет-перетворення для вилучення інформативних ознак. Водночас FFT має принципове обмеження, а саме відсутність одночасної високої роздільної здатності в часовій та частотній областях (принцип невизначеності Гейзенберга–Габора). Це призводить до компромісу: при фокусуванні на частотному спектрі втрачається детальна інформація про тимчасові зміни сигналу, через що нестаціонарні вібраційні процеси не можуть бути повністю та точно відтворені. [14]

Гнучкі системи збору даних нового покоління з базовим блоком на три слоти та вбудованим високоточним мультиметром, для розширення функціональності в напрямку динамічного та високошвидкісного

збору сигналів призначено модуль DAQM909A чотириканальний дигітайзер з одночасним семплінгом. Завдяки цьому системи ефективно вирішують задачі аналізу гармонік і шумових спотворень, моніторингу шин живлення, оцінки акустичних параметрів електромеханічних пристроїв (вібрація, шум двигунів, актуаторів тощо). Кожен із чотирьох каналів незалежно конфігурується: обирається режим входу (з чотирьох доступних) та параметри джерела струму (включаючи підтримку IEPE-акселерометрів). При комплектації трьома модулями DAQM909A в одному шасі досягається одночасна оцифровка дванадцяти каналів. [15]

Аналіз літературних джерел показав, що у сучасній практиці технічного діагностування асинхронних двигунів поряд з електричними (аналіз споживаного струму), тепловими та електромагнітними методами, вібродіагностика має високий потенціал для практичного застосування за рахунок можливості раннього виявлення дефектів. Це пов’язано з тим, що прояв більшості дефектів, що мають електромагнітну природу, призводять до зміни величини електромагнітної вібрації, яка пропорційна $\boldsymbol{B}^2$. На відміну від електричних методів, які ефективні при виявленні обривів стержнів ротора чи міжвиткових замикань, вони є малочутливими до пошкодження підшипників, особливо на початковій стадії, вібраційний аналіз безпосередньо реєструє механічні збурення, що дозволяє локалізувати дефект до виникнення вторинних електричних пошкоджень.

Перевагами запропонованого методу є можливість онлайн-моніторингу без зупинки обладнання, висока локалізаційна здатність та незалежність від коливань параметрів мережі живлення, на відміну від методів, що базуються на виміру струму. У порівнянні з тепловими методами, які фіксують наслідки теплового старіння чи деградації, вібродіагностика дозволяє виявляти причини несправностей раніше.

III. МЕТА РОБОТИ

Розробка та дослідження безконтактного методу діагностики асинхронних електродвигунів на основі аналізу вібраційних сигналів. Підхід дозволяє виявляти початкові стадії дефектів обмоток, підшипників, ротора та інших елементів під час експлуатації без необхідності розбирання машини. Це дозволить удосконалити існуючі методів діагностики для підвищення надійності, довговічності та безпечності роботи асинхронних двигунів.

IV. ВИКЛАДЕННЯ ОСНОВНОГУ МАТЕРИАЛУ І АНАЛІЗ ОТРИМАННИХ РЕЗУЛЬТАТІВ

Оцінка ефективності діагностування здійснюється за комплексом кількісних критеріїв. Якісна зміна корисного сигналу характеризується коефіцієнтом чутливості:

$$K_S = \frac{\Delta V}{\Delta D}$$

де: ΔV – зміна віброшвидкості [мм/с], ΔD – умовний розмір дефекту чи ступінь його розвиненості [мм].

Реальний процес діагностування пов'язаний із наявністю різного роду перешкод, що можуть впливати на точність та ймовірність правильного виявлення дефектів (діагностична достовірність), що формально описується наступним виразом:

$$P_B = \frac{N_{tp}}{N_{tp} + N_{fn}}$$

де N_{tp} – кількість вірно виявлених дефектів, N_{fn} – кількість не виявлених (пропущених) дефектів.

Відповідно частота хибних спрацьовувань, що може залежати від перешкод, визначається за наступним виразом:

$$F_X = \frac{N_{fp}}{N_{tot}} \le 0{,}05$$

де N_{fp} – кількість хибно виявлених дефектів, N_{tot} – загальна кількість дефектів (чи сигналів, що їх відповідають).

Відмінно від строго періодичних коливань, деякі вібрації виникають через рух рідини або газу (як у насосах чи газових турбінах) і характеризуються специфічними, нерідко унікальними ознаками.

Одна з ключових відмінностей полягає в різниці між абсолютною вібрацією корпусу машини та відносною вібрацією між валом і корпусом (особливо коли між ними встановлено підшипник ковзання або підшипник ковзання).

Обидва ці типи вимірювання вібрації активно застосовуються в системах моніторингу технічного стану обладнання, але вони дають суттєво різну діагностичну інформацію, тому важливо чітко розрізняти, що саме кожен з них показує.

Ще одним типом коливань, які несуть діагностичну інформацію, є крутильні коливання. Це коливання кутової швидкості валів, а також таких елементів, як шестерні, роторні диски тощо.

Постійний моніторинг вібрації дозволяє дуже швидко реагувати на раптові зміни стану обладнання. Саме тому він забезпечує найкращий захист для критично важливого та дорогого устаткування. Це найефективніша форма захисту від несподіваних, непередбачуваних відмов.

Прикладом може бути раптовий дисбаланс вентиляторів, які працюють із забрудненим газом. На лопатках таких вентиляторів з часом накопичуються відкладення. Зазвичай вони розподілені досить рівномірно, але коли окремі ділянки цих відкладів відриваються – виникає значне, раптове порушення балансу.

Для забезпечення дуже швидкої реакції постійний моніторинг зазвичай обмежується простими показниками: RMS або піковим рівнем вібрації та фазою

низькочастотних гармонік обертання відносно референтного імпульсу (один раз за оберт, з відомим кутом). Такий підхід, як правило, дає лише коротке попередження. Від кількох годин до кількох днів до відмови, на відміну від тижнів чи місяців, які можуть забезпечити більш досконалі сучасні методи діагностики.

Існують перетворювачі для вимірювання всіх трьох параметрів бічної вібрації: зміщення, швидкості та прискорення. При цьому єдина практично застосовувана (у моніторингу стану) група датчиків для вимірювання зміщення - це безконтактні перетворювачі (наприклад, вихрострумові проксиметри), які фіксують саме відносне зміщення (рух вала відносно корпусу/підшипника), а не абсолютне. Натомість найпоширеніші датчики швидкості та прискорення (акселерометри, сейсмічні датчики тощо) вимірюють абсолютний рух - тобто рух самого місця встановлення датчика відносно інерційного простору.

Це показано на рис. 1, де зображено опору підшипника, обладнаного одним горизонтальним акселерометром і двома безконтактними датчиками, розташованими під кутом 90° один до одного.

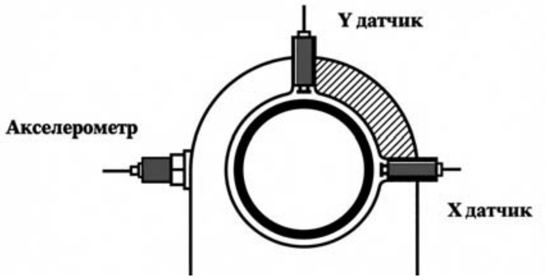


Рисунок 1. Ілюстрація абсолютної та відносної вібрації

Вимірювання профілю вібрації електродвигуна критично важливе не тільки для оцінки його стану, а насамперед для прогнозування поведінки в найближчому майбутньому, на цьому базується прогнозне обслуговування.

Для зняття віброакустичних показників з корпусу двигуна застосовується акселерометр Dytran 3055. Цей датчик, побудований на базі п’єзоелектричного елемента з роботою на зсув, забезпечує високу лінійність сигналу в діапазоні до 10 кГц. Завдяки вбудованій електроніці стандарту IEPE та чутливості 100 мВ/g, він дозволяє перетворювати механічні коливання станини двигуна в електричний сигнал напруги, стійкий до зовнішніх завад. Встановлення на корпус давача не впливає на власну частоту коливань системи через його низьку вагу, забезпечуючи максимальну достовірність отриманих даних. Конструктивно прилад захищений герметичним корпусом із нержавіючої сталі або титану зі ступенем захисту, що дозволяє експлуатацію в агресивних промислових середовищах, включаючи зони з підвищеною вологістю та масляним туманом.

Вібрації в електродвигуні електроприводу можуть виникати з різних елементів самого двигуна та суміжних частин приводу. Наприклад, в асинхронних електродвигунах змінного струму найпоширенішими причинами є порушене центрування валу, дефекти кулькових чи роликових підшипників, тріщини або злам валу ротора, ослаблення посадки ротора на валу, недостатньо надійне закріплення обмоток у пазах статора, пошкодження чи порушення цілісності ізоляції обмоток, а також ослаблені елементи редуктора. Основні деталі електродвигуна змінного струму, які найчастіше стають джерелами вібрації, показані на рис. 2.

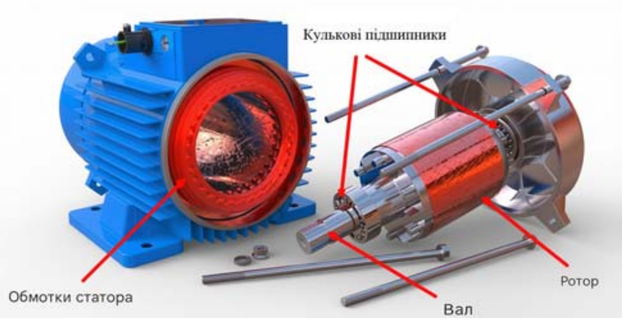


Рисунок 2. Основні деталі електродвигуна змінного струму

В якості досліджуваного двигуна використовується трифазний асинхронний двигун з короткозамкненим ротором серії АІР80А2. Його номінальна потужність становить 1,5 кВт, частота обертання поля статора 3000 об/хв.

У внутрішніх частинах електричного двигуна при поєднанні коливань малої та великої величини, результуюча сигналу вібрації буде виглядати дуже складною, як це показано на прикладі реально виміряного сигналу (рис. 3).

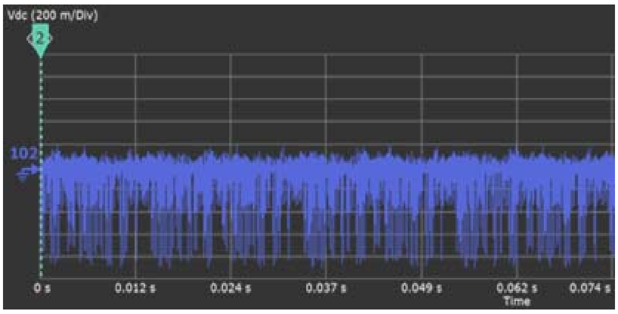


Рисунок 3. Сигнал вібрації від електродвигуна змінного струму у часовій області

На рис. 3 представлена осцилограма сигналу вібрації асинхронного двигуна, отримана за допомогою п'єзоелектричного акселерометра (вертикальна (Y) вісь відкалібрована в мВ з чутливістю 200 мВ/поділ). Горизонтальна вісь (X-вісь) відображає інтервал часу близько 74 мс (0–0,074 с). Сигнал має стохастичний

характер з накладеними періодичними сплесками амплітуди, що свідчить про наявність як випадкової складової (робочий шум), так і детермінованих періодичних компонент (локальні дефекти підшипників, ексцентриситет, гармонійні збурення від мережі живлення).

Для проведення кількісного аналізу отриманого сигналу розраховується середньоквадратичне значення отриманого сигналу це є інтегральною оцінкою енергії вібрації:

$$v_{rms} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T v^2(t)dt} \approx \sqrt{\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} v_i^2}$$

Для переходу до частотної області визначається густина спектру потужності:

$$S_{vv}(f) = \left| \int_{-\infty}^{\infty} v(t)\cdot\omega(t)\cdot e^{-j2\pi ft}dt \right|^2$$

де w(t) – віконна функція (Ханна, Хеммінга), що застосовується для зниження розтікання спектру.

Для визначення дефектів, що мають прояв у вигляді появи періодичних складових у сигналі, використовується аналіз чутливості до імпульсних збуджень:

$$\beta_2 = \frac{\frac{1}{T}\int_0^T (v(t)-\bar{v})^4 dt}{\left(\frac{1}{T}\int_0^T (v(t)-\bar{v})^2 dt\right)^2}$$

Нормальний розподіл відповідає β_2=3; значення β_2 > 3 вказують на наявність періодичних ударів, що може свідчити про пошкодження підшипників.

Характерна «гребінчаста» структура з модульованою амплітудою вказує на явище биття – інтерференцію близьких за частотою складових (наприклад, частоти обертання ротора f_r та бічної смуги ексцентриситету $f_s \pm f_r$). Пікові значення сигналу займають ≈1,5–2 поділок (300–400 мВ), тоді як середній рівень сигналу становить близько 0,5 поділки (100 мВ). Наявність короткочасних імпульсних сплесків може свідчити про в підшипниках механічних пошкоджень. Причому діагностична ознака появи такого роду імпульсних дефектів підшипників можна визначити по фактору піковості (або Crest Factor):

$$C_f = \frac{v_p}{v_{rms}} = \frac{max|v(t)|}{\sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T v^2(t)dt}}^{\;2}$$

Для справного (бездефектного) підшипника $C_f \approx$ 3–5, при наявності пошкодження середньої тяжкості C_f >10, для дефектів, що знаходяться на ранній стадії розвитку $C_f \approx$ 5–8.

Для подальшої діагностики необхідно виконати швидке перетворення Фур'є з визначенням гармонік мережі (2f =100 Гц), частоти обертання підшипників (що залежить від їх геометричних та конструктивних параметрів) та частоти обертання ротора (f_r), що дозволить локалізувати джерело вібрації.

Безпосередньо оцінити вібрацію електродвигуна за складним часовим сигналом дуже складно. Значно полегшує аналіз перехід у частотну область – побудова частотного спектра вібрації. Це дає змогу виявляти як існуючі, так і дефекти що розвиваються, у тому числі потенційно критичні. Перетворення на рис. 4. здійснюється за допомогою ШПФ (швидкого перетворення Фур'є). Завдяки системі збору та аналізу даних можна легко отримати і переглядати частотний профіль вібрації.

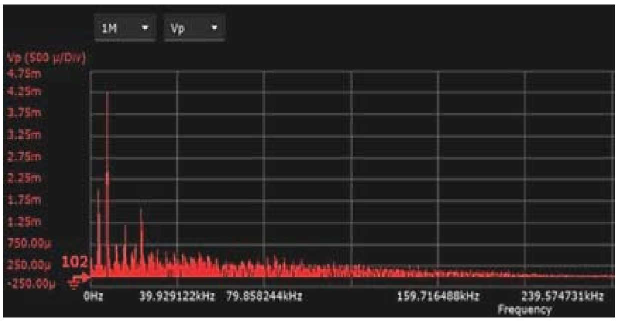


Рисунок 4. Аналіз вібрації електродвигуна змінного струму в частотній ділянці

На рис. 4 показано високочастотний (діапазон до ~240 кГц) спектр сигналу вібрації асинхронного двигуна в частотній області. Він використовується для ранньої діагностики дефектів підшипників кочення.

Максимальна амплітуда сигналу складає ~4,125 мВ (8–9 поділок), що свідчить про наявність потужного збурення. На спектрі видно чіткі піки на частотах близько 39,9 кГц, 79,8 кГц (друга гармоніка), 159,7 кГц (четверта гармоніка) тощо. Це вказує на періодичне джерело збурення з основною частотою близько 40 кГц, що типово для резонансної частоти конструкції, що збуджується ударами при дефекті підшипника. Крім того, наявність сімейства гармонік (кратних 40 кГц) зі спадаючою амплітудою є класичною ознакою імпульсного збудження (локальний дефект доріжки підшипника, що періодично вдаряє об тіла кочення).

Теоретично, частота дефектів підшипників кочення визначається наступним чином:

$$F_b = \frac{n}{2}\cdot f_r\left(1 - \frac{d}{D}cos\alpha\right)$$

де n – кількість тіл кочення, f_r – частота обертання ротора, d – діаметр тіла кочення, D – середній діаметр внутрішньої доріжки підшипника, α – кут контакту.

Перехід від часової області сигналу до частотної значно спрощує діагностику. За допомогою ШПФ складний часовий сигнал перетворюється на частотний спектр, де кожна гармоніка чітко вказує на джерело вібрації.

У спектрі справного асинхронного електродвигуна домінують:

1) перша гармоніка частоти обертання ротора;

2) складові на частоті живлення мережі та її кратних.

При розвитку типових дефектів у спектрі з'являються характерні діагностичні ознаки:

1) Механічний дисбаланс та ексцентриситет ротора - різке зростання амплітуди першої та другої гармонік обертання.

2) Дефекти ротора (обриви стрижнів) - бічні смуги ковзання навколо гармонік обертання з інтервалом $2•s•f_s$ (де s - ковзання ротора).

3) Ослаблення обмоток статора та електромагнітний дисбаланс - посилення складових на частоті живлення f_s та її гармоніках ($2f_s$, $3f_s$ тощо).

Запропонований динамічний збір даних з високою частотою дискретизації та обробкою ШПФ надійно виділяє ці ознаки навіть за наявності промислового шуму. Це дає змогу виявляти зародження дефектів на ранніх стадіях і переходити до прогнозного технічного обслуговування без розбирання обладнання.

Традиційний періодичний збір статичних даних дозволяє лише періодично фіксувати стан обладнання, але він погано справляється з реєстрацією швидкоплинних динамічних процесів, таких як ударні навантаження, імпульсні вібрації двигуна чи раптові зміни акустичного фону довкілля. Через це такі дані виявляються малопридатними для надійної прогнозної діагностики.

Сучасні системи збору даних (Data Acquisition System) працюють у динамічному режимі, що дає їм можливість постійно сканувати всі вимірювальні канали, виконувати множинні вибірки з високою швидкістю та практично не залежати від зовнішніх перешкод чи умов експлуатації.

Найкращим вибором для вимірювання вібрації в промислових застосуваннях вважаються акселерометри. Перед вибором конкретної моделі варто звернути увагу на динамічний діапазон, максимально допустиме прискорення, робочий частотний діапазон, діапазон робочих температур, а також конструктивне виконання датчика - спосіб кріплення, ступінь захисту та стійкість до агресивного промислового середовища. Конструкція має відповідати особливостям об'єкта моніторингу, зокрема електродвигуна змінного струму.

Існує кілька основних типів акселерометрів. П'єзоелектричні датчики є найпоширенішими в промисловій вібраційній діагностиці завдяки високій міцності, жорсткості та здатності працювати в складних умовах. Ємнісні акселерометри, виконані як мікроелектромеханічні системи, поєднують мікроелектроніку та механіку в одному чіпі й стали наймасовішим сучасним типом. П'єзорезистивні датчики особливо добре підходять для ударних випробувань, оскільки витримують пікові прискорення до приблизно 200 g. Індукційні акселерометри в промислових задачах майже не застосовуються через низьку завадостійкість.

П'єзоелектричні та п'єзорезистивні акселерометри чудово проявляють себе в екстремальних умовах - при високих температурах, сильних ударах, інтенсивній вібрації, а також у широкому амплітудному та частотному діапазоні. Водночас ємнісні MEMC-датчики, хоча й поступаються за максимальною амплітудою прискорення, виграють завдяки дуже високій чутливості, точності, стабільності та загальній надійності вимірювань у більшості типових промислових застосувань.

Запропонований метод вібраційної діагностики має ряд суттєвих переваг порівняно з іншими методами діагностування асинхронних двигунів (аналіз струму статора, вимірювання опору ізоляції). Серед головних переваг – можливість безконтактного (без розбирання обладнання) раннього виявлення механічних і електромагнітних дефектів, висока чутливість до розвитку несправностей на стадіях, коли інші методи ще не фіксують відхилень, а також відносна простота впровадження в системи постійного моніторингу. Метод дозволяє перейти від планового до прогнозного технічного обслуговування, що суттєво знижує ризик аварійних зупинок.

Ефективність діагностики можна оцінювати за такими критеріями – чутливість до ранніх стадій дефектів, час попередження до можливого виходу з ладу, достовірність ідентифікації типу несправності, завадостійкість у промислових умовах та загальна вартість системи моніторингу.

Водночас метод має певні обмеження:

- неможливість контролю стану ізоляції обмотки електричної машини, оскільки за статистичними даними аварії через пошкодження ізоляції становлять значну частину із загальної кількості аварій;

- необхідність встановлення датчиків вібрації;

- при вимірюванні вібрації, результати досліджень залежать від місця встановлення вимірювальної апаратури. Крім того, виникає необхідність у встановленні датчиків у трьох площинах, а також необхідно враховувати вплив зовнішніх факторів (параметрів мережі живлення тощо) на результати вимірювання.

Конфлікт інтересів. Автори заявляють про відсутність конфлікту інтересів.

V. ВИСНОВКИ

У результаті проведених досліджень підтверджено високу ефективність методу вібродіагностики для виявлення механічних несправностей асинхронних двигунів, зокрема локальних дефектів підшипників кочення. На відміну від електричних методів діагностування, які ефективні, наприклад, при виявленні обривів стержнів ротора, але мають обмежену чутливість до механічних дефектів на ранніх стадіях, вібраційна діагностика є більш чутливим методом до виявлення дефектів особливо, які знаходяться на ранній стадії їх розвитку.

Аналіз сигналу в часовій області поєднує стохастичну складову (перешкоди) та детерміновані періодичні збурення. Виявлено биття, зумовлене інтерференцією близьких за частотою складових (частоти обертання ротора та бічних смуг ексцентриситету), що проявляється у вигляді модуляції амплітуди та свідчить про пошкодження підшипників досліджуваного двигуна. Застосування статистичних критеріїв дозволяє об'єктивно оцінити імпульсність процесу: значення Cf >10 та $\beta_2 > 3$ є достовірними індикаторами ударної взаємодії в підшипниках.

Частотний аналіз отриманого сигналу методом ШПФ виявив наявність високочастотної резонансної складової в діапазоні ~40 кГц та її гармонік (79,8 кГц, 159,7 кГц). Це свідчить про збудження власних коливань конструкції при періодичній ударній взаємодії в пошкодженому підшипнику, що підтверджує доцільність застосування даного методу для ранньої діагностики локальних дефектів. Визначення спектральних складових, що відповідають частотам проходження дефектів дозволяє з високою точністю ідентифікувати пошкоджений елемент підшипника.

Результати дослідження можуть бути використані при розробці автоматизованих систем технічного діагностування та прогнозування залишкового ресурсу електричних машин, а також при створенні методичних рекомендацій для обслуговуючого персоналу підприємств з експлуатації асинхронних двигунів у різних галузях промисловості.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

[1] Kia S. H., Capolino G.-A., Henao H. A high-resolution frequency estimation method for three-phase induction machine fault detection. IEEE Transactions on Industrial Electronics. 2007. Vol. 54, № 4. P. 2305–2314. doi: https://doi.org/10.1109/TIE.2007.899826

[2] Чорний О. П., Зачепа Ю. В., Титюк В. К., Чорна О. А. Моніторинг і діагностика електромеханічних об’єктів : монографія. Кременчук : ПП Щербатих О. В., 2019. 113 с. ISBN 978-617-639-249-1.

[3] Stefani A., Bellini A., Filippetti F. Diagnosis of induction machines' rotor faults in time-varying conditions. IEEE Transactions on Industrial Electronics. 2009. doi: https://doi.org/10.1109/TIE.2009.2016517

[4] Toliyat H. A., Nandi S., Choi S., Meshgin-Kelk H. Electric machines: Modeling, condition monitoring, and fault diagnosis. Boca Raton : CRC Press, 2013. 272 p. doi: https://doi.org/10.1201/b13008

[5] Benbouzid M. E. H. A review of induction motors signature analysis as a medium for faults detection. IEEE Transactions on Industrial Electronics. 2000. Vol. 47, № 5. P. 984–993. doi: https://doi.org/10.1109/41.873206

[6] Randall R. B. Vibration-based condition monitoring: Industrial, aerospace and automotive applications. Chichester : Wiley, 2011. 285 p. ISBN 978-0-470-74785-8.

[7] Methodology for fault detection in induction motors via sound and vibration signals / P. A. Delgado-Arredondo et al. Mechanical Systems and Signal Processing. 2017. Vol. 83. P. 568–589. doi: https://doi.org/10.1016/j.ymssp.2016.06.032

[8] Gonen T., Mehrizi-Sani A. Electrical machines and their applications. 3rd ed. Boca Raton : CRC Press, 2024. 432 p. ISBN 9780367655020.

[9] Граняк В. Ф. Методи та засоби вимірювання вхідних параметрів систем діагностування обертових електричних машин змінного струму : монографія. Вінниця : Вінницький національний аграрний університет, 2024. ISBN 978-617-558-136-0.

[10] Weinbub J., Ferry D. K. Recent advances in Wigner function approaches. Applied Physics Reviews. 2018. Vol. 5, № 4. Art. 041104. doi: https://doi.org/10.1063/1.5046663

[11] Geng Z., Chen J., Hull J. B. Analysis of engine vibration and design of an applicable diagnosing approach. International Journal of Mechanical Sciences. 2003. Vol. 45, № 8. P. 1391–1410. doi: https://doi.org/10.1016/j.ijmecsci.2003.09.012

[12] Meng Q., Qu L. Rotating machinery fault diagnosis using Wigner distribution. Mechanical Systems and Signal Processing. 1991. Vol. 5, № 3. P. 155–166. doi: https://doi.org/10.1016/0888-3270(91)90040-C

[13] Linear canonical Wigner distribution of noisy LFM signals via variance-SNR based inequalities system analysis / Z.-C. Zhang et al. Optik. 2021. Vol. 237. Art. 166712. doi: https://doi.org/10.1016/j.ijleo.2021.166712

[14] Wu J.-D., Luo W.-J., Yao K.-C. Electric motor vibration signal classification using Wigner–Ville distribution for fault diagnosis. Sensors. 2025. Vol. 25, № 4. doi: https://doi.org/10.3390/s25041196

[15] Gangsar P., Tiwari R. Signal based condition monitoring techniques for fault detection and diagnosis of induction motors: A state-of-the-art review. Mechanical Systems and Signal Processing. 2020. Vol. 144. Art. 106908. doi: https://doi.org/10.1016/j.ymssp.2020.106908

Надійшла (Received) 19.02.2026;

Прийнята (Accepted) 09.04.2026;

Опублікована (Published) 29.05.2026;

DIAGNOSING INDUCTION MOTORS USING VIBRATION CHARACTERISTICS ANALYSIS

PAVLENKO S.Y. Student of the Department of Electromechanics, National Technical University of Ukraine “Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute” Kyiv, Ukraine, ORCID: https://orcid.org/0009-0008-6840-2547, e-mail: pavlenko.serhii@lll.kpi.ua;

KOVALENKO M.A. PhD, Associate Professor Department of Electromechanics National TechnicalUniversity of Ukraine "Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute", Kyiv, Ukraine, ORCID: https://orcid.org/0000-0002-5602-2001, e-mail: kovalenko87ma@gmail.com;

Purpose. *A study of a method for non-contact diagnosis of induction motors through the analysis of vibration signals. This will enable the timely detection of defects that arise in their early stages during operation without disassembling the equipment. This will improve methods for diagnosing induction motors, thereby enhancing the reliability and safety of their operation.*

Methodology. *Frequency analysis of vibration signals using fast Fourier transform to extract diagnostic features in the time and frequency domains.*

Findings. *The study established a high sensitivity of the vibration characteristics of asynchronous electric motors to typical defects (rotor eccentricity, rod breakage, bearing damage, mechanical imbalance, shaft misalignment, and stator winding weakening). It was shown that a complex frequency analysis using the fast Fourier transform allows detecting signs of defects much earlier than periodic static monitoring. The vibration spectrum clearly shows side slip bands, bearing defect frequencies, amplification of the first harmonic of rotation, and components at power supply frequencies. The proposed non-contact method has high practical applicability for monitoring the technical condition of motors in industrial conditions.*

Originality. *The scientific novelty of the research lies in improving the approach to diagnosing electric motors through a comprehensive analysis of vibration characteristics in the time and frequency domains, which allows increasing the reliability of detecting defects at the early stages of their development.*

Practical value. *The results obtained can be used for the implementation of vibration monitoring systems for the technical condition of electric motors in industrial conditions. The proposed approaches to the analysis of vibration characteristics make it possible to perform early diagnosis of typical defects, reduce the risk of emergency failures and optimize the planning of maintenance and repair of electric machines. The materials of the work can be used during the development of software for diagnostic systems, as well as in the educational process for the training of specialists in electromechanics and power engineering.*

Keywords: *induction motor; vibration diagnostics; vibration analysis; rotor defects; bearing defects; rotor eccentricity; condition monitoring; early defect detection.*

REFERENCES

[1] Kia, S. H., Capolino, G.-A., & Henao, H. (2007). A high-resolution frequency estimation method for three-phase induction machine fault detection. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 54(4), 2305–2314. doi: https://doi.org/10.1109/TIE.2007.899826

[2] Chornyi, O. P., Zachepa, Yu. V., Tytiuk, V. K., & Chorna, O. A. (2019). *Monitorynh i diahnostyka elektromekhanichnykh obiektiv* [Monitoring and diagnostics of electromechanical objects]. Kremenchuk: PP Shcherbatykh O. V. (in Ukrainian).

[3] Stefani, A., Bellini, A., & Filippetti, F. (2009). Diagnosis of induction machines' rotor faults in time-varying conditions. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*. doi: https://doi.org/10.1109/TIE.2009.2016517

[4] Toliyat, H. A., Nandi, S., Choi, S., & Meshgin-Kelk, H. (2013). *Electric machines: Modeling, condition monitoring, and fault diagnosis*. Boca Raton, FL: CRC Press. doi: https://doi.org/10.1201/b13008

[5] Benbouzid, M. E. H. (2000). A review of induction motors signature analysis as a medium for faults detection. *IEEE Transactions on Industrial Electronics, 47*(5), 984–993. doi: https://doi.org/10.1109/41.873206

[6] Randall, R. B. (2011). *Vibration-based condition monitoring: Industrial, aerospace and automotive applications*. Chichester, UK: Wiley.

[7] Delgado-Arredondo, P. A., Morinigo-Sotelo, D., Osornio-Rios, R. A., Avina-Cervantes, J. G., Rostro-Gonzalez, H., & Romero-Troncoso, R. de J. (2017). Methodology for fault detection in induction motors via sound and vibration signals. *Mechanical Systems and Signal Processing, 83*, 568–589. doi:

https://doi.org/10.1016/j.ymssp.2016.06.032

[8] Gonen, T., & Mehrizi-Sani, A. (2024). *Electrical machines and their applications* (3rd ed.). Boca Raton, FL: CRC Press.

[9] Hraniak, V. F. (2024). *Metody ta zasoby vymiriuvannia vkhidnykh parametriv system diahnostuvannia obertovykh elektrychnykh mashyn zminnoho strumu* [Methods and means of measuring input parameters of diagnostic systems for rotating AC electrical machines]. Vinnytsia: Vinnytsia National Agrarian University. (in Ukrainian).

[10] Weinbub, J., & Ferry, D. K. (2018). Recent advances in Wigner function approaches. *Applied Physics Reviews, 5*(4), 041104. doi: https://doi.org/10.1063/1.5046663

[11] Geng, Z., Chen, J., & Hull, J. B. (2003). Analysis of engine vibration and design of an applicable diagnosing approach. *International Journal of Mechanical Sciences, 45*(8), 1391–1410. doi: https://doi.org/10.1016/j.ijmecsci.2003.09.012

[12] Meng, Q., & Qu, L. (1991). Rotating machinery fault diagnosis using Wigner distribution. *Mechanical Systems and Signal Processing, 5*(3), 155–166. doi: https://doi.org/10.1016/0888-3270(91)90040-C

[13] Zhang, Z.-C., Qiang, S.-Z., Jiang, X., Han, P.-Y., Shi, X.-Y., & Wu, A.-Y. (2021). Linear canonical Wigner distribution of noisy LFM signals via variance-SNR based inequalities system analysis. *Optik, 237*, 166712. doi: https://doi.org/10.1016/j.ijleo.2021.166712

[14] Wu, J.-D., Luo, W.-J., & Yao, K.-C. (2025). Electric motor vibration signal classification using Wigner–Ville distribution for fault diagnosis. *Sensors, 25*(4). doi: https://doi.org/10.3390/s25041196

[15] Gangsar, P., & Tiwari, R. (2020). Signal based condition monitoring techniques for fault detection and diagnosis of induction motors: A state-of-the-art review. *Mechanical Systems and Signal Processing, 144*, 106908. doi: https://doi.org/10.1016/j.ymssp.2020.106908

УДК 621.331

МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ВЗАЄМОДІЇ КОЛЕСА З ДОРОГОЮ В СКЛАДІ КОМПЛЕКСНОЇ МОДЕЛІ ЕЛЕКТРОМОБІЛЯ

НЕСТЕРЕНКО О.Г. аспірант кафедри автоматизованих електромеханічних систем Національного технічного університету «Харківський політехнічний інститут», Харків, Україна, ORCID: https://orcid.org/0009-0005-0226-1153, e-mail: Oleksandr.Nesterenko@ieee.khpi.edu.ua;

КУНЧЕНКО Т.Ю. канд. техн. наук, доцент, доцент кафедри автоматизованих електромеханічних систем Національного технічного університету «Харківський політехнічний інститут», Харків, Україна, ORCID: https://orcid.org/0009-0002-2462-1509, e-mail: Tetiana.Kunchenko@khpi.edu.ua.

Мета роботи. *Метою роботи є розроблення комплексу математичних моделей взаємодії колеса з дорожнім покриттям у складі комплексної моделі електромобіля для дослідження розгону, гальмування, повороту, перерозподілу навантажень між осями і колесами та аналізу ефективності алгоритмів керування тяговим електроприводом у типових і граничних режимах руху.*

Методи дослідження. *Використано положення теоретичної механіки, динаміки транспортних засобів, теорії електропривода, математичного моделювання, а також емпіричні залежності для опису зчеплення шини з опорною поверхнею. Для визначення сил у плямі контакту застосовано емпіричну модель Буркгардта, а рух електромобіля описано в межах моделі плоского руху з урахуванням поздовжнього і поперечного перенесення навантаження, зміни нормальних реакцій та ковзання коліс.*

Отримані результати. *Сформовано узгоджений комплекс моделей, який дає змогу визначати реакції в контакті колеса з дорогою та оцінювати вплив коефіцієнта зчеплення, буксування, швидкості руху, вертикального навантаження і режиму керування на поведінку електромобіля. Показано можливість відтворення руху на сухому, вологому та слизькому покритті й аналізу умов втрати зчеплення, зниження керованості та погіршення реалізації тягового або гальмівного моменту. Модель дає змогу порівнювати режими роботи ведучих коліс, оцінювати чутливість системи до параметрів дороги та використовувати результати для синтезу алгоритмів обмеження проковзування, перерозподілу моментів і підвищення курсової стійкості. Результати придатні для формування параметрів подальших досліджень, перевірки логіки керування та попередньої оцінки енергетичної ефективності системи.*

Наукова новизна. *Наукова новизна полягає в інтеграції моделі колеса, емпіричного опису шинно-дорожньої взаємодії та моделі плоского руху електромобіля в єдину узгоджену математичну схему, придатну для дослідження індивідуального електропривода коліс і режимів обмеженого зчеплення.*

Практична цінність. *Практична цінність полягає у можливості використання розробленого комплексу моделей як основи для створення розрахунково-випробувального стенда дослідження систем керування тягою, антибуксувального й антиблокувального керування, рекуперативного гальмування та рішень Smart Drive для електромобілів у різних дорожніх умовах експлуатації.*

Ключові слова: електромобіль, динаміка електромобіля, взаємодія колеса з дорогою, коефіцієнт зчеплення, коефіцієнт буксування, модель Буркгардта, математичне моделювання.

I. ВСТУП

Розвиток електромобільного транспорту та підвищення вимог до систем керування рухом зумовлюють потребу в удосконаленні математичних моделей динамічних процесів у транспортних засобах з електроприводом. Математичне моделювання дає змогу досліджувати режими руху електромобіля й верифікувати алгоритми керування без проведення натурних випробувань.

II. АНАЛІЗ ДОСЛІДЖЕНЬ І ПУБЛІКАЦІЙ

Фундаментальні засади моделювання динаміки автомобіля та властивостей шин викладено у працях H. B. Pacejka [1], T. D. Gillespie [2], R. Rajamani [3] та J. Y. Wong [4]. Для опису поздовжньої взаємодії «шина–дорога» і врахування внутрішніх станів тертя доцільними є динамічні моделі, наведені у праці C. Canudas-de-Wit та співавт. [5]. Емпіричний опис залежності коефіцієнта зчеплення від буксування, який широко використовується в задачах гальмування та тягового керування, представлено у роботі M. Burckhardt [6].

Питання ідентифікації кривої зчеплення та оцінювання параметрів контакту в реальних режимах руху розглянуто в працях J. I. Miller і D. Cebon [7], X. Xia та співавт. [8], D. Garcia-Pozuelo та співавт. [9], а також Y. Zou та співавт. [10]. Ці дослідження підтверджують,

© Нестеренко О.Г., Кунченко Т.Ю., 2026
Creative Commons Attribution-ShareAlike 4.0 International License **(CC-BY-CA 4.0)**

DOI: https://doi.org/10.15588/1607-6761-2026-2-3

що точність визначення сил у плямі контакту та граничного коефіцієнта зчеплення істотно впливає на якість алгоритмів регулювання тяги і гальмування.

Сучасні підходи до керування буксуванням і реалізації тягових можливостей електромобілів, зокрема для транспортних засобів з індивідуальним приводом коліс, наведено у роботах S. Ding та співавт. [11], J. Shi та співавт. [12], S. Kang та співавт. [13], S. Quan та співавт. [14], J. Park і J. Na [15], Z. Bi та співавт. [16]. Водночас у більшості опублікованих робіт основна увага приділяється або алгоритму керування, або окремій моделі шини чи оцінюванню дорожнього коефіцієнта зчеплення. Недостатньо висвітленим залишається питання побудови цілісної комплексної моделі електромобіля, яка поєднує модель колеса, емпіричний опис зчеплення, плоский рух кузова та динамічний перерозподіл вертикальних реакцій у межах єдиної узгодженої математичної структури.

III. МЕТА РОБОТИ

Метою роботи є розроблення комплексу математичних моделей взаємодії колеса з дорожнім покриттям у складі комплексної моделі електромобіля для дослідження розгону, гальмування, повороту, перерозподілу навантажень між осями і колесами та аналізу ефективності алгоритмів керування тяговим електроприводом у типових і граничних режимах руху.

IV. ВИКЛАДЕННЯ ОСНОВНОГО МАТЕРІАЛУ І АНАЛІЗ ОТРИМАНИХ РЕЗУЛЬТАТІВ

Для верифікації запропонованого комплексу моделей сформовано математичну модель руху електромобіля для дослідження взаємодії коліс із дорожнім покриттям за змінних умов. Узагальнену компонувальну схему комплексної моделі наведено на рис. 1.

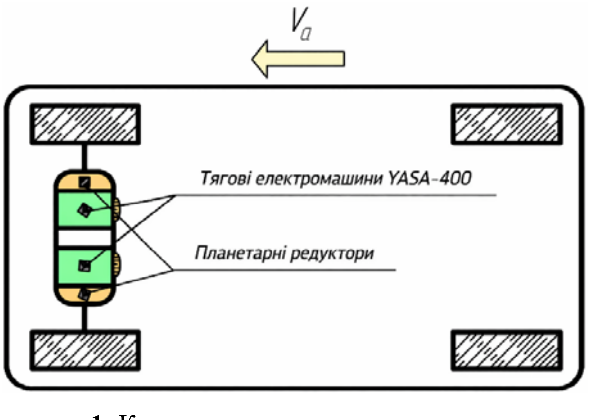


Рисунок 1. Компонувальна схема електропривода у складі комплексної моделі електромобіля

Технічну специфікацію комплексної моделі електромобіля представлено у табл. 1.

Таблиця 1. Технічна специфікація комплексної моделі електромобіля

Найменування параметра	Позначення	Значення
Колісна формула	m×n	4×2
Повна маса, кг	M_a	2170
Розподіл маси по осях (передня/задня), %	п/з (П)	51/49
Момент інерції автомобіля навколо осі Z відносно точки центру мас для повної маси, кг·м²	JzОцм (П)	5017,5
Довжина автомобіля, м	a	4,393
Ширина автомобіля, м	b	2,010
Висота автомобіля, м	h	1,599
Колісна база, м	L	2,699

Для опису процесів буксування у моделі використано узагальнену математичну модель колісного рушія, що відтворює основні закономірності взаємодії колеса з дорожнім покриттям на основі відомих джерел [1, 2].

У досліджуваній комплексній моделі електромобіля рушієм виступають колеса передньої осі. Залежно від характеру поданого моменту колесо може працювати у веденому, ведучому або гальмівному режимах кочення.

У веденому режимі на колесо діють низка силових і кінематичних чинників (рис. 2), зокрема: M_k – крутний момент на колесі, Н·м; F_z – вертикальна реакція, що діє на і-те колесо, Н; R_x – дотична реакція у плямі контакту, Н; r_d – динамічний радіус колеса, м; f – коефіцієнт опору коченню.

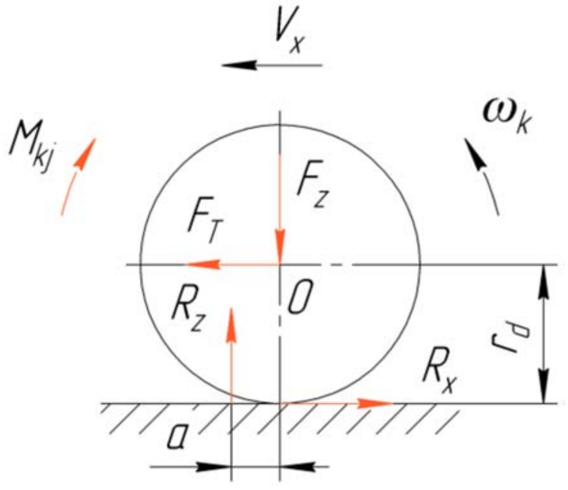


Рисунок 2. Ведений режим кочення колеса

Для умов рівноваги сили, що діють у горизонтальному напрямку, задовольняють:

$$\sum F_x = 0: F_T - R_x = 0. \quad (1)$$

Сума моментів відносно точки O дорівнює нулю:

$$\sum M_0 = 0: -M_{kj} - R_z \cdot a + R_x \cdot r_d = 0. \quad (2)$$

Відповідно, рівняння динаміки колеса у веденому режимі можна записати як:

$$\begin{cases} F_T = R_x, \\ M_{kj} = R_x \cdot r_d - R_z \cdot a, \end{cases} \quad (3)$$

де $\dot{V}_k$ – лінійне прискорення колеса, м/с²; J_k – момент інерції колеса, кг·м²; $\dot{\omega}_k$ – кутове прискорення колеса, 1/с².

Вертикальна реакція $\boldsymbol{R_z}$ зміщується відносно центра обертання колеса $\boldsymbol{O}$ на відстань $\boldsymbol{a}$, що зумовлено пружними властивостями еластичної шини. Добуток $\boldsymbol{R_z} \cdot \boldsymbol{a}$ визначає момент опору коченню колеса $\boldsymbol{M_f}$. Величину $\boldsymbol{a}$ можна представити у вигляді:

$$a = f \cdot r_d, \quad (4)$$

де f – коефіцієнт опору коченню; r_d – динамічний радіус колеса, м.

Горизонтальна сила F_T, що діє на і-те колесо автомобіля, визначається залежністю:

$$F_T = m_k \cdot \dot{V}_k, \quad (5)$$

де m_k – маса, приведена до колеса, а $\dot{V}_k$ – лінійне прискорення центра колеса.

Інерційний момент колеса описується рівнянням:

$$M_{kj} = J_k \cdot \dot{\omega}_k, \quad (6)$$

де J_k – момент інерції колеса, кг·м², а $\dot{\omega}_k$ – його кутове прискорення, 1/с².

Після підстановки вищенаведених рівнянь до системи отримаємо уточнений вигляд рівнянь динаміки для веденого режиму:

$$\begin{cases} m_k \cdot \dot{V}_k = R_x, \\ J_k \cdot \dot{\omega}_k = R_x \cdot r_d - R_z \cdot f \cdot r_d, \end{cases} \quad (7)$$

де R_x – дотична сила реакції у зоні контакту колеса з дорогою.

Як зазначено у [2, 4], коефіцієнт опору коченню f може бути поданий у вигляді емпіричного виразу:

$$f = f_0 + k_f \cdot V_a^2 + f_\Delta, \quad (8)$$

де f_0 – коефіцієнт опору коченню для сухої рівної поверхні за швидкостей, близьких до нульових; k_f – коефіцієнт зростання опору з підвищенням швидкості (для легкових автомобілів $k_f = (4 \dots 5) \times 10^{-5}$); f_Δ – поправковий коефіцієнт, що враховує тип дорожнього покриття.

Залежність $f(V)$ має квадратичний характер і узгоджується з експериментальними даними; числові значення коефіцієнтів для різних типів дорожнього покриття прийнято за [2, 4]. Коефіцієнти опору кочення для різних типів дорожнього покриття прийняті відповідно до відомих експериментальних даних, наведених у вищевказаній роботі.

У ведучому режимі на колесо діють ті самі групи силових і кінематичних факторів, що й у попередньому випадку (рис. 3), однак напрям дії обертального моменту змінюється.

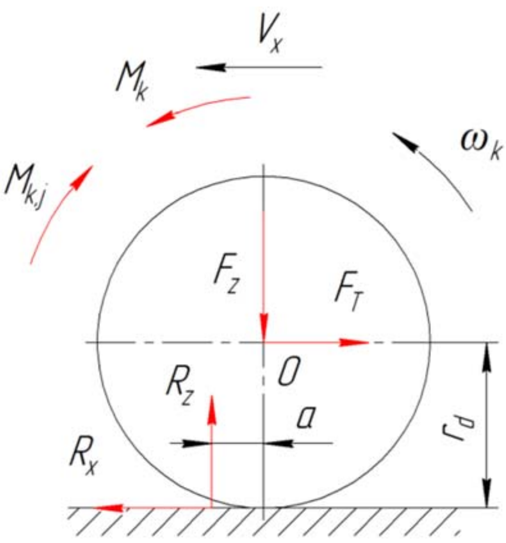


Рисунок 3. Ведучий режим кочення колеса

Для ведучого режиму справедливі умови рівноваги сил і моментів, що діють на колесо:

$$\sum F_x = 0: \ -F_T + R_x = 0, \quad (9)$$

$$\sum M_O = 0: -M_{kj} + M_k - R_z \cdot a - R_x \cdot r_d = 0. \quad (10)$$

Після відповідних перетворень система рівнянь динаміки колеса у ведучому режимі набуває вигляду:

$$\begin{cases} F_T = R_x, \\ M_{kj} = M_k - R_z \cdot a - R_x \cdot r_d. \end{cases} \quad (11)$$

Під час роботи ведучого колеса спостерігається проковзування еластичної шини відносно дорожньої поверхні. Цей процес характеризується коефіцієнтом буксування $\boldsymbol{S_\delta}$, який визначається за формулою:

$$S_\delta = 1 - \frac{V_k}{r_k \cdot \omega_k}, \quad (12)$$

де r_k – кінематичний радіус колеса, м; ω_k – кутова швидкість обертання, 1/с; V_k – лінійна швидкість центра мас колеса, м/с.

Експериментальні дослідження показують, що при наявності проковзування максимальна дотична сила реакції прямо пропорційна нормальній реакції опори [1, 2]:

$$R_x = R_z \cdot \varphi_x, \quad (13)$$

де φ_x – коефіцієнт зчеплення у поздовжньому напрямку.

З урахуванням цього рівняння динаміки набувають вигляду:

$$\begin{cases} m_k \cdot \dot{V}_k = R_x, \\ J_k \cdot \dot{\omega}_k = M_k - R_z \cdot r_d(f - \varphi_x), \end{cases} \quad (14)$$

де f – коефіцієнт опору коченню, а r_d – динамічний радіус колеса.

Для опису процесу взаємодії колеса з дорожнім покриттям використовується емпірична модель Буркгардта [6], яка описує залежність коефіцієнта зчеплення від ступеня буксування:

$$\varphi_x = C_1 \cdot (1 - e^{-C_2 S_\delta}) - C_3 \cdot S_\delta, \quad (15)$$

де C_1 – параметр, що визначає максимум кривої ($C_1 = \varphi_{xmax}$); C_2 – параметр, який задає форму кривої, при цьому $C_2 \cdot e^{-C_2 S_\delta} = \frac{C_3}{C_1}$; C_3 – параметр, який характеризує спад коефіцієнта зчеплення після досягнення максимуму ($C_3 = \varphi_{xmax} - \varphi_{БЛ}$).

Для опису залежності коефіцієнта зчеплення від ступеня буксування використано відому емпіричну модель, параметри якої прийнято згідно з [6]. Підходи до оцінювання (ідентифікації) параметрів кривої зчеплення за виміряними даними в режимі керованого гальмування (slip-controlled braking) розглянуто у [7].

У гальмівному режимі на колесо діють ті самі групи сил і моментів (рис. 4), однак домінуючим фактором є гальмівний момент M_t, що прикладається у напрямку, протилежному обертанню.

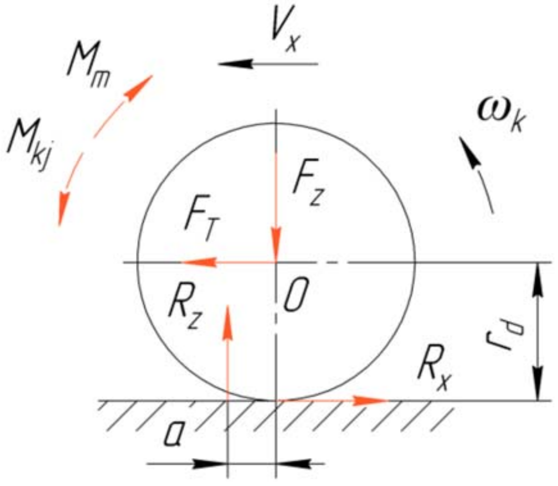


Рисунок 4. Гальмівний режим кочення колеса

Для гальмівного режиму рівняння рівноваги сил і моментів мають вигляд:

$$\sum F_x = 0: F_T - R_x = 0, \quad (16)$$

$$\sum M_O = 0: M_{kj} - M_t - R_z \cdot a + R_x \cdot r_d = 0. \quad (17)$$

На основі цих співвідношень рівняння динаміки колеса у гальмівному режимі запишемо як:

$$\begin{cases} m_k \cdot \dot{V}_k = R_x, \\ M_{kj} = M_t + R_z \cdot a - R_x \cdot r_d. \end{cases} \quad (18)$$

Після перетворень та з урахуванням рівнянь зв’язку отримуємо остаточну форму:

$$\begin{cases} m_k \cdot \dot{V}_k = R_x, \\ J_k \cdot \dot{\omega}_k = M_t + R_z \cdot r_d \cdot (f - \varphi_x), \end{cases} \quad (19)$$

де M_t – гальмівний момент, Н·м; φ_x – коефіцієнт зчеплення у поздовжньому напрямку; f – коефіцієнт опору коченню; r_d – динамічний радіус колеса, м.

Відповідно до загальних принципів побудови математичних моделей [1], для аналізу процесів керування інтелектуальним регулятором електропривода (ІРЕ) доцільно використовувати модель автомобіля з трьома ступенями вільності. Такий підхід забезпечує достатню точність опису динамічної поведінки автомобіля та дозволяє моделювати роботу ІРЕ за різних режимів і типів керування.

Розроблена математична модель з трьома ступенями вільності охоплює систему рівнянь, що описують: плоский рух корпусу автомобіля відносно земної поверхні; взаємодію обертання всіх коліс із кузовом транспортного засобу; зв’язок кінематичних параметрів кочення еластичних коліс із силовими чинниками, що діють у зоні контакту; залежність крутних моментів коліс від їх кутових швидкостей та сигналів керування від системи автоматичного регулювання (САР), яка реалізує алгоритми керування ІРЕ.

Для побудови моделі прийнято такі спрощення: площина обертання колеса вважається вертикальною; не враховується залежність фрикційних властивостей шини та дорожнього покриття від температури при нестаціонарному коченні.

Положення та параметри руху автомобіля визначаються у нерухомій системі координат XOY, зв’язаній із землею. Розрахункова схема математичної моделі для автомобіля з трьома ступенями вільності (передній привід) представлена на рис. 5.

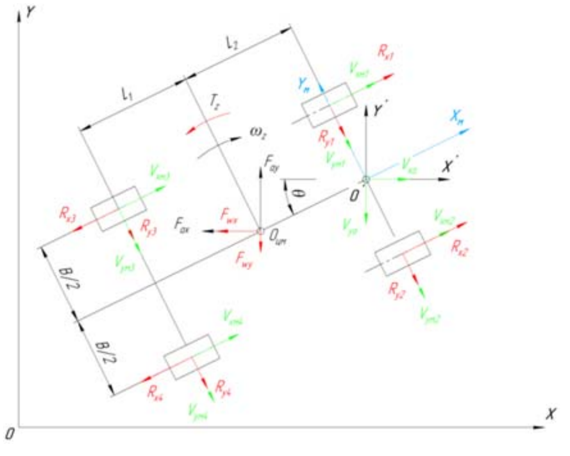


Рисунок 5. Розрахункова схема математичної моделі руху автотранспортного засобу з трьома ступенями вільності (передній привід)

Динаміку руху автомобіля в системі координат XOY, пов'язаній із землею, описує формула:

$$\boldsymbol{\frac{G_a}{g} \cdot \ddot{x}_{O'} = (R_{x1} + R_{x2} - R_{x3} - R_{x4}) \cdot \cos\theta + (R_{y1} + R_{y2} + R_{y3} + R_{y4}) \cdot \sin\theta - F_{ax} - F_{wx},}$$

$$\boldsymbol{\frac{G_a}{g} \cdot \ddot{y}_{O'} = -(R_{x1} + R_{x2} - R_{x3} - R_{x4}) \cdot \sin\theta - (-R_{y1} - R_{y2} - R_{y3} - R_{y4}) \cdot \cos\theta - F_{ay} + F_{wy},} \quad (20)$$

$$J_{O'м} \cdot \ddot{\theta} = (R_{x1} - R_{x2} - R_{x3} + R_{x4}) \cdot \frac{B}{2} + (-R_{y3} - R_{y4}) \cdot (L_1 + L_2) + \Big((F_{ax} + F_{wx}) \cdot \sin\theta + (F_{ay} - F_{wy}) \cdot \cos\theta\Big) \cdot L_2,$$

$$J_{O'м} = J_{zOцм} + \frac{G_a}{g} \cdot L_2^2,$$

де $x_{O'}, y_{O'}$ – координати точки O', пов'язаної з автомобілем, у нерухомій системі координат, м; θ – кут повороту рухомої системи координат $X_m O'Y_m$, жорстко закріпленої до автомобіля, °; $J_{O'м}$ – момент інерції автомобіля відносно вертикальної осі через точку O', кг·м²; $J_{zOцм}$ – момент інерції автомобіля відносно вертикальної осі через центр мас $O_{цм}$, кг·м²; R_{xi}, R_{yi} – проєкції дотичних і бокових реакцій у зоні контакту і-го колеса на осі рухомої системи координат X_m, Y_m, Н; F_{ax}, F_{ay} – складові сили ваги при русі автомобіля на похилій поверхні, Н; F_{wx}, F_{wy} – складові сили аеродинамічного опору руху, Н; B – колія автомобіля, м; L_1, L_2 – координати розташування центра мас відносно бази автомобіля, м.

Складові сили ваги при русі по похилій поверхні визначаються виразами:

$$F_{ax} = G_a \cdot \sin\alpha \cdot \cos\theta, F_{ay} = G_a \cdot \sin\alpha \cdot \sin\theta, \quad (21)$$

де α– кут нахилу дороги.

Складові сили аеродинамічного опору визначаються рівняннями:

$$\boldsymbol{F_{wx} = C_{wx} \cdot \rho \cdot F_{лоб} \cdot \frac{\dot{x}_{O'}^2}{2}, F_{wy} = C_{wy} \cdot \rho \cdot F_{бок} \cdot \frac{\dot{y}_{O'}^2}{2},} \quad (22)$$

де C_{wx} – коефіцієнт лобового опору; C_{wy} – коефіцієнт бокового опору; $F_{лоб}$ – площа лобового перерізу автомобіля, м²; $F_{бок}$ – площа бокового перерізу, м²; ρ – густина повітря, кг/м³.

Координати центрів коліс у нерухомій системі координат визначаються через положення центра мас автомобіля, колісну базу та кут орієнтації корпусу відповідно до розрахункової схеми представленої на рис. 6.

Лінійні швидкості центрів коліс у рухомій системі координат визначаються з урахуванням поступального руху корпусу автомобіля та його кутового обертання.

Математична модель колісного рушія визначається системою рівнянь:

$$\begin{aligned} J_k \cdot \dot{\omega}_{k1} &= M_{k1} - R_{z1} \cdot r_{d1} \cdot (f_1 - \varphi_{x1}), \\ J_k \cdot \dot{\omega}_{k2} &= M_{k2} - R_{z2} \cdot r_{d2} \cdot (f_2 - \varphi_{x2}), \\ J_k \cdot \dot{\omega}_{k3} &= R_{x3} \cdot r_{d3} - R_{z3} \cdot f_3 \cdot r_{d3}, \\ J_k \cdot \dot{\omega}_{k4} &= R_{x4} \cdot r_{d4} - R_{z4} \cdot f_4 \cdot r_{d4}, \end{aligned} \quad (23)$$

де J_k – момент інерції колеса і-ої осі, кг·м²; M_{ki} – крутний момент, прикладений до колеса і-ої осі, Н·м; R_{zi} – нормальна реакція для і-го колеса, Н; ω_{ki} – кутова швидкість обертання і-го колеса, 1/с; r_{di} – динамічний радіус і-го колеса, м; f_i – коефіцієнт опору коченню; φ_{xi} – коефіцієнт поздовжнього зчеплення.

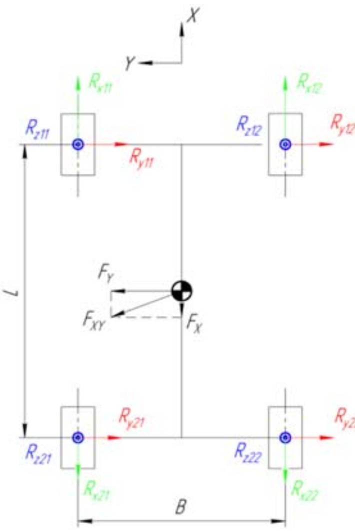


Рисунок 6. Розрахункова схема поступального руху автомобіля з переднім приводом

Розроблена математична модель дозволяє описати динамічну поведінку автомобіля з урахуванням моделювання інтелектуального регулятора електроприводу (ІРЕ), який може працювати за різними алгоритмами керування. Запропонована структура є універсальною: вона може використовуватись як для дослідження ефективності алгоритмів ІРЕ та систем керування рухом (СКР), так і для розв'язання інших задач у поєднанні з додатковими математичними блоками моделі.

Згідно з роботами [1–4], для правильного визначення дотичних реакцій на ведучих і гальмівних осях автомобіля необхідно враховувати динамічний перерозподіл реакцій між ними. Для побудови математичного опису випадку поступального руху автомобіля по горизонтальній дорозі зі швидкістю V_x, поздовжнім прискоренням j_x та поперечним j_y, використовується розрахункова схема зовнішніх сил і моментів (рис. 6).

Система координат при цьому пов'язана з дорогою: вісь x спрямована вздовж напряму поступального руху; вісь y – у площині дороги, перпендикулярно напрямку руху; вісь z – перпендикулярна до дорожньої поверхні.

Компоненти центробіжної сили $\boldsymbol{F_{xy}}$ у поздовж-

ньому та боковому напрямках визначаються рівняннями:

$$F_X = M_a \cdot j_X, F_Y = M_a \cdot j_Y, \tag{24}$$

де M_a – маса автомобіля, кг; j_X – поздовжнє прискорення, м/с²; j_Y – поперечне прискорення, м/с².

Додаткова силова реакція, що виникає під дією поздовжнього прискорення j_X, визначається як:

$$R_X = \frac{j_X \cdot M_a \cdot h_g}{L}, \tag{25}$$

де h_g – висота центра мас автомобіля, м; L – колісна база, м; $j_X > 0$ – режим прискорення; $j_X < 0$ – режим гальмування.

При дії бокового прискорення j_Y додаткова силова реакція визначається виразом:

$$R_Y = \frac{j_Y \cdot M_a \cdot h_g}{B}, \tag{26}$$

де B – колія автомобіля, м; $j_Y > 0$ – правий поворот; $j_Y < 0$ – лівий поворот.

З урахуванням цих реакцій вертикальні навантаження на колеса автомобіля можна записати як:

$$\begin{aligned} \boldsymbol{R_{z11}} &= \boldsymbol{M_a} \cdot \boldsymbol{K}_{\text{поп}} \cdot \left(\boldsymbol{K}_{\text{пр}}\boldsymbol{g} - \frac{\boldsymbol{j_X h}_{\text{цм}}}{\boldsymbol{L}} + \frac{\boldsymbol{j_Y h}_{\text{цм}}}{\boldsymbol{B}}\right), \\ \boldsymbol{R_{z12}} &= \boldsymbol{M_a} \cdot \boldsymbol{K}_{\text{поп}} \cdot \left(\boldsymbol{K}_{\text{пр}}\boldsymbol{g} - \frac{\boldsymbol{j_X h}_{\text{цм}}}{\boldsymbol{L}} - \frac{\boldsymbol{j_Y h}_{\text{цм}}}{\boldsymbol{B}}\right), \\ \boldsymbol{R_{z21}} &= \boldsymbol{M_a} \cdot (\boldsymbol{1} - \boldsymbol{K}_{\text{поп}}) \cdot \left((\boldsymbol{1} - \boldsymbol{K}_{\text{пр}})\boldsymbol{g} + \frac{\boldsymbol{j_X h}_{\text{цм}}}{\boldsymbol{L}} + \frac{\boldsymbol{j_Y h}_{\text{цм}}}{\boldsymbol{B}}\right), \\ \boldsymbol{R_{z22}} &= \boldsymbol{M_a} \cdot (\boldsymbol{1} - \boldsymbol{K}_{\text{поп}}) \cdot \left((\boldsymbol{1} - \boldsymbol{K}_{\text{пр}})\boldsymbol{g} + \frac{\boldsymbol{j_X h}_{\text{цм}}}{\boldsymbol{L}} - \frac{\boldsymbol{j_Y h}_{\text{цм}}}{\boldsymbol{B}}\right), \end{aligned} \tag{27}$$

де $K_{\text{поп}}$ – коефіцієнт поперечного статичного перерозподілу навантажень; $K_{\text{пр}}$ – коефіцієнт поздовжнього статичного перерозподілу; g – прискорення вільного падіння, м/с².

Бокові реакції R_y визначаються залежно від кутів уводу коліс:

$$\begin{aligned} R_{y11} &= б_{11} \cdot K_{б11}, \\ R_{y12} &= б_{12} \cdot K_{б12}, \\ R_{y21} &= б_{21} \cdot K_{б21}, \\ R_{y22} &= б_{22} \cdot K_{б22}, \end{aligned} \tag{28}$$

де $б_{ji}$ – кути уводу коліс, °; $K_{бji}$ – коефіцієнти опору уведенню, Н/°.

Для випадку прямолінійного руху автомобіля кути уводу коліс визначаються за відомими співвідношеннями, що враховують геометричні параметри транспортного засобу та кінематичні характеристики руху [1–4].

Конфлікт інтересів. Автори заявляють про відсутність конфлікту інтересів.

V. ВИСНОВКИ

Сформовано комплекс математичних моделей взаємодії колеса з дорожнім покриттям у складі комплексної моделі електромобіля, що забезпечує розрахунок поздовжніх і поперечних реакцій у плямі контакту в типових режимах руху.

Для ведучого та гальмівного режимів кочення записано рівняння рівноваги сил і моментів та отримано залежності, які пов’язують прикладені моменти на колесі з дотичною реакцією у контакті з урахуванням опору коченню.

Для опису залежності коефіцієнта зчеплення від ступеня буксування застосовано емпіричну модель Буркгардта, що дозволяє враховувати тип дорожнього покриття через вибір параметрів моделі та використовувати її в розрахункових дослідженнях при змінних умовах зчеплення.

Реалізовано модель плоского руху автомобіля з урахуванням динамічного перерозподілу вертикальних реакцій між осями та окремими колесами під дією поздовжнього і бокового прискорень, що є необхідним для коректного визначення нормальних навантажень і граничних зчіпних можливостей.

Запропонована математична схема може використовуватися як базова платформа для подальших досліджень алгоритмів керування тягою/гальмуванням електропривода та систем стабілізації руху шляхом варіювання параметрів автомобіля, умов зчеплення та режимів руху без проведення натурних експериментів.

Подальші дослідження доцільно спрямувати на формалізоване порівняння алгоритмів керування у типових розрахункових сценаріях (прискорення/гальмування на різних покриттях, комбіновані режими, збурення), а також на верифікацію моделі за експериментальними або стендовими даними за наявності відповідної вимірювальної інформації.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

[1] Pacejka H. B. *Tire and Vehicle Dynamics*. Oxford: Butterworth-Heinemann, 2012. DOI: https://doi.org/10.1016/C2010-0-68548-8

[2] Gillespie T. D. *Fundamentals of Vehicle Dynamics*. Revised ed. Warrendale: SAE International, 2021. DOI: https://doi.org/10.4271/R-506

[3] Rajamani R. *Vehicle Dynamics and Control*. 2nd ed. New York: Springer, 2012. DOI: https://doi.org/10.1007/978-1-4614-1433-9

[4] Wong J. Y. *Theory of Ground Vehicles*. 5th ed. Hoboken: John Wiley & Sons, 2022. DOI: https://doi.org/10.1002/9781119719984

[5] Canudas-de-Wit C., Tsiotras P., Velenis E., Basset M., Gissinger G. Dynamic Friction Models for Road/Tire Longitudinal Interaction. *Vehicle System Dynamics*.

2003. Vol. 39, no. 3. P. 189–226. DOI: https://doi.org/10.1076/vesd.39.3.189.14152

[6] Burckhardt M. *Fahrwerktechnik: Radschlupf-Regelsysteme*. Würzburg: Vogel Verlag, 1993.

[7] Miller J. I., Cebon D. Tyre curve estimation in slip-controlled braking. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part D: Journal of Automobile Engineering*. 2016. Vol. 230, no. 3. P. 332–351. DOI: https://doi.org/10.1177/0954407015585934

[8] Xia X., Xiong L., Sun K., Yu Z. P. Estimation of Maximum Road Friction Coefficient Based on Lyapunov Method. *International Journal of Automotive Technology*. 2016. Vol. 17, no. 6. P. 991–1002. DOI: https://doi.org/10.1007/s12239-016-0097-7

[9] Garcia-Pozuelo D., Olatunbosun O., Palli G., Strano S., Terzo M., Tordela C. Estimation of tire-road contact forces through a model-based approach employing strain measurements. *Meccanica*. 2022. Vol. 57, no. 8. P. 1801–1829. DOI: https://doi.org/10.1007/s11012-022-01548-y

[10] Zou Z., Zhang X., Zou Y., Lenzo B. Tire-Road Friction Coefficient Estimation Method Design for Intelligent Tires Equipped with Three-Axis Accelerometer. *SAE International Journal of Vehicle Dynamics, Stability, and NVH*. 2021. Vol. 5, no. 3. P. 249–258. DOI: https://doi.org/10.4271/10-05-03-0017

[11] Ding X., Wang Z., Zhang L. Hybrid Control-Based Acceleration Slip Regulation for Four-Wheel-Independent-Actuated Electric Vehicles. *IEEE Transactions on Transportation Electrification*. 2021. Vol. 7, no. 3. P. 1976–1989. DOI: https://doi.org/10.1109/TTE.2020.3048405

[12] Shi Q., Wang M., He Z., Yao C., Wei Y., He L. A Fuzzy-based Sliding Mode Control Approach for Acceleration Slip Regulation of Battery Electric Vehicle. *Chinese Journal of Mechanical Engineering*. 2022. Vol. 35. Art. 72. DOI: https://doi.org/10.1186/s10033-022-00729-w

[13] Kang S., Chen J., Qiu G., Tong H. Slip Ratio Adaptive Control Based on Wheel Angular Velocity for Distributed Drive Electric Vehicles. *World Electric Vehicle Journal*. 2023. Vol. 14, no. 5. Art. 119. DOI: https://doi.org/10.3390/wevj14050119

[14] Quan L., Chang R., Guo C. Vehicle State and Road Adhesion Coefficient Joint Estimation Based on High-Order Cubature Kalman Algorithm. *Applied Sciences*. 2023. Vol. 13, no. 19. Art. 10734. DOI: https://doi.org/10.3390/app131910734

[15] Park J. Y., Na S. Development of Real-Time Estimator on Maximum and Present Tire Grip for Direct Yaw Moment Control. *International Journal of Automotive Technology*. 2023. Vol. 24, no. 4. P. 1223–1234. DOI: https://doi.org/10.1007/s12239-023-0100-z

[16] Bi J., Han Y., Hou M., Wang C. Adaptive Second-Order Sliding Mode Wheel Slip Control for Electric Vehicles with In-Wheel Motors. *World Electric Vehicle Journal*. 2024. Vol. 15, no. 11. Art. 538. DOI: https://doi.org/10.3390/wevj15110538

Надійшла *(Received) 22.03.2026;*
Прийнята *(Accepted) 21.04.2026;*
Опублікована *(Published) 29.05.2026;*

MATHEMATICAL MODEL OF WHEEL–ROAD INTERACTION AS A PART OF A COMPREHENSIVE ELECTRIC VEHICLE MODEL

NESTERENKO O.H. Postgraduate Student of the Department of Automated Electromechanical Systems, National Technical University “Kharkiv Polytechnic Institute”, Kharkiv, Ukraine, ORCID: https://orcid.org/0009-0005-0226-1153, e-mail: Oleksandr.Nesterenko@ieee.khpi.edu.ua;

KUNCHENKO T.Yu. Cand. Sci. (Tech.), Associate Professor, Associate Professor of the Department of Automated Electromechanical Systems, National Technical University “Kharkiv Polytechnic Institute”, Kharkiv, Ukraine, ORCID: https://orcid.org/0009-0002-2462-1509, e-mail: Tetiana.Kunchenko@khpi.edu.ua.

Purpose. *The purpose of the work is to develop a set of mathematical models of wheel-road interaction as a part of a comprehensive electric vehicle model suitable for studying acceleration, braking, cornering, load redistribution between axles and wheels, and for analyzing traction electric drive control algorithms under typical and near-limit driving conditions.*

Methodology. *The research is based on theoretical mechanics, vehicle dynamics, electric drive theory, mathematical modelling, as well as empirical relationships describing tyre adhesion to the supporting surface. The Burckhardt empirical model is used to determine forces in the contact patch, while electric vehicle motion is described within a planar motion model that takes into account longitudinal and lateral load transfer, changes in normal reactions, and wheel slip.*

Findings. *A consistent set of models has been formed that makes it possible to determine reactions in the wheel–road contact and to assess the influence of the adhesion coefficient, slip, vehicle speed, vertical load and control mode on electric vehicle behaviour. The model reproduces motion on dry, wet and slippery surfaces and allows analysis of*

traction loss, reduced controllability and deterioration in the implementation of traction or braking torque. It also makes it possible to compare the operating modes of the driving wheels, evaluate the system sensitivity to road parameters, and use the results for the synthesis of slip limitation, torque redistribution, and yaw stability algorithms. The results are suitable for defining test parameters, verifying control logic and making a preliminary assessment of system energy efficiency.

Originality. *The scientific novelty lies in integrating a wheel model, an empirical description of tire-road interaction, and a planar electric vehicle motion model into a unified mathematical framework suitable for studying individual wheel electric drive and limited-adhesion conditions.*

Practical value. *The developed set of models can be used as a basis for a computational testing bench for studying traction control, anti-slip and anti-lock control, regenerative braking, and Smart Drive solutions for electric vehicles under different road operating conditions.*

Keywords: electric vehicle, electric vehicle dynamics, wheel-road interaction, adhesion coefficient, slip ratio, Burckhardt model, mathematical modeling.

REFERENCES

[1] Pacejka, H. B. (2012). *Tire and Vehicle Dynamics*. Oxford: Butterworth-Heinemann. DOI: https://doi.org/10.1016/C2010-0-68548-8

[2] Gillespie, T. D. (2021). *Fundamentals of Vehicle Dynamics* (Revised ed.). Warrendale: SAE International. DOI: https://doi.org/10.4271/R-506

[3] Rajamani, R. (2012). *Vehicle Dynamics and Control* (2nd ed.). New York: Springer. DOI: https://doi.org/10.1007/978-1-4614-1433-9

[4] Wong, J. Y. (2022). *Theory of Ground Vehicles* (5th ed.). Hoboken: John Wiley & Sons. DOI: https://doi.org/10.1002/9781119719984

[5] Canudas-de-Wit, C., Tsiotras, P., Velenis, E., Basset, M., & Gissinger, G. (2003). Dynamic Friction Models for Road/Tire Longitudinal Interaction. *Vehicle System Dynamics*, 39(3), 189–226. DOI: https://doi.org/10.1076/vesd.39.3.189.14152

[6] Burckhardt, M. (1993). *Fahrwerktechnik: Radschlupf-Regelsysteme*. Würzburg: Vogel Verlag.

[7] Miller, J. I., & Cebon, D. (2016). Tyre curve estimation in slip-controlled braking. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part D: Journal of Automobile Engineering*, 230(3), 332–351. DOI: https://doi.org/10.1177/0954407015585934

[8] Xia, X., Xiong, L., Sun, K., & Yu, Z. P. (2016). Estimation of Maximum Road Friction Coefficient Based on Lyapunov Method. *International Journal of Automotive Technology*, 17(6), 991–1002. DOI: https://doi.org/10.1007/s12239-016-0097-7

[9] Garcia-Pozuelo, D., Olatunbosun, O., Palli, G., Strano, S., Terzo, M., & Tordela, C. (2022). Estimation of tire-road contact forces through a model-based approach employing strain measurements. *Meccanica*, 57(8), 1801–1829. DOI: https://doi.org/10.1007/s11012-022-01548-y

[10] Zou, Z., Zhang, X., Zou, Y., & Lenzo, B. (2021). Tire-Road Friction Coefficient Estimation Method Design for Intelligent Tires Equipped with Three-Axis Accelerometer. *SAE International Journal of Vehicle Dynamics, Stability, and NVH*, 5(3), 249–258. DOI: https://doi.org/10.4271/10-05-03-0017

[11] Ding, X., Wang, Z., & Zhang, L. (2021). Hybrid Control-Based Acceleration Slip Regulation for Four-Wheel-Independent-Actuated Electric Vehicles. *IEEE Transactions on Transportation Electrification*, 7(3), 1976–1989. DOI: https://doi.org/10.1109/TTE.2020.3048405

[12] Shi, Q., Wang, M., He, Z., Yao, C., Wei, Y., & He, L. (2022). A Fuzzy-based Sliding Mode Control Approach for Acceleration Slip Regulation of Battery Electric Vehicle. *Chinese Journal of Mechanical Engineering*, 35, 72. DOI: https://doi.org/10.1186/s10033-022-00729-w

[13] Kang, S., Chen, J., Qiu, G., & Tong, H. (2023). Slip Ratio Adaptive Control Based on Wheel Angular Velocity for Distributed Drive Electric Vehicles. *World Electric Vehicle Journal*, 14(5), 119. DOI: https://doi.org/10.3390/wevj14050119

[14] Quan, L., Chang, R., & Guo, C. (2023). Vehicle State and Road Adhesion Coefficient Joint Estimation Based on High-Order Cubature Kalman Algorithm. *Applied Sciences*, 13(19), 10734. DOI: https://doi.org/10.3390/app131910734

[15] Park, J. Y., & Na, S. (2023). Development of Real-Time Estimator on Maximum and Present Tire Grip for Direct Yaw Moment Control. *International Journal of Automotive Technology*, 24(4), 1223–1234. DOI: https://doi.org/10.1007/s12239-023-0100-z

[16] Bi, J., Han, Y., Hou, M., & Wang, C. (2024). Adaptive Second-Order Sliding Mode Wheel Slip Control for Electric Vehicles with In-Wheel Motors. *World Electric Vehicle Journal*, 15(11), 538. DOI: https://doi.org/10.3390/wevj15110538

УДК 621.316.13

ОСОБЛИВОСТІ РЕГУЛЮВАЛЬНИХ ВЛАСТИВОСТЕЙ ТА ЕНЕРГЕТИЧНИХ ПОКАЗНИКІВ ЕЛЕКТРОМЕХАНІЧНОЇ СИСТЕМИ НА ОСНОВІ ВИСОКОВОЛЬТНИХ АСИНХРОННИХ ДВИГУНІВ З ФАЗНИМ РОТОРОМ

СИНЕЦЬКИЙ А.В. аспірант, Національний університет «Запорізька політехніка», м. Запоріжжя, Україна, ORCID: https://orcid.org/0009-0005-1859-4171 , e-mail: xibi-tur@ukr.net;

Мета роботи. *Проведення комплексного дослідження та аналізу регулювальних властивостей і закономірностей зміни енергетичних показників електромеханічних систем з імпульсним регулюванням в колі випрямленого струму ротора на базі високовольтних асинхронних двигунів із фазним ротором з вентиляторним характером навантаження для розробки науково обґрунтованих методів підвищення їхньої загальної енергоефективності та мінімізації втрат потужності в усталених і перехідних режимах роботи.*

Методи дослідження. *Теоретичні дослідження базуються на фундаментальних положеннях теорії електричних кіл, теорії електричних машин та автоматизованого електроприводу, та рівняннях математичної фізики для опису процесів електромеханічного перетворення енергії у високовольтних асинхронних двигунах із фазним ротором, застосуванням методів комп'ютерного моделювання, чисельних методів, інтерполяції, апроксимації функцій.*

Отримані результати. *Досліджено електромагнітні та енергетичні процеси електромеханічної з вентиляторним характером навантаження з урахуванням змінних аеродинамічних параметрів шахтної вентиляційної магістралі. Запропонована електромеханічна система з імпульсним регулюванням в колі випрямленого струму ротора виявляє яскраво виражені адаптивні властивості. Вона демонструє високу робастність і здатність до прецизійного нівелювання будь-яких стохастичних збурень аеродинамічного навантаження, зберігаючи при цьому стійкість і надійність регулювання швидкості обертання асинхронного двигуна, тим самим підтримуючи стабільність провітрювання шахтних виробок навіть за умов критично заниженої частоти комутації вентилів перетворювача. Встановлено, що при регулюванні швидкості в діапазоні ковзань* $s = 0{,}5 \div s_{ном}$ *досягається підвищення коефіцієнта потужності системи до 0,80–0,93 та ККД до 92,5–94,5 %, що перевершує показники нерегульованого електропривода на 0,25 та 40 % відповідно.*

Наукова новизна. *Набув подальшого розвитку принципи побудови енергоефективних систем керування вентиляторних установок. Доведено, що застосування імпульсного регулювання електромеханічних систем з вентиляторних навантаженнях зі змінною аеродинамікою мережі дозволяє не лише стабілізувати робочі процеси, але й суттєво підвищити загальний коефіцієнт потужності (до 0,80–0,93) та ККД системи на знижених швидкостях обертання ротора асинхронного двигуна.*

Практична цінність. *Практична цінність роботи полягає у доведенні економічної та технічної доцільності впровадження систем імпульсного керування високовольтними асинхронними двигунами, які входять до структури електромеханічних систем для промислових вентиляторних установок. Використання таких електромеханічних систем на діючих промислових об'єктах дає змогу не лише забезпечити точне реагування вентиляційної установки на зміну аеродинамічного опору мережі, але й кардинально покращити енергетичні показники підприємства, а також подовжити міжремонтний інтервал дороговартісних високовольтних двигунів.*

Ключові слова: висока напруга, керування, електромеханічна система, моделювання, енергетичні показники, втрати, вентиляторне навантаження, електроспоживання, шахтне електрообладнання

I. ВСТУП

Провітрювання вугільних та рудних шахт за допомогою установок вентиляторів головного провітрювання (ВГП) належить до найбільш енергоємних стаціонарних технологічних процесів гірничодобувних підприємств. Ураховуючи, що номінальна потужність приводних електродвигунів ВГП у середньому становить 630–1600 кВт, а для надпотужних агрегатів сягає до 4МВт, частка їхнього електроспоживання може становити до 30 % від загального енергобалансу шахти.

Сучасний стан парку ВГП у гірничодобувних регіонах характеризується критичним рівнем фізичного та морального зношення. За статистичними даними, понад 60 % агрегатів вичерпали свій ресурс, причому

© Синецький А.В., 2026
Creative Commons Attribution-ShareAlike 4.0 International License **(CC-BY-CA 4.0)**

DOI: https://doi.org/10.15588/1607-6761-2026-2-4

370 з них відпрацювали понад два нормативні терміни експлуатації [1]. Ситуація ускладнюється тим, що на переважній більшості гірничих підприємств вентиляторні установки досі оснащені традиційними нерегульованими системами керування виконавчих органів – високовольтних асинхронних двигунів.

Головною специфічною особливістю експлуатації ВГП є глибока мінливість аеродинамічного опору шахтної вентиляційної мережі під час роботи підприємства. Ці зміни мають як детермінований, так і стохастичний характер та зумовлені динамікою розвитку гірничих робіт: зміною конфігурації вентиляційної схеми, збільшенням протяжності та перерізу виробок, станом вентиляційних споруд, а також зміною природної тяги, яка циклічно коливається залежно від пори року [2]. Необхідна витрата повітря також є несталою величиною і залежить від інтенсивності газовиділення, кількості діючих очисних і підготовчих вибоїв та обсягів витоків повітря.

Амплітуда відхилень аеродинамічного опору від перспективних значень є колосальною. Фактичний опір мережі досягає свого розрахункового значення в середньому лише через декілька років після введення горизонту в експлуатацію та може змінюватися у 4–10 разів.

На сучасному етапі макроекономічного розвитку гірничої галузі спостерігається стійка тенденція до зниження продуктивності підприємств та скорочення кількості діючих робочих зон. Відповідно, об'єктивна потреба шахт у свіжому повітрі суттєво зменшилася. Проте, через відсутність гнучких систем керування, ВГП продовжують генерувати надлишковий напір. Це неминуче зміщує робочу точку агрегату в зону низької ефективності, що призводить до катастрофічного падіння загального коефіцієнта корисної дії (ККД) вентиляторної установки та колосальних невиправданих витрат електроенергії.

II. АНАЛІЗ ДОСЛІДЖЕНЬ І ПУБЛІКАЦІЙ

Упродовж останнього десятиліття спостерігається значне зростання наукового інтересу до вдосконалення електромеханічних систем на основі асинхронних двигунів із фазним ротором та каскадних схем регулювання. Аналіз сучасної світової літератури дозволяє виділити кілька ключових напрямів досліджень у цій галузі.

Значна кількість публікацій присвячена заміні класичних систем підпорядкованого регулювання на новітні математичні алгоритми. Так, у дослідженні [3] запропоновано систему модельного передбачуваного керування (MPC) для каскадних електроприводів, що дозволило суттєво підвищити швидкодію системи. Проте автори не врахували вплив нагрівання машини на зміну активного опору ротора, що в реальних умовах призводить до похибок керування. Автори в роботі [4] реалізували алгоритм прямого керування моментом (DTC) для потужних двигунів. Їхнє рішення мінімізує пульсації моменту, однак дослідження обмежене режимами зі статичним навантаженням і не розглядає вентиляторний момент опору. У [5] проаналізовано еволюцію нелінійних стратегій керування і зазначено, що головною перепоною для їх масового впровадження є надмірне розрахункове навантаження на мікропроцесори. Робота [6] присвячена розробці бездатчикового керування на основі спостерігача стану змінного структури. Вирішивши проблему відмови датчиків швидкості, автори залишили поза увагою питання оптимізації загального ККД ЕМС. У статті [7] розроблено предиктивний контролер безпосередньо для промислових вентиляторів, але не розглядається проблема вибору оптимальної частоти комутації ключів інвертора для мінімізації динамічних втрат. У [8] автори провели дослідження, яке є одним із небагатьох, що розглядає шахтні вентиляційні системи: автори запропонували адаптивне керування для компенсації збурень, але повністю проігнорували вплив вищих гармонік струму на тепловий стан високовольтного двигуна при глибоких робочих ковзаннях.

Інший пласт досліджень спрямований на вдосконалення апаратної частини перетворювачів у колі ротора. Авторами в [2] обґрунтовано використання активного випрямляча для оптимізації ефективності. Робота успішно вирішує проблему забезпечення максимального коефіцієнта потужності на стороні мережі, проте ігнорує додаткові втрати від несинусоїдальності струмів у самому роторі. Автори в [9] запропонували покращення якості енергії класичного вентильного каскаду за рахунок паралельних активних фільтрів, що є ефективним, але економічно недоцільним для високовольтних систем. У статті [10] досліджено метод просторової векторної модуляції для подавлення вищих гармонік, проте аналіз проведено лише для фіксованих номінальних режимів без урахування динаміки навантаження. В [11] авторами пропонує інноваційне застосування матричних перетворювачів для вентиляторів, алгоритм керування якими виявився занадто складним для надійного функціонування в умовах шахтних підстанцій. У роботі [12] доведено переваги багаторівневих інверторів для високовольтних ЕМС, але не сформульовано критеріїв оптимізації режимів роботи при змінному аеродинамічному опорі магістралі. Публікація [13] вирішує вузькоспеціалізовану проблему синхронізації перетворювача з мережею, розглядаючи привод виключно як електричний об'єкт. У праці [14] виконано оцінювання енергозбереження каскадних приводів для вентиляторів, але не деталізовано баланс між статичними втратами у двигуні та динамічними втратами у напівпровідникових елементах перетворювача. Таким чином, актуальним науково-прикладним завданням є комплексне дослідження регулювальних характеристик та критеріїв енергоефективності асинхронних високовольтних ЕМС з імпульсним керування в колі ротора, працюючого із вентиляторним характером навантаження з обов'язковим урахуванням жорстких вимог щодо їх-

ньої електромагнітної сумісності з живильною мережею.

III. МЕТА РОБОТИ

Метою роботи є проведення комплексного дослідження та аналізу регулювальних властивостей і закономірностей зміни енергетичних показників електромеханічних систем з імпульсним регулюванням в колі випрямленого струму ротора на базі високовольтних асинхронних двигунів із фазним ротором з вентиляторним характером навантаження для розробки науково обґрунтованих методів підвищення їхньої загальної енергоефективності та мінімізації втрат потужності в усталених і перехідних режимах роботи.

IV. ВИКЛАДЕННЯ ОСНОВНОГУ МАТЕРИАЛУ І АНАЛІЗ ОТРИМАННИХ РЕЗУЛЬТАТІВ

Функціональна схема дослідної ЕМС з імпульсним регулюванням в колі випрямленого струму ротора високовольтного АД зображена на рис. 1. Алгоритм роботи даної ЕМС передбачає рекуперацію потужності ковзання ротора в мережу в моменти закритого стану силового ключа. Використання інвертора з постійним кутом інвертування мінімізує споживання реактивної складової струму з мережі, тим самим оптимізуючи загальний коефіцієнт потужності системи в повному діапазоні робочих швидкостей.

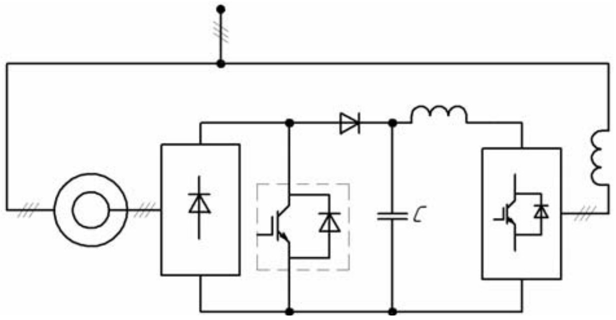


Рисунок 1. Дослідна ЕМС з імпульсним керуванням

Дослідження регулювальних властивостей та енергетичних показників ЕМС з імпульсним регулюванням швидкості обертання ротора високовольтного АД реалізовано шляхом коло-польового моделювання згідно [15]-[16]. Для врахування вентиляторного навантаження та аеродинамічних параметрів до математичної моделі за [15]-[16] необхідно додати наступну систему рівнянь, яка має вигляд [17]:

$$M_c = M_{xx} + k \cdot \omega_m{}^2 , \qquad (1)$$

$$k \cong \left(M_н - M_{xx}\right)/\omega_н^2 , \qquad (2)$$

$$M_н = \frac{H \cdot Q}{\eta \cdot \omega_r} , \qquad (3)$$

де M_{xx} - момент неробочого ходу ЕМС з врахуванням повного моменту інерції системи; $\omega_н$ - номінальне значення частоти обертання ротора АД; η - ККД електромеханічної системи з вентиляторним навантаженням; H - значення тиску повітря в магістралі; Q - об'ємна подача повітря в магістралі.

Значення тиску повітря в магістралі має нелінійну квадратичну залежність від об'ємної подачі повітря в магістралі [17]:

$$H = R \cdot Q^2 , \qquad (4)$$

де R - опір повітряної магістралі.

Функціональна архітектура керування струмовими режимами в ЕМС базується на застосуванні спеціалізованого модуля регулювання. Основним інструментом реалізації керуючих впливів виступає алгоритм широтно-імпульсної модуляції (ШІМ), ключовою перевагою якого є можливість детермінованого та незалежного керування двома критичними параметрами: часовим інтервалом провідності γ та частотою комутації f_k [15].

Для забезпечення адекватності функціонування контролера в реальному часі, до вхідного інтерфейсу підсистеми інтегрується багатокритеріальний масив даних, що поєднує задані установки та фактичні показники стану об'єкта: номінальний рівень депресії у вентиляційній магістралі вугільної копальні, що визначає цільовий режим роботи установки, та дані, генеровані динамічною підсистемою моделі ЕМС, які включають миттєві значення статичного тиску та об'ємної витрати повітряного потоку.

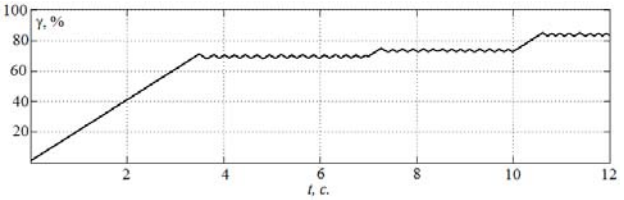
Процес підтримки заданих параметрів магістралі реалізується через закритий контур автоматичного регулювання. Сутність саморегуляції системи полягає у динамічній корекції кутової швидкості ротора АД. Це досягається шляхом прецизійної варіації відносної тривалості імпульсу в межах кожного кроку дискретизації часового інтервалу:

$$\begin{cases} \gamma_i = \gamma_{i-1} + k_i(T_i) & якщо \quad H \le H_{ном} \\ \gamma_i = \gamma_{i-1} - k_i(T_i) & якщо \quad H \succ H_{ном} \end{cases} , \qquad (5)$$

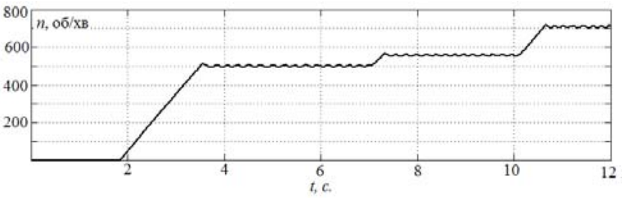
де k_i - крок дискретизації часового інтервалу.

Фізично цей процес можна описати як зміну еквівалентного опору в колі ротора або регулювання потужності ковзання ротора АД, що повертається в мережу енергопостачання. При відхиленні діючого тиску від номінального (внаслідок зміни аеродинамічного опору повітряної магістралі), регулятор автоматично перераховує необхідну тривалість імпульсу ШІМ. Це призводить до відповідної зміни моменту двигуна та його частоти обертання до моменту досягнення нового стану рівноваги, за якого фактичний тиск відповідає заданому.

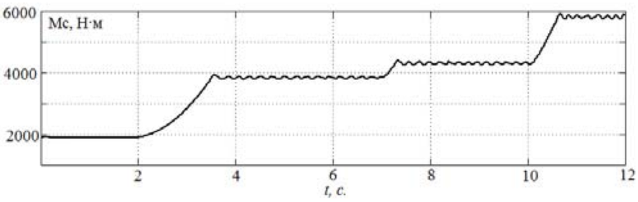
На рис. 2 – рис. 3 наведені результати коло-польового моделювання ЕМС у вигляді часових діаграм зміни електромеханічних та аеродинамічних параметрів при реалізації пуску та зростанні частоти обертання ротора дослідного АД типу 4АЗМ-400 (при t=0 ÷ 3,5с.) та подальшим виходом в квазіусталений режим роботи (при t=3,5 ÷ 7с.) при постійному значенні частоті комутації силового транзистора f_k =0,6 кГц та опору повітряної магістралі R =0,083Па·с/м^3 (рис. 3). Реалізація пуску та розгону ЕМС відбувається за рахунок зміни значення відносної тривалості імпульсу γ від 3% до 70%, що забезпечує лінійне зростання швидкості ротора n до досягнення квазісталого режиму роботи (рис. 2). Початкове значення моменту навантаження в момент пуску ЕМС дорівнює M_c = 1912 Н·м, так як відповідно до (1), враховується повний момент інерції всієї електромеханічної системи з навантаженням вентиляторного агрегату. Саме із-за великого значення моменту інерції системи після досягнення квазісталого режиму роботи ЕМС при R =const. відбувається підтримання частоти обертання ротора з наявною пульсацію за рахунок постійної корекції значення відносної тривалості імпульсу $\Delta\gamma$ в межах =2,2%, на заданому рівні депресії у магістралі $H = H_{зад}$.



а) відносної тривалості імпульсу сигналу керування;

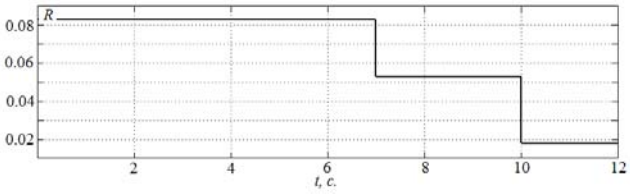


б) швидкість обертання ЕМС;

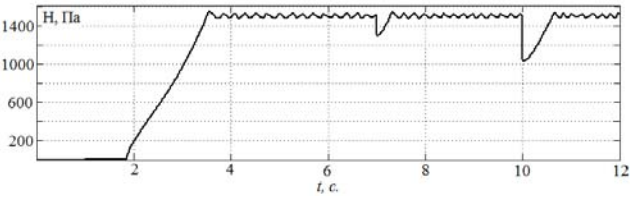


в) момент навантаження ЕМС;

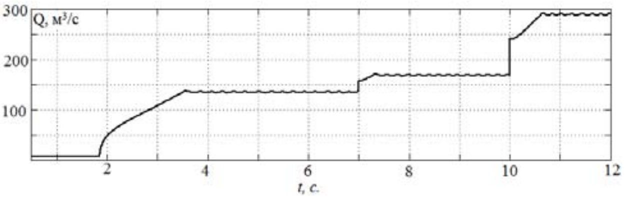
Рисунок 2. Результати коло-польового моделювання у вигляді часових залежностей електромеханічних параметрів ЕМС



а) опір повітряної магістралі;



б) рівень депресії у магістралі;



в) об'ємної подачі повітря в магістралі.

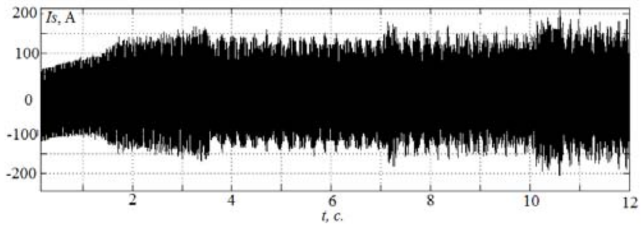
Рисунок 3. Результати коло-польового моделювання у вигляді часових залежностей аеродинамічних параметрів ЕМС

При коло-польовому моделюванні в моменти часу t=7с та t=10с реалізовано ступінчасту деградацію аеродинамічного опору магістралі, що супроводжується різким зниженням значення опору у першому випадку від R =0,083Па·с/м^3 до R =0,053Па·с/м^3 та відповідно від R =0,053Па·с/м^3 до R =0,018Па·с/м^3 (рис. 2 та рис. 3).

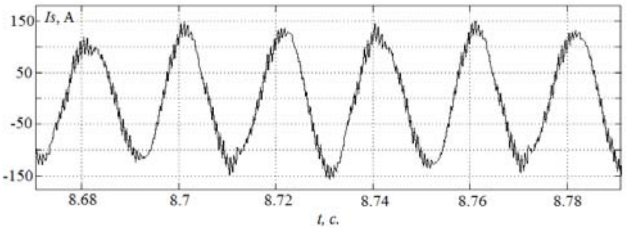
Різке зниження показника R свідчить про суттєву зміну депресії природної тяги шахти або зміну топології вентиляційної мережі, тобто відкриття вентиляційних дверей або обвалення породи. Згідно з законами аеродинаміки, це призводить до миттєвого зменшення гідравлічного опору, через що робоча точка вентилятора зміщується в зону підвищених витрат повітря при одночасному падінні статичного тиску. Однак, завдяки запропонованого алгоритму саморегуляції в підсистемі ЕМС за (3.48), такий спад є короткочасним. Система керування ідентифікує відхилення діючого тиску H від його номінального значення $H_{ном}$ та ініціює компенсаторний вплив. Відповідно у моменти часу t=7с та t=10с система керування починає збільшувати відносну тривалість керуючого імпульсу. Це спричиняє зростання електромагнітного моменту АД та відповідне підвищення кутової швидкості ротора. Нарощування обертів дозволяє вентилятору сформувати додатковий напір, що компенсує падіння тиску та стабілізує аеродинамічний режим роботи магістралі на новому рівні. Значення відносної тривалості керуючого імпульсу збільшується до тих пір,

поки діюче значення тиску H не буде дорівнювати заданому $H_{ном}$ (рис. 2, рис. 3).

На рис. 4 – рис. 6 наведені результати коло-польового моделювання ЕМС у вигляді часових діаграм зміни струмів статора, ротора та електромагнітного моменту АД типу 4АЗМ-400, який входить до структури ЕМС, при відповідних умовах моделювання описаних вище (рис. 2, рис. 3). Процес пуску, розгону з подальшим виходом в квазіусталений режим роботи ЕМС при першочерговому значенні опору

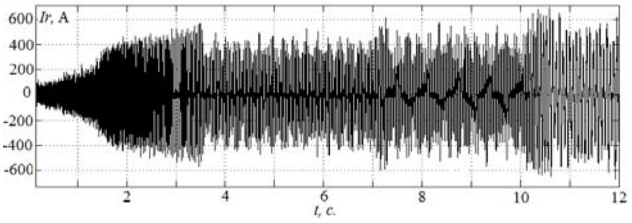


а) вектор струму статора дослідного АД (фаза А) за весь період моделювання (t=0-12c);

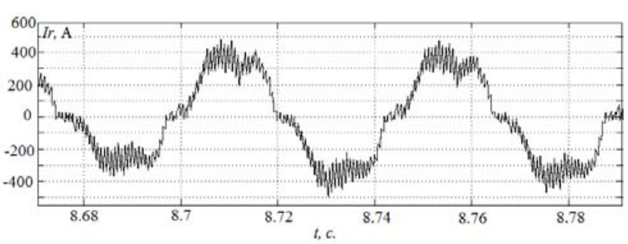


б) вектор струму статора дослідного АД (фаза А) за період моделювання (t=8,67-8,79c);

Рисунок 4. Результати моделювання у вигляді часових діаграм вектору струму статора АД типу 4АЗМ-400, що входить до структурної моделі ЕМС



а) вектор струму ротора дослідного АД (фаза А) за весь період моделювання (t=0-12c);



б) вектор струму ротора дослідного АД (фаза А) за період моделювання (t=8,67-8,79c);

Рисунок 5. Результати моделювання у вигляді часових діаграм вектору струму ротора АД типу 4АЗМ-400, що входить до структурної моделі ЕМС

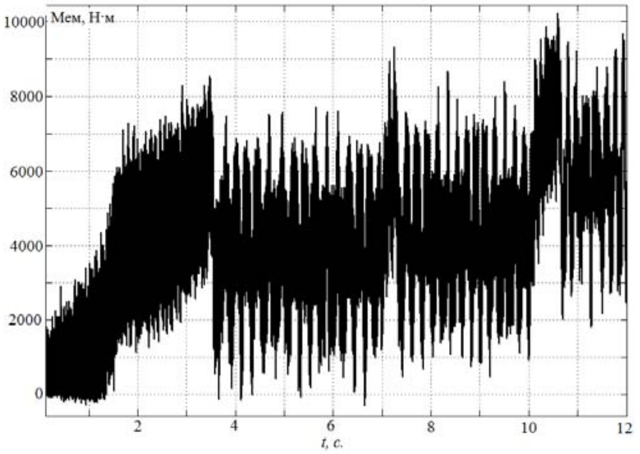


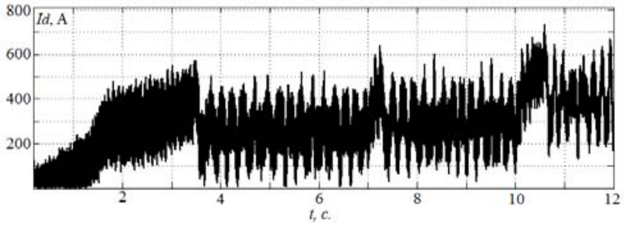
Рисунок 6. Результати моделювання у вигляді часових діаграм електромагнітного моменту АД типу 4АЗМ-400, що входить до структурної моделі ЕМС

повітряної магістралі R =0,083Па·с/м^3 відбувається з вилученням аперіодичних складових струмів статора та ротора, а також електромагнітного моменту АД, завдяки плавного зростання значення відносної тривалості імпульсу γ. Таким чином забезпечується плавність пуску з подальшим виходом до квазісталого режиму роботу.

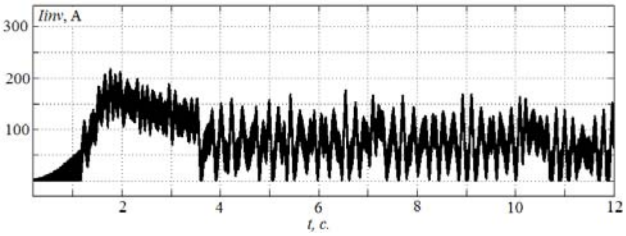
Відповідно до рис. 2 та рис. 3 при зміні значення опору від R =0,083Па·с/м^3 до R =0,053Па·с/м^3 та відповідно від R =0,053Па·с/м^3 до R =0,018Па·с/м^3 в моменти часу відповідно t=7c та t=10c, спостерігається перехідний процес, обумовлений сплесками струмів статора та ротора, а також моменту на валу АД, які спричинені стабілізацією депресії у магістралі на рівні номінального значення. Проте, за рахунок струмообмеження в колі випрямленого струму ротора АД, ці піки залишаються в межах допустимих експлуатаційних норм, забезпечуючи надійність силового обладнання навіть за умови критичних збурень у вентиляційній мережі.

За результатами коло-польового моделювання на рис. 7 наведені часові діаграми випрямленого струму I_d, струму інвертора I_{inv}, струму заряду та розряду конденсатора I_c та напруги конденсатора в колі ротора U_c при частоті комутації f_k =0,6 кГц. Для ініціації найбільш несприятливого режиму та подальшої оцінки адаптивності ЕМС з імпульсним регулюванням в колі ротора АД, було реалізовано сценарій із навмисною деградацією частоти перемикання силового транзистора K до рівня f_k =0,6 кГц. Отримані результати чисельного моделювання свідчать про виняткову демпфувальну здатність ЕМС попри мінімальну частоту f_k. При цьому амплітуда пульсаційної складової напруги на конденсаторі демонструє стійку стабілізацію на рівні, що не перевищує 3%. При чому, відповідно до рис. 2, б, та рис. 6, рівень пульсація

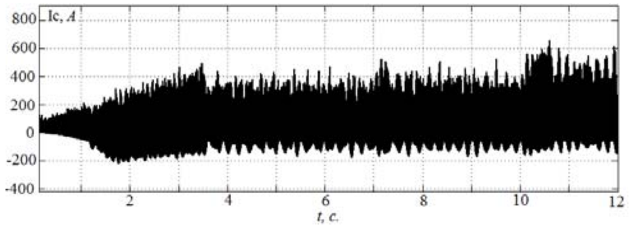
електромагнітного моменту при f_k =0,6 кГц практично не відображається на рівні пульсації частоти обертання ротора АД за рахунок великої інерції всіє ЕМС з вентиляторним навантаженням.



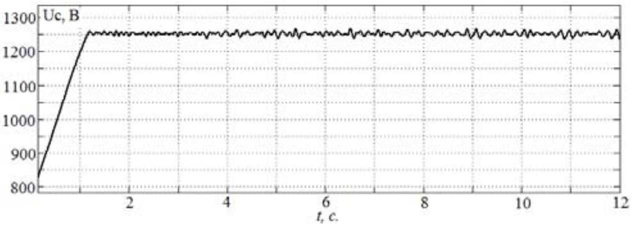
а) випрямлений струм в колі ротора;



б) струм через інвертор відомий мережею;



в) струм заряду та розряду конденсатора в колі ротора;



г) напруга конденсатора в колі ротора

Рисунок 7. Часові діаграми струмів на напруги на конденсаторі в колі випрямленого струму ЕМС з АД типу 4АЗМ-400 потужністю 630кВт при f_k = 0,6кГц

Зменшення пульсації струмів та електромагнітного моменту можна забезпечити за рахунок підвищення частоти комутації f_k. Але в даному видатку можуть значно зрости комутаційні втрати, які можуть призвести до зменшення ККД всієї ЕМС. Для цього, для таких складних високовольтних ЕМС проведені додаткові дослідження щодо визначення оптимального значення f_k при якому забезпечується найменший рівень ККД в залежності від робочого ковзання АД [18].

Таким чином, запропонована ЕМС з імпульсним регулюванням в колі випрямленого струму ротора виявляє яскраво виражені адаптивні властивості. Вона демонструє високу робастність і здатність до прецизійного нівелювання будь-яких стохастичних збурень аеродинамічного навантаження, зберігаючи при цьому стійкість і надійність регулювання швидкості обертання АД, тим самим підтримуючи стабільність провітрювання шахтних виробок навіть за умов критично заниженої частоти комутації силового ключа.

За результатами коло-польового моделювання ЕМС, на рис. 8 побудовані залежності $cos(\varphi) = f(s)$ в квазіусталеному режимі роботи АД серії 4АЗМ потужністю $P_н$ = 630кВт (крива 1), $P_н$ = 800 кВт (крива 2) та $P_н$ = 1000 кВт (крива 3), а також залежності результуючого коефіцієнта потужності для $k_M = f(s)$ при відповідних потужностях АД (криві 4, 5, 6) з врахуванням компенсації реактивної потужності інвертором відомим мережею, працюючого з кутом інвертування β =10°.

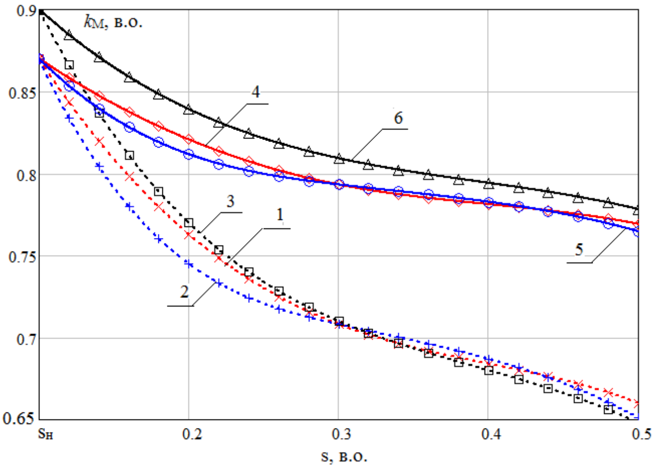


Рисунок 8. Залежності коефіцієнтів k_M АД серії 4АЗМ та результуючого k_M ЕМС від ковзання ротора

Як показує аналіз отриманих результатів, завдяки рекуперації енергії ковзання ротора АД до мережі електропостачання інвертор відомий мережею буде споживати реактивну потужність, при цьому віддавати активну потужність. В цьому випадку має місце значне зростання коефіцієнта потужності ЕМС, який при s=0,5 зростає від $k_M = 0{,}64$ до $k_M = 0{,}79$. При збільшенні частоти обертання ротора, кількість енергії ковзання ротора зменшується за рахунок зменшення ЕРС ротора. При цьому, при досягненні ковзання ротора до свого номінального значення, коефіцієнт потужності ЕМС буде збільшуватись від k_M =0,78 до k_M =0,9. Це призводить до зменшення різниці між $cos(\varphi)$ АД та коефіцієнтом потужності k_M ЕМС. При збільшенні ковзання ротора АД, зменшення $cos(\varphi)$

АД , отже k_M викликано збільшеним споживанням реактивної потужності АД з мережі, а також зростанням *THD* струму статора та ротора АД. Таким чином, використання імпульсного регулювання в колі випрямленого струму ротора АД забезпезпечує підвищення коефіцієнтом потужності k_M на всьому діапазоні зміни ковзання ротора в вказіусталеному режимі роботи АД, що є дуже важливим при застосуванні високовольтних ЕМС з вентиляторним характером навантаження.

На рис. 9 та рис. 10 наведені результати чисельних розрахунків у вигляді сімейства окремих залежностей ККД АД від ковзання його ротора серії 4АЗМ потужністю $P_н$=630 кВт, (крива 1) $P_н$=800кВт (крива 2), $P_н$=1000кВт (крива 3) працюючих в квазіусталеному режимі роботи з вентиляторних характером навантаження (рис. 9), а також сімейства залежностей

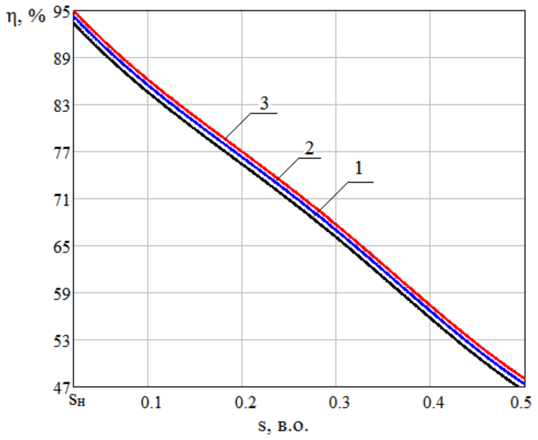


Рисунок 9. Результати чисельних розрахунків залежності окремого значення ККД АД серії 4АЗМ від величини ковзання його ротора в квазіусталеному режимі роботи

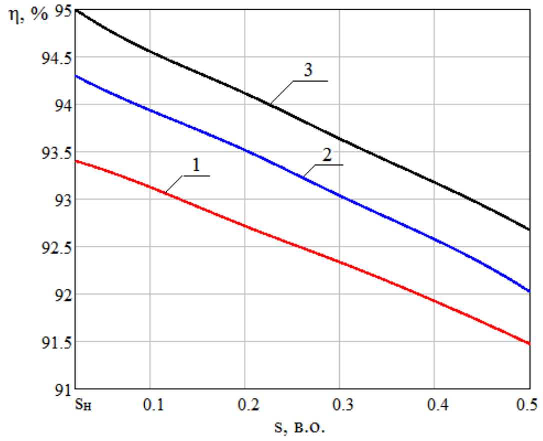


Рисунок 10. Результати чисельних розрахунків залежності результуючого значення ККД ЕМС від ковзання ротора серії 4АЗМ в квазіусталеному режимі роботи

сумарного ККД всієї ЕМС від ковзання при відповідних потужностях виконавчого АД.

Як показує аналіз дослідження, за рахунок рекуперації вивільненої енергії ковзання ротора АД, відносне значення ККД ЕМС по відношенню до окремого значення ККД АД збільшується від 47% до 95%. Причому прирощення ККД зі збільшенням ковзання ротора АД буде мати лінійний характер, тобто лінійно зростати пропорційно збільшенню вивільненої енергії ковзання ротора АД. При роботі АД на істотній характеристиці, тобто коли виводи обмотки ротора АД замкнено накоротко, ковзання ротора буде дорівнювати своєму номінальному значенню, а енергія ковзання ротора буде дорівнювати нулю. В цьому випадку значення ККД АД та результуюче значення ККД ЕМС буде дорівнювати один одному. Залежність при якій, зі збільшенням ковзання ротора має місце зменшення ККД АД а також результуючого значення ККД ЕМС викликано збільшення коефіцієнтів *THD* струму статора та ротора, що причинить зростання електричних втрат в обмотках та додаткових втрат в осердях статора та ротора.

Таким чином проведений аналіз енергетичних процесів в ЕМС з імпульсним регулюванням швидкості ротора АД підтверджує високу енергоефективність запропонованого способу регулювання швидкістю обертання ротора високовольтних АД, які застосовуються переважно для потужних вентиляційних установок.

Конфлікт інтересів. Автори заявляють про відсутність конфлікту інтересів.

V. ВИСНОВКИ

Досліджено електромагнітні та енергетичні процеси електромеханічної з вентиляторним характером навантаження з урахуванням змінних аеродинамічних параметрів шахтної вентиляційної магістралі.

Запропонована електромеханічна система з імпульсним регулюванням в колі випрямленого струму ротора виявляє яскраво виражені адаптивні властивості. Вона демонструє високу робастність і здатність до прецизійного нівелювання будь-яких стохастичних збурень аеродинамічного навантаження, зберігаючи при цьому стійкість і надійність регулювання швидкості обертання асинхронного двигуна, тим самим підтримуючи стабільність провітрювання шахтних виробок навіть за умов критично заниженої частоти комутації вентилів перетворювача.

Проведений аналіз енергетичних процесів в ЕМС з імпульсним регулюванням швидкості ротора АД підтверджує високу енергоефективність запропонованого способу регулювання швидкістю обертання ротора високовольтних АД, які застосовуються переважно для потужних вентиляційних установок. Встановлено, що при регулюванні швидкості в діапазоні ковзань s = 0,5 ÷$s_{ном}$ досягається підвищення коефіцієнта потужності системи до 0,80–0,93 та ККД до 92,5–94,5

%, що перевершує показники нерегульованого електропривода на 0,25 та 40 % відповідно.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

[1] Новий підхід до регулювання вентиляції у вугільних шахтах / Н.І. Антошченко та ін. *Вугіль України*. 2014. №3. С. 29–32.

[2] Zhang Y., Wang J., Li Z. Efficiency optimization of wound rotor induction motor with active front end converter. *IEEE Transactions on Energy Conversion*. 2020. Vol. 35. No.2. P. 812–821. DOI: https://doi.org/10.1109/TEC.2019.2954315

[3] Kumar A., Chatterjee K. Model predictive control of slip power recovery drives. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*. 2018. Vol. 65. No. 5. P. 3245–3254. DOI: https://doi.org/10.1109/TIE.2018.2798620

[4] Marques G. D., Ierapetritou M. Direct torque control of doubly fed induction motor for high-power applications. *IET Electric Power Applications*. 2016. Vol. 10. No.8. P. 750–758. DOI: https://doi.org/10.1049/iet-epa.2016.0123

[5] Abad G., Lopez J. Advanced control strategies for slip-ring induction motors. *IEEE Industrial Electronics Magazine*. 2014. Vol.8. No. 4. P. 24–35. – DOI: https://doi.org/10.1109/MIE.2014.2323567

[6] Nguyen T. H., Lee D. C. Sensorless control of wound rotor induction motor drives using sliding mode observer. IEEE *Transactions on Industry Applications*. 2017. Vol.53, No.4. P. 3678–3687. – DOI: https://doi.org/10.1109/TIA.2017.2681024

[7] Ali M., Kazmi S. M. Predictive torque control for high-power industrial fans with wound rotor induction motors. *IEEE Access*. 2020. Vol.8. P. 112450–112462. DOI: https://doi.org/10.1109/ACCESS.2020.3003461

[8] Gao S., Zhang H. Adaptive sliding mode control for wound rotor induction motors in mining ventilation systems. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems*. 2023. Vol.53, No.6. P. 3521–3531. DOI: https://doi.org/10.1109/TSMC.2022.3224719

[9] Singh B., Jain S. Power quality improvement in Scherbius drive using active power filter. IEEE Transactions on Power Electronics. 2015. Vol. 30, No.11. P. 6043–6052. DOI: https://doi.org/10.1109/TPEL.2015.2393310

[10] Li H., Chen Z., Wu X. Harmonics mitigation in subsynchronous cascade drives using space vector modulation. *Electric Power Systems Research*. 2019. Vol.172. P. 105–114. DOI: https://doi.org/10.1016/j.epsr.2019.03.011

[11] Wang F., Chen X., Kennel R. Matrix converter based slip power recovery system for fan applications. *IEEE Transactions on Industrial Informatics*. 2021. Vol. 17, No.3. P. 1823–1832. – DOI: https://doi.org/10.1109/TII.2020.2985123

[12] Perez A., Rodriguez P. Slip power recovery utilizing multilevel converters for high-voltage applications // *IEEE Transactions on Industry Applications*. – 2015. – Vol. 51, No. 5. – P. 4021–4030. – DOI: https://doi.org/10.1109/TIA.2015.2416124

[13] Datta R., Ranganathan V. T. Grid synchronization techniques for doubly fed induction motor drives. *IET Power Electronics*. 2019. Vol. 12, No. 7. P. 1745–1753. –DOI: https://doi.org/10.1049/iet-pel.2018.5204

[14] Rossi C., Casadei D. Energy saving evaluation of subsynchronous cascade drives in variable-torque pump and fan applications. *Renewable and Sustainable Energy Reviews*. 2016. Vol. 55. P. 825–836. – DOI: https://doi.org/10.1016/j.rser.2015.10.125

[15] Kotsur M., Danylchenko D., Synetskyi A. Development of a Mathematical Circuit-Field Model for Complex Electromechanical Systems with Pulse Regulation. *Smart Innovations in Energy and Mechanical Systems. SIEMS 2025. Lecture Notes in Networks and Systems*. 2026. (не опубліковано)

[16] Коцур М., Данильченко Д., Синецький А. Вдосконалення підходів щодо лінеаризації магнітних властивостей осердя електромеханічних перетворювачів для чисельних розрахунків. Електротехніка та електроенергетика. 2026. №1. С. 7–15. doi: https://doi.org/10.15588/1607-6761-2026-1-1

[17] Чермалих В. М, Чермалих А. В., Данілін А. В., Майданський І. Я. Моделювання режимів роботи електромеханічних систем з врахуванням виду навантаження. *Вісник КДПУ імені Михайла Остроградського*. 2009. №4 (57). С. 107-111.

[18] Синецький А. В., Коцур І. М. Особливості мінімізація сумарних електричних втрат високовольтних електромеханічних систем для стаціонарних установок промислових вентиляторів. *Електротехніка та електроенергетика*. 2025. №1. С. 17–24. DOI: https://doi.org/10.15588/1607-6761-2025-1-2

Надійшла *(Received) 09.03.2026;*
Прийнята *(Accepted) 01.05.2026;*
Опублікована *(Published) 29.05.2026;*

FEATURES OF THE CONTROL CHARACTERISTICS AND ENERGY PERFORMANCE OF AN ELECTROMECHANICAL SYSTEM BASED ON HIGH-VOLTAGE WOUND-ROTOR INDUCTION MOTORS

SYNETSKYI A.V. postgraduate student of the National University "Zaporizhzhia Polytechnic", Zaporizhzhia, Ukraine, ORCID: https://orcid.org/0009-0005-1859-4171; e-mail: xibi-tur@ukr.net;

Purpose. *Conducting a comprehensive research and analysis of the control characteristics and energy performance variations in electromechanical systems based on high-voltage wound-rotor induction motors with a fan-type load and pulse control in the rectified rotor current circuit, aimed at developing scientifically substantiated methods to improve their overall energy efficiency and minimize power losses in steady-state and transient operating modes.*

Methodology. *The theoretical studies are based on the fundamental principles of electrical circuit theory, the theory of electrical machines and automated electric drives, as well as the equations of mathematical physics to describe electromechanical energy conversion processes in high-voltage wound-rotor induction motors, utilizing computer simulation, numerical methods, interpolation, and function approximation.*

Findings. *The electromagnetic and energy processes of an electromechanical system with a fan-type load have been investigated, taking into account the variable aerodynamic parameters of the mine ventilation network. The proposed electromechanical system, featuring pulse control in the rectified rotor current circuit, exhibits pronounced adaptive properties. It demonstrates high robustness and the ability to precisely mitigate any stochastic disturbances in the aerodynamic load. Concurrently, it maintains the stability and reliability of the induction motor's speed control, thereby sustaining stable ventilation of the mine workings even under conditions of a critically reduced switching frequency of the converter switches. It has been established that during speed regulation within the slip range of* $s = 0.5 \div s_{nom}$*, the system's power factor increases to 0.80–0.93 and its efficiency reaches 92.5–94.5%, which exceeds the performance of an unregulated electric drive by 0.25 and 40%, respectively.*

Originality. *The principles of designing energy-efficient control systems for fan installations have been further developed. It has been proven that the application of pulse control in electromechanical systems with fan loads and variable network aerodynamics not only stabilizes operational processes but also significantly increases the overall power factor (up to 0.80–0.93) and system efficiency at reduced rotor speeds of the induction motor.*

Practical value. *The practical value of the study lies in demonstrating the economic and technical feasibility of implementing pulse control systems for high-voltage induction motors integrated into electromechanical systems for industrial fan installations. The application of such electromechanical systems at operating industrial facilities allows not only to ensure a precise response of the fan unit to changes in the aerodynamic resistance of the network, but also to improve significantly the energy performance of the enterprise, as well as to extend the maintenance interval of expensive high-voltage motors.*

Keywords: high voltage, control, electromechanical system, modeling, energy performance, energy losses, fan load, power consumption, mining equipment

REFERENCES

[1] Antoshchenko N.I., Kalyuzhny V.V., Koptikov V.P., al. (2014). A new approach to the regulation of ventilation in coal mines. Ugol Ukrainyi, (3), 29–32.

[2] Zhang Y., Wang J., Li Z. (2020). Efficiency optimization of wound rotor induction motor with active front end converter. IEEE Transactions on Energy Conversion, 35, (2), 812–821. – DOI: 10.1109/TEC.2019.2954315

[3] Kumar A., Chatterjee K. (2018). Model predictive control of slip power recovery drives. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 65, (5), 3245–3254. DOI: https://doi.org/10.1109/TIE.2018.2798620

[4] Marques G. D., Ierapetritou M. (2016). Direct torque control of doubly fed induction motor for high-power applications. IET Electric Power Applications, 10, (8), 750–758 DOI: https://doi.org/10.1049/iet-epa.2016.0123

[5] Abad G., Lopez J. (2014). Advanced control strategies for slip-ring induction motors. IEEE Industrial Electronics Magazine, 8, (4), 24–35. – DOI: https://doi.org/10.1109/MIE.2014.2323567

[6] Nguyen T. H., Lee D. C. (2017). Sensorless control of wound rotor induction motor drives using sliding mode observer. /IEEE Transactions on Industry Applications, 53, (4), 3678–3687. DOI: https://doi.org/10.1109/TIA.2017.2681024

[7] Ali M., Kazmi S. M. (2020). Predictive torque control for high-power industrial fans with wound rotor induction motors. IEEE Access, (8). 112450–112462. – DOI: https://doi.org/10.1109/ACCESS.2020.3003461

[8] Gao S., Zhang H. (2023). Adaptive sliding mode control for wound rotor induction motors in mining ventilation systems. IEEE Transactions on Systems,

Man, and Cybernetics: Systems, 53, (6), 3521–3531. DOI: https://doi.org/10.1109/TSMC.2022.3224719

[9] Singh B., Jain S. (2015). Power quality improvement in Scherbius drive using active power filter. IEEE Transactions on Power Electronics, 30, (11), 6043–6052. DOI: https://doi.org/10.1109/TPEL.2015.2393310

[10] Li H., Chen Z., Wu X. (2019). Harmonics mitigation in subsynchronous cascade drives using space vector modulation. Electric Power Systems Research, 172, 105–114. – DOI: https://doi.org/10.1016/j.epsr.2019.03.011

[11] Wang F., Chen X., Kennel R. (2021). Matrix converter based slip power recovery system for fan applications. IEEE Transactions on Industrial Informatics, 17, (3), 1823–1832. DOI: https://doi.org/10.1109/TII.2020.2985123

[12] Perez A., Rodriguez P. (2015). Slip power recovery utilizing multilevel converters for high-voltage applications. IEEE Transactions on Industry Applications, 51, (5), 4021–4030. DOI: https://doi.org/10.1109/TIA.2015.2416124

[13] Datta R., Ranganathan V. T. (2019). Grid synchronization techniques for doubly fed induction motor drives. IET Power Electronics, 2019, 12, (7), 1745–1753. DOI: https://doi.org/10.1049/iet-pel.2018.5204

[14] Rossi C., Casadei D. (2016). Energy saving evaluation of subsynchronous cascade drives in variable-torque pump and fan applications. Renewable and Sustainable Energy Reviews, 55, 825–836. – DOI: https://doi.org/10.1016/j.rser.2015.10.125

[15] Kotsur M., Danylchenko D., Synetskyi A. (2026). Development of a Mathematical Circuit-Field Model for Complex Electromechanical Systems with Pulse Regulation. Smart Innovations in Energy and Mechanical Systems. SIEMS 2025. Lecture Notes in Networks and Systems.

[16] Kotsur, M., Danylchenko, D., & Synetskyi, A. (2026). Improving approaches to the linearization of magnetic properties of electromechanical converter cores for numerical calculations. Electrical Engineering and Power Engineering, (1), 7–15. https://doi.org/10.15588/1607-6761-2026-1-1

[17] Chermalykh V. M., Chermalykh A. V., Danilin A. V., Maidansky I. Ya. (2009). Modeling of operating modes of electromechanical systems taking into account the type of load. Bulletin of the Mykhailo Ostrogradsky Kyiv Polytechnic University, 2009, (4), 107-111.

[18] Synetskyi, A., & Kotsur, I. (2025). Features of minimizing total electrical losses in high-voltage electromechanical systems for stationary industrial fan installations. Electrical Engineering and Power Engineering, (1), 17–24. https://doi.org/10.15588/1607-6761-2025-1-2

UDC 621.316.13

A CURSOR-BASED METHOD FOR MEASURING CAPACITANCE AND RESISTANCE

HASANOV A.R. Dr. Sc., Professor, Vice-Rector for Scientific Affairs of the National Aviation Academy, Baku, Azerbaijan, ORCID: https://orcid.org/0000-0003-4141-5969, e-mail: ahesenov@naa.edu.az

HASANOV R.A. Dr. Sc., Associate Professor of the Department of Radio Electronics, National Aviation Academy, Baku, Azerbaijan, ORCID: https://orcid.org/0000-0003-3419-8599, e-mail: rhasanov@naa.edu.az

AGHAYEV E.A. Ph.D., Associate Professor of the Department of Radio Electronics, National Aviation Academy, Baku, Azerbaijan, ORCID: https://orcid.org/0000-0002-9861-2624, eaghayev@naa.edu.az

AHMADOV R.A. Ph.D., Senior lecturer of the Department of Radio Electronics, National Aviation Academy, Baku, Azerbaijan, ORCID: https://orcid.org/0000-0002-5731-695X, rovhanahmadov@naa.edu.az

Purpose. *The purpose of this work is to develop and experimentally validate a cursor-based method for measuring capacitance and resistance in an RC circuit using a digital oscilloscope. The study focuses on determining circuit parameters through the time constant extracted from transient response waveforms.*

Methodology. *The research is based on analytical modeling of an RC circuit using step-response theory and Heaviside unit step functions. The transient response to a rectangular input pulse is mathematically described, and the time constant ($\tau = RC$) is determined from the characteristic waveform levels (63.2% during charging and 36.8% during discharging). Experimental validation is carried out using a pulse generator, a digital oscilloscope, and a test RC circuit. The cursor measurement technique is applied directly to oscilloscope waveforms to extract time-domain parameters without additional computational processing.*

Findings. *The study demonstrates that the proposed method enables the accurate determination of the circuit parameters. For the test circuit with $R = 1$ kΩ and $C = 1$ μF, the measured time constant $\tau = 1$ ms coincides with the theoretical value. The method provides reliable results when the input pulse duration is selected appropriately (3–5 times the rise time). Experimental waveforms show strong agreement with theoretical predictions, confirming the correctness and stability of the approach.*

Originality. *The originality of the work lies in the development of a simple and practical cursor-based technique for parameter extraction directly from oscilloscope displays without complex data processing. Unlike traditional measurement methods, the proposed approach emphasizes real-time visual determination of electrical parameters using transient response characteristics.*

Practical value. *The method is easy to implement using standard laboratory equipment and does not require specialized measurement instruments such as LCR meters. It is particularly useful for educational laboratories, engineering practice, and rapid diagnostics of electronic circuits, offering high accuracy due to precise time measurements of modern oscilloscopes.*

Keywords: *RC circuit; time constant; capacitance measurement; resistance measurement; transient response; digital oscilloscope; cursor method; step response; electrical measurements.*

.

I. INTRODUTION

Methods used for measuring resistance include: the bridge method (e.g., Wheatstone bridge), which compares an unknown resistance with known reference values; the direct current method, which calculates resistance using voltage and current measurements according to Ohm's law; digital multimeters, which commonly include resistance measurement functionality; the alternating current method, which relies on the phase relationship between current and voltage; the four-terminal (Kelvin) method, which eliminates the influence of lead resistance; and the voltage divider method, which determines resistance based on voltage distribution [1] - [4].

The selection of a specific method for measuring capacitance or resistance depends on the required accuracy, measurement range, and the availability of instrumentation.

Modern digital oscilloscopes provide extremely high

© Hasanov A.R., Hasanov R.A., Aghayaev E.A., Ahmadov R.A. 2026
Creative Commons Attribution-ShareAlike 4.0 International License **(CC-BY-CA 4.0)**

DOI: https://doi.org/10.15588/1607-6761-2026-2-5

accuracy in measuring time-related parameters, reaching up to 0.0001%. This capability can be utilized to develop a more precise approach, namely the cursor-based method for measuring capacitance and resistance.

Any electrical circuit responds to an input signal not instantaneously but with a certain delay. This behavior is described by the step response g(t) of the circuit. The primary parameter of the step response is the time constant τ. The time constant is defined as the time interval from the moment a unit step input is applied to the circuit until the output reaches a level of $(1 - 1/e) \cdot 100 = 63{,}2\%$ of its steady-state value.

Unlike traditional transient-based approaches, the proposed method emphasizes direct parameter extraction using oscilloscope cursor positioning without additional computational processing. The method is optimized for practical implementation, including recommendations for pulse duration selection and measurement conditions to improve accuracy and repeatability.

The object of study is the transient charging and discharging process of an RC circuit excited by a rectangular pulse and recorded by a digital oscilloscope.

The subject of study is a cursor-based method for determining the time constant of an RC circuit and indirectly measuring capacitance or resistance from the transient response waveform.

The purpose of the work is to develop and experimentally verify a cursor-based method for measuring capacitance and resistance in an RC circuit by determining the time constant from the transient response displayed on a digital oscilloscope

II. ANALYSIS OF LAST RESEARCHES

The measurement of resistance and capacitance is a fundamental task in electrical engineering, instrumentation, and laboratory diagnostics. Conventional resistance measurement techniques include bridge-based methods, direct current methods based on Ohm’s law, digital multimeters, four-terminal measurement techniques, and voltage-divider-based approaches. These methods are well established and provide reliable results under standard measurement conditions, especially when the un-known resistance is measured directly using dedicated instruments [1], [3], [4].

Similarly, capacitance measurement is commonly performed using LCR meters, RC bridge methods, or indirect transient-based approaches. In practical educational and laboratory environments, however, the availability of specialized instruments may be limited. For this reason, indirect methods based on circuit response analysis remain relevant, particularly when modern digital oscilloscopes with high temporal resolution are available [2], [3].

The theoretical basis for transient-based measurement methods is rooted in the classical analysis of linear time-invariant circuits. The time-domain response of first-order RC circuits to step and pulse excitations has been extensively described in the literature. In particular, the capacitor voltage in a first-order RC circuit under unit-step excitation follows an exponential law characterized by the time constant τ = RC, which determines the speed of charging and discharging processes [3], [4]. This relation-ship makes it possible to estimate either resistance or capacitance when one of the parameters is known and the time constant is measured experimentally.

Mathematical representations of step and pulse signals using the Heaviside unit step function are also widely used in electrical engineering and applied mathematics. Such representations simplify the derivation of analytical expressions for the input and output signals of linear circuits under piecewise-defined excitation [5]–[7]. In particular, the decomposition of a rectangular pulse into two shifted unit-step functions of opposite polarity provides a convenient analytical framework for modeling the transient response of RC circuits, which directly supports the method proposed in this study [5], [6].

Previous research has also demonstrated that transient analysis can be used not only for classical parameter estimation, but also for more advanced circuit diagnostics. For example, probabilistic and analytical approaches to the investigation of RC transient behavior with un-known capacitance have been reported, confirming that the transient waveform contains sufficient information for parameter identification [2]. Other studies have considered the behavior of RC circuits under more complex or disturbed operating conditions, including stability analysis and data-driven evaluation methods, further confirming the diagnostic significance of transient responses [12].

The significance of the RC time constant as a measurable physical quantity has been emphasized in both theoretical and applied studies. Oldham analyzed the physical interpretation and practical implications of the RC time constant in electrochemical systems, showing that the concept of the time constant remains central across different domains of circuit and system analysis [10]. In addition, studies devoted to transient and steady-state analysis of electrical circuits, including first- and second-order systems, support the broader applicability of time-domain parameter extraction techniques in engineering measurements [11].

A key practical consideration in transient-based measurement is the correct selection of the excitation pulse duration relative to the dynamic properties of the circuit. The rise time of the response waveform is directly related to the time constant and can be used as a practical criterion for selecting the duration of the rectangular pulse applied to the circuit. Related measurement studies have shown that the relationship between transient duration and system response is essential for improving accuracy and avoiding waveform distortion during observation and parameter extraction [9], [10].

Despite the availability of substantial theoretical literature on RC transient analysis, most published sources focus either on general circuit theory or on the use of dedicated measurement instruments. Comparatively less at-

tention has been given to simple oscilloscope-based cursor methods that can be directly implemented in laboratory practice without complex postprocessing. Therefore, the present study addresses this gap by proposing a practical method in which the time constant is determined directly from the oscilloscope screen using cursor positioning at characteristic levels of the transient waveform, namely 63.2% during charging and 36.8% during discharging. This approach combines classical circuit theory with the precision timing capabilities of modern digital oscilloscopes and offers a straightforward solution for indirect measurement of capacitance and resistance in RC circuits [2]–[4], [9], [10].

III. FORMULATION OF THE WORK PURPOSE

Measuring the capacitance of a capacitor and the resistance of a resistor is one of the most common operations in applied electronics. A wide range of measuring instruments are used for this purpose. In some cases, highly accurate measurements are required. Specialized measuring instruments have been developed for this purpose. However, both of these instruments are unavailable to the average user. Therefore, the method for measuring capacitance and resistance using a cursor described in this article is of great practical importance. The measurement is based on the formula for the time constant of an RC circuit: $\tau = R_x C$ or $\tau = RC_x$, where R_x and C_x are the measured resistance and capacitance, respectively. These formulas relate three parameters: resistance, capacitance, and time constant. Clearly, given the known values of two parameters, the third parameter can be calculated as: $R_x = \tau / C$ or $C_x = \tau / R$. The accuracy of the measurement is directly determined by the accuracy of the time constant. High accuracy in time constant measurements is more than guaranteed by modern digital oscilloscopes. However, in most cases, even a hobbyist oscilloscope can provide the required accuracy.

IV. EXPOUNDING THE MAIN MATERIAL AND RESULTS ANALYSIS

For the purposes of this study, it is assumed that a rectangular pulse duration τ_i is applied to the input of the electrical circuit. As a result, a pulse of the same duration τ_i is formed at the output. The mathematical representations of the input and output signals, expressed using the Heaviside function $\sigma(t)$ are given as follows [5]-[8]:

$$u_{\text{in}}(t) = \sigma(t) - \sigma(t - \tau_i), \tag{1}$$

$$u_{\text{out}}(t) = g(t) \cdot \sigma(t) - g(t - \tau_i) \cdot \sigma(t - \tau_i). \tag{2}$$

In expressions (1) and (2), the amplitudes of the input and output signals are not considered, as they do not affect the nature of the problem under investigation. The circuit diagram of an RC network, in which the output signal is taken as the voltage across the capacitor is shown in Figure 1.

The step response of the RC circuit is given by [3]:

$$g(t) = [1 - \exp(-t/\tau)] \cdot \sigma(t), \tag{3}$$

where $\tau = RC$ is the time constant of the RC circuit.

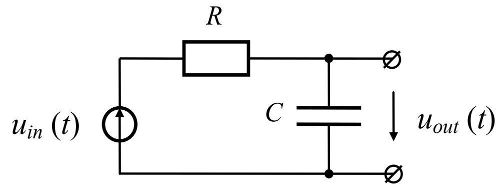


Figure 1. RC Circuit Diagram

Based on the above analysis, it can be inferred that a known step response of the RC circuit and a known resistor value (R) can be used to determine the capacitance (C_x). Conversely, a known step response and a known capacitance (C) can be used to determine the resistor value (R_x).

In accordance with the problem under consideration, it is necessary to establish a direct relationship between the step response, the time constant, and the shape of the output signal of the RC circuit. Using equation (3), the step response of an RC circuit with component values R=1 kΩ and C=1 µF was calculated and plotted (Fig. 2). It should be noted that the actual values of the RC circuit components can be arbitrary.

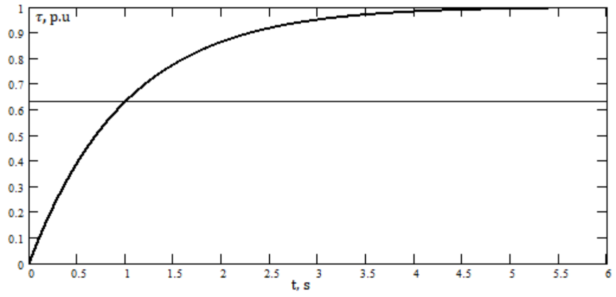


Figure 2. Step Response of the RC Circuit for R=1 kΩ and C=1 µF

From the graph in Figure 2, it can be observed that at the time t =1 ms, the step response reaches 63.2% of its final value, in this case, unity. In other words, the time constant of the considered RC circuit, determined indirectly from the graph, is 1 ms, which coincides with the calculated value RC = 1 ms.

From the standpoint of practical implementation, a unit step voltage is not typically used in measurements; instead, a rectangular pulse of duration τ_i is applied. This pulse is formed by two-unit step signals of opposite polaity, shifted relative to each other by the time interval τ_i.

Using equation (2), the output response of the RC circuit with parameters R=1 кΩ and C=1 µF to an input rectangular pulse of duration τi = 5 ms was calculated and plotted (Figure 3).

Under these conditions, the time constant of the RC

circuit can be determined from both the rising and the falling edges of the output response. When determining the time constant from the rising edge, the time at which the output response reaches 63.2% of its steady-state value is measured. When determining the time constant from the falling edge, the time at which the output response decreases to 36.8% of its steady-state value is measured. In the latter case, the measured time is equal to the sum of the pulse duration and the time constant of the RC circuit.

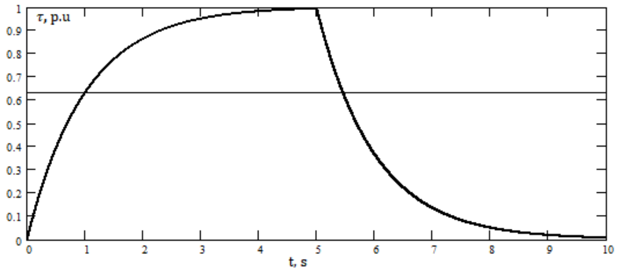


Figure 3. Output Response of the RC Circuit with for R=1 kΩ and C=1 μF to a Rectangular Input Pulse of Duration τi=5ms

During the measurement process, the selection of the input pulse duration τi is of significant importance. In this context, it is necessary to consider the rise time of the step response τ_r. This parameter is related to the time constant τ as follows [9-12]:

$$\tau_r = \ln(9) \cdot \tau. \tag{4}$$

For improved accuracy, the duration of the input pulse τi should be selected to be 3–5 times greater than the rise time τr of the step response of the RC circuit.

The graphs in Figure 2 and Figure 3, as well as equations (1), (2), (3), and (4), clearly illustrate the relationship be-tween the step response, the time constant, and the shape of the output signal of the RC circuit. All of these provide a solid theoretical foundation for the cursor-based meth-od of measuring resistance and capacitance in an RC circuit.

This section describes the measurement procedure. It should be noted that the procedure is not strictly fixed and may be adapted depending on the specific conditions. The experimental setup is shown in Figure 4. A rectangular pulse with a duration of τ_i=5 ms, generated by the G5-54 pulse generator, is applied to the input of the RC circuit and is also used to trigger a RIGOL MSO 4052 oscilloscope.

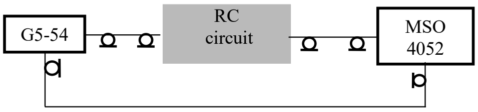


Figure 4. Experimental Setup Diagram

The rectangular pulse of duration τ_i=5 ms from the G5-54 pulse generator and the signal from the output of the RC circuit are applied to the first and second input channels of the MSO 4052 oscilloscope, respectively.

The oscilloscope waveform of the input signal in the form of a rectangular pulse with a duration of τ_i=5 ms and an amplitude of 2 V is shown in Fig. 5(2). The corresponding output response waveform of the RC circuit with parameters R=1 кΩ and C=1 μF is also presented in the same figure Figure 5.

The output response waveform of the RC circuit matches the shape of the calculated graph shown in Figure 3. Therefore, any parameter measured from the output response waveform of the RC circuit can be used to verify the theoretical assumptions for this electrical circuit. In other words, the time constant value obtained from the output waveform can be used to determine the resistance and the capacitance.

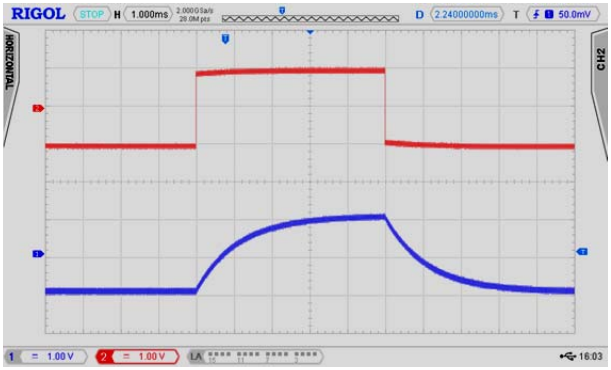


Figure 5. Oscilloscope Waveforms of the RC Circuit Response (1) with R=1 kΩ and C=1 μF to a Rectangular Input Pulse (2) with Duration τ_i=5ms

Measurement. The principle is as follows. One of the components of the RC circuit (Figure 1) is to be measured, while the other component is known. The cursor is positioned at the level corresponding to 63.2% of the steady-state value of the output response. In this case, this level equals 1.264 V. The time constant is then determined; in this example, τ = 1 ms. Subsequently, using the relation τ = RC, the unknown parameter is calculated. In this case, a resistance of 1 kΩ corresponds to a capacitance of 1 μF.

The obtained results confirm that the proposed cursor-based method is theoretically justified and practically feasible for the indirect measurement of capacitance and resistance in first-order RC circuits. The method relies on the well-known exponential nature of the transient response and the physical meaning of the time constant τ = RC. Since the time constant can be identified from characteristic points of the waveform, namely 63.2% of the steady-state value during charging or 36.8% during discharging, the unknown circuit parameter can be calculated directly when the other parameter is known [3, 4, 10].

One of the principal advantages of the proposed method is its simplicity. Unlike bridge-based or dedicated LCR measurement techniques, the method does not require specialized capacitance or resistance meters. Instead, it uses a standard laboratory configuration consisting of a pulse generator, a digital oscilloscope, and a reference component. This makes the method especially useful in educational laboratories, engineering training, and situations where rapid approximate diagnostics are needed using already available instruments [1], [3].

The experimental results presented in this study demonstrate good agreement between theory and practice. For the tested circuit with R = 1 kΩ and C = 1 μF, the experimentally determined time constant was τ = 1 ms, which exactly matches the theoretical value RC = 1 ms. In addition, the observed oscilloscope waveform was consistent with the analytically calculated transient response. This agreement indicates that the proposed approach preserves the essential dynamic behavior predicted by classical circuit theory and that cursor-based extraction of the time constant is sufficiently accurate under controlled laboratory conditions [2], [3], [8].

An important practical issue is the selection of the input pulse duration. If the rectangular pulse is too short, the capacitor may not reach a sufficiently developed transient level before the falling edge begins, which can reduce the accuracy of time-constant estimation. For this reason, the recommendation to choose the pulse duration 3–5 times greater than the rise time of the step response is technically justified. This ensures that the charging transient becomes clearly observable and that the cursor can be placed at the required voltage level with minimal ambiguity [9], [10]. Thus, pulse-duration selection is not merely a procedural detail but a critical factor affecting measurement reliability.

From a metrological point of view, the accuracy of the method depends primarily on the time-measurement precision of the digital oscilloscope and the tolerance of the known reference component. Since modern digital oscilloscopes provide very high temporal resolution, the instrumental contribution of time measurement error can be considered small in comparison with the tolerance of practical resistors and capacitors. Therefore, when precision reference components are used, the method can yield sufficiently accurate results for laboratory and engineering applications [1], [3]. However, in practical implementations, parasitic capacitances, contact resistances, probe loading, and component tolerances may slightly affect the measured waveform and should be considered when very high accuracy is required.

Compared with classical direct measurement techniques, the proposed method has both strengths and limitations. Its main strength lies in the ability to determine the unknown parameter visually and rapidly without additional computational complexity. This makes it highly suitable for demonstration purposes and for intuitive understanding of transient processes in first-order circuits. At the same time, the method is inherently limited to systems whose response can be approximated by a single dominant time constant. In more complex networks, such as higher-order RLC circuits or circuits with significant non-idealities, the transient response may not follow a simple first-order exponential law, and direct cursor-based interpretation becomes less straightforward [4], [11].

Another important aspect is the educational value of the method. Because the measurement process is directly linked to the physical meaning of the RC time constant, the method not only provides a practical measurement tool but also serves as an effective didactic technique. Students can visually observe the charging and discharging process, identify characteristic waveform levels, and immediately connect theoretical formulas with real experimental data. This integration of theory and practice strengthens understanding of linear system response, step functions, and transient analysis [5]–[7].

The proposed method may also be viewed as a foundation for further development. In future studies, the approach can be extended to automated digital processing of oscilloscope data, where software-based cursor placement or waveform fitting could reduce operator dependence and improve repeatability. In addition, similar principles may be adapted for parameter estimation in more complex circuits if appropriate analytical models are used. Therefore, while the present work focuses on a first-order RC circuit, the general concept of extracting circuit parameters from characteristic transient features has broader perspective for instrumentation and diagnostics [2], [8], [12].

Overall, the discussion of the theoretical background, experimental verification, and practical constraints indicates that the cursor-based method is a valid, accessible, and efficient approach for measuring capacitance and resistance in RC circuits. Its combination of analytical transparency, low implementation complexity, and compatibility with common laboratory equipment makes it a useful contribution to both engineering practice and educational methodology [3], [4], [9], [10].

Conflict of interest. The authors declare that they have no conflicts of interest.

V. CONCLUSION

There is a wide variety of rectangular pulse generation circuits. At the same time, the requirements for the pulse parameters are not strict. It is sufficient that the duration of the rectangular pulse be 3–5 times greater than the rise time of the RC circuit step response. Thus, the cursor-based method for measuring capacitance and resistance provides higher measurement accuracy compared to conventional methods when a modern digital oscilloscope and reference resistors and capacitors are available.

REFERENCES

[1] Akhil, M., Venkataramaiah, B. H., & Geethrani, P. (2020). Methods for accurate resistance measurement. International Journal of Engineering and Advanced Technology (IJEAT), 9(5), 446–448.

[2] Farooq-i-Azam, M., Khan, Z. H., Ghani, A., et al.

(2023). An investigation of the transient response of an RC circuit with an unknown capacitance value using probability theory. Symmetry, 15(7), Article 1378. https://doi.org/10.3390/sym15071378

[3] Sedra, A. S., & Smith, K. C. (2015). Microelectronic circuits. Oxford University Press.

[4] Oppenheim, A. V., Willsky, A. S., & Nawab, S. H. (1997). Signals and systems. Prentice Hall.

[5] Attenborough, M. (2003). Mathematics for electrical engineering and computing. Newnes.

[6] Hoskins, R. F. (2009). Delta functions. Woodhead Publishing.

[7] Lewis, B. J., & Prudil, A. A. (2022). Advanced mathematics for engineering students. Elsevier.

[8] Hasanov, A. R., Binnatov, M. F., Bayramov, R. M., Agayev, E. A., et al. (2025). The analysis of linear stationary system in the time and frequency domains. Bulletin of Azerbaijan National Aerospace Agency, (3), 44–47.

[9] Gasanov, A. R., Gasanov, R. A., Rustamov, A. R., et al. (2022). Acoustooptic methods and tools for measuring parameters of optoelectronic devices. Radioelectronics and Communications Systems, 65, 305–316. https://doi.org/10.3103/S0735272722060048

[10] Oldham, K. B. (2004). The RC time “constant” at a disk electrode. Electrochemistry Communications, 6(2), 210–214. https://doi.org/10.1016/j.elecom.2003.12.002

[11] Ahammodullah, H., Abdul, H., & Al-Amin, M. (2019). Application of linear differential equation in an analysis transient and steady response for second order RLC closed series circuit. American Journal of Circuits, Systems and Signal Processing, 5(1), 1–8.

[12] Lai, B., Li, X., Qin, N., & Zhang, B. (2024). Stability and anomaly analysis of RC circuits under disturbance conditions based on deep learning. In Proceedings of the 6th International Conference on Electronics and Communication, Network and Computer Technology (ECNCT) (pp. 177–181). https://doi.org/10.1109/ECNCT63103.2024.10704366

Received 30.04.2026;
Accepted 14.05.2026;
Published 29.05.2026;

МЕТОД ВИМІРЮВАННЯ ЄМНОСТІ ТА ОПОРУ НА ОСНОВІ КУРСОРА

ГАСАНОВ А.Р. д.т.н., професор, проректор з наукової роботи Національної Авіаційної Академії, Баку, Азербайджан, ORCID: https://orcid.org/0000-0003-4141-5969, e-mail: ahesenov@naa.edu.az

ГАСАНОВ Р.А. д.т.н., доцент кафедри радіоелектроніки, Національна Авіаційна Академія, Баку, Азербайджан, ORCID: https://orcid.org/0000-0003-3419-8599, e-mail: rhasanov@naa.edu.az

АГАЄВ Є.А. к.т.н., доцент кафедри радіоелектроніки, Національна Авіаційна Академія, Баку, Азербайджан, ORCID: https://orcid.org/0000-0002-9861-2624, e-mail: eaghayev@naa.edu.az

АХМАДОВ Р.А. к.т.н., старший викладач кафедри радіоелектроніки, Національна Авіаційна Академія, Баку, Азербайджан, ORCID: https://orcid.org/0000-0002-5731-695X, e-mail: rovhanahmadov@naa.edu.az

Мета роботи. *Метою цієї роботи є розробка та експериментальна перевірка курсорного методу вимірювання ємності та опору в RC-колі за допомогою цифрового осцилографа. Дослідження зосереджено на визначенні параметрів кола за допомогою постійної часу, отриманої з форм сигналів перехідної характеристики.*

Методи дослідження. *Дослідження базується на аналітичному моделюванні RC-схеми з використанням теорії ступінчастої характеристики та одиничних ступінчастих функцій Хевісайда. Математично описано перехідну характеристику на прямокутний вхідний імпульс, а постійну часу ($\tau = RC$) визначено з характерних рівнів форми сигналу (63,2% під час заряджання та 36,8% під час розряджання). Експериментальна валідація проведена за допомогою генератора імпульсів, цифрового осцилографа та тестової RC-схеми. Метод курсорного вимірювання застосовується безпосередньо до форм сигналів осцилографа для вилучення параметрів часової області без додаткової обчислювальної обробки.*

Отримані результати. *Дослідження демонструє, що запропонований метод дозволяє точно визначати параметри кола. Для тестового кола з R = 1 кОм та C = 1 мкФ виміряна стала часу τ = 1 мс збігається з теоретичним значенням. Метод забезпечує надійні результати, коли тривалість вхідного імпульсу вибрана належним чином (у 3–5 разів більше часу наростання). Експериментальні форми сигналів демонструють сильну відповідність з теоретичними прогнозами, що підтверджує правильність та стабільність підходу.*

Наукова новизна. *Оригінальність роботи полягає в розробці простого та практичного методу на основі курсорів для вилучення параметрів безпосередньо з дисплеїв осцилографа без складної обробки даних. На відміну від традиційних методів вимірювання, запропонований підхід робить акцент на візуальному визначенні еле-*

ктричних параметрів у реальному часі за допомогою характеристик перехідного процесу.

Практична цінність. *Метод легко реалізувати за допомогою стандартного лабораторного обладнання та не вимагає спеціалізованих вимірювальних приладів, таких як LCR-метри. Він особливо корисний для навчальних лабораторій, інженерної практики та швидкої діагностики електронних схем, пропонуючи високу точність завдяки точним вимірюванням часу сучасними осцилографами.*

Ключові слова: *RC-коло, стала часу, вимірювання ємності, вимірювання опору, перехідна характеристика, цифровий осцилограф, курсорний метод, ступінчаста характеристика, електричні вимірювання.*

ISSN 1607-6761 (Print) «ЕЛЕКТРОТЕХНІКА ТА ЕЛЕКТРОЕНЕРГЕТИКА» №2 (2026)
ISSN 2521-6244 (Online) Розділ «Електроенергетика»

УДК 663.033

ДОСЛІДЖЕННЯ ЕНЕРГОВИТРАТ НА ПЕРЕМІШУВАННЯ СИРОВИНИ У БІОГАЗОВОМУ РЕАКТОРІ З ВИКОРИСТАННЯМ МЕХАНІЧНИХ МІШАЛОК

СПОДОБА М.О. доктор філософії (Ph.D) асистент кафедри електротехніки, електромеханіки і електротехнологій, Національного університету біоресурсів і природокористування України, Київ, Україна, ORCID: https://orcid.org/0000-0001-6179-0825; e-mail: spmisha@ukr.net,

СПОДОБА О.О. доктор філософії (Ph.D) старший викладач кафедри конструювання машин і обладнання, Національного університету біоресурсів і природокористування України, Київ, Україна, ORCID: https://orcid.org/0000-0001-8217-866X; e-mail: sp1309@ukr.net,

Мета роботи. *Дослідження енергетичних витрат на підтримку врівноваженого стану сировини у біогазовому реакторі за використання механічних мішалок для встановлення ефективної конструкції механічної мішалки.*

Методи дослідження. *Порівняльний аналіз та використання методів математичного моделювання для визначення кількості витраченої енергії на перемішування, узагальнення отриманих результатів.*

Отримані результати. *Формування новітньої та збалансованої енергетичної системи полягає у впровадженні до її складу відновлювальних систем енергетики, серед яких і біогазові технології. Енергоефективність біогазових технологій залежить від величини витраченої енергії на підтримку анаеробного зброджування. Саме цей фактор, є одним із основних при розгляді інвесторами можливостей фінансування проектів щодо будівництва або модернізації біогазових технологій. Одним із основних засобів інтенсифікації анаеробного зброджування є підтримка температури сировини у заданих межах та врівноважений стан сировини у об'ємі біогазового реактора, що досягається шляхом перемішування. Найбільш раціональними шляхами для підвищення енергоефективності перемішування є встановлення залежностей витрати енергії механічними змішуючими пристроями, виборі раціонального виду мішалки, що включає пошук раціональних масо-габаритних характеристик, які забезпечують рівномірні потоки сировини у біогазовому реакторі та при цьому витрачають найменшу кількість енергії для перемішування. Виконання вищезазначених дій, забезпечує визначення раціональних масогабаритних характеристик мішалки, що значно знижує споживання енергії на перемішування та підвищує рентабельність впровадження біогазових технологій у енергетичну систему.*

Наукова новизна. *Авторами виведено критеріальні рівняння, що дозволяють математичним шляхом визначити зміну споживаної потужності електричного приводу від частоти обертання валу механічних мішалок. Встановлено аналітичні залежності між споживаною потужністю електропривода та частотою обертання валу механічних мішалок для біогазових реакторів, що враховують реологічні властивості субстрату. Отримано графічні залежності зміни витраченої потужності від частоти обертання робочого органу механічних мішалок для біогазових реакторів циліндричної форми.*

Практична цінність. *Отримані у роботі результати дозволяють розраховувати величину споживаної енергії математичним шляхом, не проводячи додаткових експериментальних досліджень, що суттєво скорочує фінансові витрати та час проектування систем перемішування сировини у біогазових реакторах. Встановлено напрямок проведення подальших досліджень, щодо споживання реактивної потужності електричними двигунами за час технологічного циклу роботи мішалки, що дозволить визначити картину зміни споживання реактивної потужності та окреслити напрямки руху до її зменшення.*

Ключові слова: енергетичне споживання, порівняльний аналіз, енергоефективність, поліном, критерій Ейлера, механічне перемішування, потужність електричного двигуна.

I. ВСТУП

Питання пошуку та впровадження альтернативних джерел енергетики є дуже актуальним у багатьох країнах. Насамперед це пов'язано з підвищення вартості викопних ресурсів, що у свою чергу призводить до збільшення кінцевої вартості для побутових та виробничих споживачів. Це є негативним чинником, який впливає на економічну та енергетичну незалежність.

На засіданнях світових та європейських біогазових асоціацій [1], [2] загострюється увага на впровадженні біогазових технологій у енергетичну систему країн. Останніми роками європейська спільнота все

© Сподоба М.О., Сподоба О.О., 2026
Creative Commons Attribution-ShareAlike 4.0 International License **(CC-BY-CA 4.0)**

DOI: https://doi.org/10.15588/1607-6761-2026-2-6

більше розглядає біометан, як основу енергетичної безпеки країн [2], [3]. Біометан утворюється у процесі анаеробного зброджування органічної сировини у спеціальних резервуарах – біогазових реакторах [4], [5]. У якості органічної сировини для зброджування, використовуються різноманітні відходи галузей рослинництва, тваринництва, рибництва та інших харчових промисловостей [6], [7].

Якість утвореного біометану залежить від умов протікання анаеробного зброджування [8], [9] та визначається у відсотковому вмісті у ньому метану та інших хімічних домішок, таких як: вуглекислий газ, водень, сірка та інші.

Враховуючи вищезазначене, актуальним питанням є забезпечення необхідних умов для утворення біометану з високим вмістом метану з мінімальними витратами, щоб знизити його собівартість.

II. АНАЛІЗ ДОСЛІДЖЕНЬ І ПУБЛІКАЦІЙ

Зброджування органічної сировини у біогазових реакторах є довготривалим, що пов’язано із поступовим розвитком колоній бактерій та розкладанні органічної речовини. Внаслідок чого спостерігається розкладання сировини на тверду та рідку фракції [10]. Щоб цього уникнути, використовують перемішування сировини під час її зброджування [11]-[14].

На сьогоднішній день використовують різноманітні системи для перемішування [15]-[18]. У роботах [19]-[22] стверджується, про ефективність використання механічних мішалок різних типів та модифікацій. Зазначається, що вони потребують найменшої кількості енергії на перемішування у порівнянні з гідравлічним та пневматичним перемішуванням. Проте, відсутня інформація проведеного порівняльного аналізу енергетичних витрат різних модифікацій механічних перемішуючих пристроїв у біогазових реакторах однакового об’єму, з подальшим виведенням критеріальних рівнянь для розрахунку споживаної потужності в залежності від частоти обертання.

На ефективність зброджування, також впливає температурний режим [9], [23] та швидкість переміщення елементарних об’ємів речовини. Дослідження щодо впливу швидкості обертання мішалки на швидкість переміщення елементарних об’ємів речовини у біогазових реакторах циліндричної форми наведено у роботах [24], [25]. Науковцями проведено багато досліджень та встановлено, що при турбулентному режимі перемішування у замкнених резервуарах є неефективним, що пояснюється неоднорідністю сировини після її перемішування.

У роботах [24]-[27] наведено результати досліджень, які вказують на те, що суттєвим впливом на споживання енергії системами перемішування є фізико-хімічні властивості сировини яка зброджується та геометричні розміри самої системи. Для створення енергетично ефективних систем призначених для перемішування сировини необхідно провести дослідження з ціллю встановлення раціонального поєднання проекції площі лопаті на речовину та споживаної енергії на перемішування.

У роботі [27] зазначається, що режим перемішування сировини у біогазових реакторах є повторно-короткочасним. Кожен цикл перемішування в середньому становить 20 хвилин. Через що, проектування систем перемішування потребує врахування номенклатури типових приводів та їх номінальних режимів роботи. Зазвичай, для перетворення електричної енергії в механічну, яка буде прикладена до валу мішалки використовують асинхронні електродвигуни різної потужності. При цьому, особливу увагу приділяють режимам роботи асинхронних двигунів, щоб часті пуски не призвели до перегріву обмоток та виходу електричного двигуна з ладу [28], [29].

Враховуючи, що рекомендована частота обертання валу перемішуючого пристрою для біогазових реакторів знаходиться у межах від 20 до 50 об/хв [24], [25], а номінальні оберти асинхронних двигунів значно перевищують рекомендовані показники, тому для зниження обертів використовують векторне або скалярне частотне керування, що описано у роботах [30], [31]. Також використовують прямий пуск електричного двигуна при цьому обов'язковою умовою є поєднання останнього з редуктором. Електрична схема прямого пуску однофазного асинхронного електричного двигуна наведена у роботі [27].

Проведений аналіз праць науковців з різних країн світу, вказує на зацікавленість населення та держави у підвищенні енергетичної ефективності інтенсифікації біогазового виробництва. Враховуючи вищерозглянуте, актуальним питанням є проведення порівняльного аналізу енергетичних витрат різних модифікацій механічних перемішуючих пристроїв у біогазових реакторах однакового об’єму, з подальшим виведенням критеріальних рівнянь для розрахунку споживаної потужності в залежності від частоти обертання.

Все це, дозволить знизити енергетичні витрати на підтримку необхідного мікроклімату у біогазовому реакторі у процесі зброджування органічної сировини, що забезпечить зниження собівартості 1 м^3 утвореного біогазу.

III. МЕТА РОБОТИ

Дослідження енергетичних витрат на підтримку врівноваженого стану сировини у біогазовому реакторі за використання механічних мішалок для встановлення обрання енергетично ефективної конструкції механічної мішалки.

IV. ВИКЛАДЕННЯ ОСНОВНОГУ МАТЕРИАЛУ І АНАЛІЗ ОТРИМАННИХ РЕЗУЛЬТАТІВ

Для проведення дослідження та порівняльного аналізу енергетичних витрат (витрати потужності) різних модифікацій механічних перемішуючих при-

строїв у біогазових реакторах однакового об'єму, з подальшим виведенням критеріальних рівнянь для розрахунку споживаної потужності в залежності від частоти обертання приймалися наступні початкові умови: час встановлення номінальних обертів перемішуючого пристрою 2 с; густина та динамічна в'язкість речовини $\rho = 1100\ кг/м^3$, $\mu = 0.048\ Па \cdot с$.

Геометричні розміри циліндричного біогазового реактора використаного у ході досліджень наведені у роботі [27].

Враховуючи, що рекомендована частота обертання валу перемішуючого пристрою для біогазових реакторів знаходиться у межах від 20 до 50 об/хв [24], [25], при проведені досліджень приймалася частота обертання валу перемішуючого пристрою рівна $n = 40\ об/хв$. У якості приводу механічної мішалки використовується асинхронний електричний двигун поєднаний з редуктором. ККД двигуна та редуктора становлять $\eta_{дв} = 0.8$ та $\eta_п = 0.8$ відповідно. Використовується прямий пуск асинхронного електричного двигуна за схемою наведеною у роботі [27].

Розраховано режим руху речовини що зброджується, оскільки, він має значний вплив на споживання потужності. Оцінка режиму руху органічної сировини, яка знаходиться у замкненому об'ємі виконується за допомогою відцентрового критерію Рейнольдса [26], [27]:

$$\mathrm{Re}_м = \frac{\rho \cdot n_c \cdot d_м^2}{\mu}; \quad (1)$$

де $Re_м$ – модифікований критерій Рейнольдса; $d_м$ – діаметр мішалки, *м*; n_c – частота обертів механічної мішалки, *об/с*; ρ – густина сировини, *кг/м³*; μ – динамічна в'язкість сировини, *Па с*.

У подальшому, враховуючи розраховане значення критерію Рейнольдса, проводимо розрахунок критерію Ейлера, безрозмірної величини у гідродинаміці, яка залежить від встановлених експериментальним шляхом констант для різних модифікацій механічних мішалок:

$$Eu_м = A / \mathrm{Re}_м^m; \quad (2)$$

де *A*, *m* – константи, що отримані експериментальним шляхом для різних геометричних розмірів механічних мішалок.

Критерій Ейлера відіграє одну із головних ролей при виборі перемішуючого пристрою, оскільки він вказує на необхідну потужність на перемішування враховуючи відношення інерційних сил до сил тиску. Даний критерій безпосередньо впливає на вибір конструкції перемішуючого пристрою, його частоти обертання та потужності двигуна, оскільки величина критерію Ейлера вказує на рівень опору середовища і відповідно енергетичні витрати. У роботі [29] наведено результати експериментальних досліджень зміни критерію гідродинамічної подоби Ейлера під впливом критерію Рейнольдса. Для проведення досліджень використовували наступні значення констант: для дволопатевої листової, лопаті під кутом 90^0 $A = 14.35$; $m = 0.31$; для чотирьох лопатевої одноярусної у якої лопаті встановлені під кутом 90^0 $A = 8.52$; $m = 0.2$; для лопатевої одноярусної у якої лопаті встановлені під кутом 90^0 $A = 6.8$; $m = 0.2$.

З розвитком технологій та враховуючи потреби для виконання технологічних процесів перемішування з необхідною ефективністю зазвичай виготовляються мішалки з нетиповими геометричними розмірами. Прикладом не типових мішалок є системи де необхідне розміщення нагрівального пристрою у лопатях, для створення комбінованої системи перемішування та підігріву сировини у біогазових реакторах. Для врахування конструктивних змін та відмінностей механічних мішалок від типових конструкцій використовуються поправочні коефіцієнти f_i, які дозволяють оцінити зміну витрати потужності в залежності від зміни геометричних розмірів механічної мішалки. Математичні залежності для розрахунку поправочних коефіцієнтів та опис їх складових наведено у попередній роботі авторів [27].

Критерій Ейлера з врахуванням поправочних коефіцієнтів розраховується за наступним рівнянням, наведеним у попередній роботі авторів [27]:

$$Eu'_м = Eu_м \cdot \sum (f_i); \quad (3)$$

Оскільки у якості приводу мішалки використовується електричний двигун, проводимо розрахунок споживаної потужності електричним двигуном за формулою:

$$P_{дв} = k \frac{P_p}{\eta_п}; \quad (4)$$

У залежності (4) враховується робоча потужність мішалки (P_p), коефіцієнт корисної дії передачі та коефіцієнт запасу $(k = 1.3)$.

З врахуванням поправочних коефіцієнтів, частоти обертання, питомої густини речовини та діаметру мішалки проводимо розрахунок робочої потужності механічної мішалки використовуючи наступну залежність:

$$P_p = Eu'_м \cdot n^3 \cdot d_м^5 \cdot \rho; \quad (5)$$

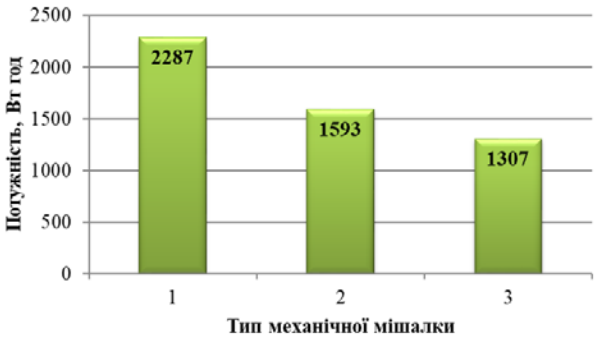
де $Eu'_м$ – критерій Ейлера з врахуванням поправочних коефіцієнтів; *n* – частота обертів механічної

мішалки, *об/с*; $d_м$ – діаметр мішалки, *м*; ρ – густина сировини, *кг/м^3*.

Послідовність отримання рівняння (5) детально описано авторами даної статті у [25].

Для досягнення поставленої у роботі мети, враховуючи вищенаведені початкові умови, геометричні розміри біогазового ректора і механічних мішалок, використовуючи рівняння (1)-(5) та математичні залежності із роботи [27] проведено порівняльний аналіз енергетичних витрат (витрати потужності) електричного приводу механічних мішалок за різної частоти перемішування сировини у біогазових реакторах. Для порівняльного аналізу було використано отримані у ході розрахунків дані споживаної потужності кожним типом мішалки, що розглядалися у роботі для частоти обертання робочого органу мішалки від 10 до 60 об/хв. У подальшому за допомогою Excel було побудовано гістограми (рис 1 – рис. 4)

Результати аналізу наведено у вигляді гістограми (рис. 1), на якій зображено витрату потужності електроприводом мішалки за її номінальної частоти обертання 40 об/хв, при використанні дволопатевої листової мішалки, у якої лопаті під кутом 90^0; чотирьох лопатевої одноярусної мішалки з лопатями встановленими під кутом 90^0; дволопатевої одноярусної мішалки, з лопатями під кутом 90^0.



1 – дволопатевої листової мішалки, у якої лопаті під кутом 90^0; 2 – чотирьох лопатевої одноярусної мішалки з лопатями встановленими під кутом 90^0; 3 – дволопатевої одноярусної механічної мішалки, у якої лопаті встановлені під кутом 90^0.

Рисунок 1. Витрата потужності електричним приводом робочого органу мішалки, за номінальної частоти обертання 40 об/хв.

Для досліджуваних у роботі механічних мішалок визначено картину зміни споживаної потужності електричним двигуном від швидкості обертання робочого органу мішалки у межах від 10 до 60 об/хв. Для цього використовувалися вищенаведені початкові умови та рівняння (1-5). Згідно з проведеними розрахунками, отримано графічні залежності витрати потужності для кожного типу мішалки для номінальних частот обертання від 10 до 60 об/хв. Результати наведено на рис. 2 – рис. 4.

Рисунок 2. Витрата потужності електричним приводом в залежності від частоти обертання валу дволопатевої одноярусної мішалки у якої лопаті встановлені під кутом 90^0.

Рисунок 3. Витрата потужності електричним приводом в залежності від частоти обертання валу чотирьох лопатевої одноярусної мішалки з лопатями встановленими під кутом 90^0.

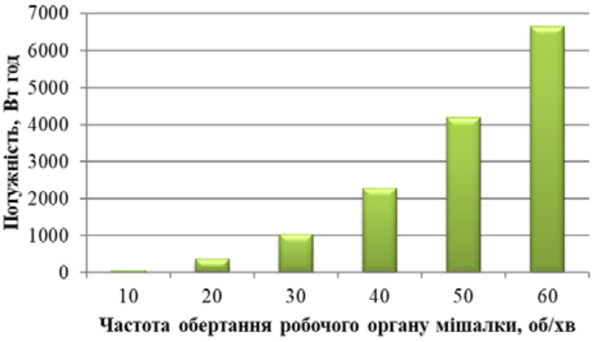


Рисунок 4. Витрата потужності електричним приводом в залежності від частоти обертання валу дволопатевої листової мішалки, у якої лопаті під кутом 90^0.

Провівши аналіз рис. 2 – рис. 4, встановлено, що не залежно від типу мішалки при зростанні частоти обертання споживається більше електричної енергії.

На основі отриманих значень потужності від ча-

стоти обертання робочого органу мішалки (рис. 2 – рис. 4) для математичного визначення зміни споживаної потужності електричного приводу від частоти обертання валу механічної мішалки, для розглянутих у статті типів мішалок авторами було виведено поліноміальні залежності (6), (7) та (8), що характеризуються високою збіжністю. Адже, саме поліноміальна залежність дозволяє описати нелінійні зв'язки зміни параметрів відносно одне одного. Для цього, із графічних залежностей (рис. 2 – рис. 4) отримано для кожного типу мішалки масив даних у вигляді (*x, y*), де *x* – частота обертання робочого органу мішалки, *y* – величина споживаної потужності. У подальшому коефіцієнти поліноміальних залежностей (6), (7) та (8) визначалися за методикою описаною у роботі [32].

Нижче наведено рівняння отримані авторами статті для визначення зміни потужності від зміни частоти обертання валу мішалки, а саме:

- двolопатевої одноярусної механічної мішалки у якої лопаті встановлені під кутом 90^0 (рис. 2):

$$y=-2.6042\cdot(x^4)+45.894\cdot(x^3)-98.715\cdot(x^2)+ \\ +173.64\cdot(x)-89.167\quad;\qquad(6)$$

- чотирьох лопатевої одноярусної мішалки з лопатями встановленими під кутом 90^0 (рис. 3):

$$y=14.194\cdot(x^3)+69.405\cdot(x^2)-125.79\cdot(x)+83\,;\qquad(7)$$

- дволопатевої листової мішалки, у якої лопаті під кутом 90^0 (рис. 4):

$$y=-6.375\cdot(x^4)+100.95\cdot(x^3)-267.76\cdot(x^2)+ \\ +503.62\cdot(x)-273.33\quad;\qquad(8)$$

Рівняння (6-8) дозволяють математичним шляхом визначити кількість споживаної потужності механічних мішалок при використанні їх у біогазових реакторах з геометричними параметрами у відповідності до початкових умов.

При розрахунку необхідно враховувати, що величина (X) у рівняннях (6-8) має крок 10 об/хв, інакше кажучи для 10 об/хв (X = 1), для 20 об/хв (X = 2), для 30 об/хв (X = 3), для 40 об/хв (X = 4), і так далі. Для порівняльного аналізу отриманого рівняння та визначеного значення споживаної потужності при проведені досліджень (рис. 2) розрахуємо споживану потужність при частоті обертання валу дволопатевої листової, у якої лопаті під кутом 90^0 за частоти обертання 40 об/хв, відповідно (X = 4).

Підставивши ці значення у рівняння (8) отримаємо наступний розрахунок:

$$y=-6.375\cdot(4^4)+100.95\cdot(4^3)-267.76\cdot(4^2)+ \\ +503.62\cdot4-273.33=2285.79\ \ Вт\cdot год$$

При проведених дослідженнях (рис. 1) потужність споживана дволопатевою листовою мішалкою, у якої лопаті під кутом 90^0 при частоті обертання 40 об/хв, у середньому становила 2287 Вт·год, тоді як розрахована величина за рівнянням (8) становить 2285,79 Вт·год, що на 0,05% менше. Це свідчить про адекватність отриманого рівняння.

Аналогічні можна розрахувати кількість споживаної потужності дволопатевою одноярусною мішалкою у якої лопаті встановлені під кутом 90^0 використовуючи рівняння (6), середня розбіжність становить 0,8% та чотирьох лопатевою одноярусною мішалкою з лопатями встановленими під кутом 90^0 використовуючи рівняння (7) середня розбіжність становить 0,36%.

Проаналізувавши споживану потужність (рис. 1 – рис. 4) за використання різних типів мішалок, зроблено висновок, що двoлопатева одноярусна мішалка, у якої лопаті під кутом 90^0 споживає найменше значення енергії серед розглянутих типів, згідно з початковими умовами.

Конфлікт інтересів. Автори заявляють про відсутність конфлікту інтересів.

V. ВИСНОВКИ

Проведений аналіз використовуваних електричних приводів у якості рушіїв механічних мішалок, що використовуються у біогазових установках. Встановлено споживану потужність на цикл перемішування сировини при врахуванні наступних показників фізико-хімічного складу сировини, циклограми роботи електричних машин та систем їх керування, вплив критеріїв гідродинамічної подібності Ейлера та Рейнольдса для одноярусних лопатевих механічних мішалок у яких лопаті встановлені під кутом 90^0.

Використовуючи метод найменших квадратів, визначено коефіцієнти поліноміальних залежностей для математичного визначення зміни споживаної потужності електричного приводу від частоти обертання валу механічної мішалки, а саме, двoлопатевої одноярусної мішалки у якої лопаті встановлені під кутом 90^0; чотирьох лопатевої одноярусної мішалки з лопатями встановленими під кутом 90^0; двoлопатевої листової мішалки, у якої лопаті під кутом 90^0. Використання отриманих у роботі результатів дозволить підвищити енергетичну ефективність систем інтенсифікації біогазового виробництва.

Проведено порівняльний аналіз залежності витрати енергії на перемішування об'єму речовини у резервуарі циліндричного типу, при використанні різних конструкцій одноярусних лопатевих механічних мішалок у яких лопаті встановлені під кутом 90^0, рушієм яких є однофазний асинхронний двигун підключений до електричної мережі за схемою прямого пуску.

Встановлено напрямок проведення подальших досліджень, які будуть направлені на дослідження споживання реактивної потужності електричними двигунами за періоди перемішування об'єму сирови-

ни у реакторі. Це дозволить підвищити енергоефективність утворення біогазу та рентабельності подальшої його переробки.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

[1] WBA. Global Potential of Biogas. London : World Biogas Association, 2019.

[2] EBA. EBA Statistical Report 2023. Brussels : European Biogas Association, 2023.

[3] New Trends in Substrates and Biogas Systems in Poland / S. Marks et al. Journal of Ecological Engineering. 2020. Vol. 21, № 4. P. 19–25. doi: https://doi.org/10.12911/22998993/119528

[4] Balussou D., McKenna R., Möst D., Fichtner W. A model-based analysis of the future capacity expansion for German biogas plants under different legal frameworks. Renewable and Sustainable Energy Reviews. 2018. Vol. 96. P. 119–131. doi: https://doi.org/10.1016/j.rser.2018.07.041

[5] Ward A. J., Hobbs P. J., Holliman P. J., Jones D. L. Optimisation of the anaerobic digestion of agricultural resources. Bioresource Technology. 2008. Vol. 99. P. 7928–7940. doi: https://doi.org/10.1016/j.biortech.2008.02.044

[6] Ратушняк Г. С., Лялюк О. Г., Кощеєв І. А. Біогазові установки з відновлюваними джерелами енергії термостабілізації процесу ферментації біомаси : монографія. Вінниця : ВНТУ, 2017. 84 с.

[7] Holub S., Shinkaruk N. Principles of legal regulation of bioenergy use in the European Union. Law. Human. Environment. 2021. Vol. 12, Issue 4. P. 72–77. doi: https://doi.org/10.31548/law2021.04.09

[8] Заблодський М. М., Сподоба М. О., Сподоба О. О. Експериментальне дослідження енергетичних втрат біогазового реактора в навколишнє середовище при мезофільному режимі зброджування. Енергетика і автоматика. 2022. № 2. С. 18–32. doi: https://doi.org/10.31548/energiya2022.02.018

[9] Zablodskiy M., Spodoba M., Spodoba O. Experimental investigation of energy consumption for the process of initial heating of a substrate for the use of electric heat-mechanical system. Electrical Engineering and Power Engineering. 2022. № 1. P. 49–59. doi: https://doi.org/10.15588/1607-6761-2022-1-5

[10] Zablodskiy M. M., Spodoba M. O. Rationale for creating an electrothermomechanical system for mixing and heating biomass. Energy and Automation. 2020. № 5. P. 136–148. doi: https://doi.org/10.31548/energiya2020.05.136

[11] Foukrach M., Bouzit M., Ameur H. Effect of Agitator's Types on the Hydrodynamic Flow in an Agitated Tank. Chinese Journal of Mechanical Engineering. 2020. Vol. 33, № 37. P. 18. doi: https://doi.org/10.1186/s10033-020-00454-2

[12] Куріс Ю. В. Біоенергетичні установки. Обладнання та технології переробки органовмісних енергоресурсів : монографія. Запоріжжя : ЗДІА, 2012. 348 с.

[13] Ратушняк Г. С., Анохіна К. В., Джеджула В. В. Дослідження параметрів процесу перемішування органічної маси в біогазовій установці з вертикальним пропелерним перемішувачем. Збірник наукових праць ВНАУ. Серія "Технічні науки". 2010. № 5. С. 139–144.

[14] Червоний І. Ф., Куріс Ю. В. Дослідження пристроїв та удосконалення процесів перемішування в біогазових установках. Энергосбережение. Энергетика. Энергоаудит. 2012. № 2. С. 96.

[15] Сподоба М. О., Заблодський М. М., Радько І. П. Основні складові методології побудови заглибного електромеханічного перетворювача для біогазових комплексів. V Міжнародна науково-практична конференція, присвячена пам'яті професора Віктора Михайловича Синькова "Проблеми та перспективи розвитку енергетики, електротехнологій та автоматики в АПК". Київ : НУБіП, 2019.

[16] Deublein D., Steinhauser A. Biogas from Waste and Renewable Resources. An Introduction. Weinheim : KGaA, 2008. 450 p.

[17] Review of mixing systems of fermentation liquid used in biogas plants / S. Marks et al. Technika Rolnicza Ogrodnicza Leśna. 2017. Vol. 6. P. 24–26.

[18] Луняка К., Вус Д., Чумаков Г. Дослідження масопередачі при перемішуванні турбінною мішалкою в посудинах з відбивними перегородками. Вісник Тернопільського державного технічного університету. 2008. № 1. С. 171–176.

[19] Закоморний Д. М., Поводзинський В. М., Шибецький В. Ю. Класифікація та аналіз роботи ферментерів з механічними перемішуючими пристроями в аеробних процесах біотехнології. ScienceRise. 2015. Вип. 5, № 2. С. 24–32. doi: https://doi.org/10.15587/2313-8416.2015.42614

[20] Розчинення твердої речовини при перемішуванні мішалками в посудинах з вертикальними перегородками / К. В. Луняка та ін. Теорія і практика сучасного природознавства : збірник наукових праць. 2009. С. 36–39.

[21] Ameur H. Mixing of complex fluids with flat and pitched bladed impellers: effect of blade attack angle and shear-thinning behavior. Food and Bioproducts Processing. 2016. Vol. 99. P. 71–77.

[22] Ameur H. Modifications in the Rushton turbine for mixing viscoplastic fluids. Journal of Food Engineering. 2018. P. 117–125. doi: https://doi.org/10.1016/J.JFOODENG.2018.04.005

[23] Spodoba M., Spodoba O. Mathematical Model of Changes in Energy Costs for Thermostabilization of the Substrate and Objects in a Biogas Reactor. 2023 IEEE 5th International Conference on Modern Electrical and Energy System (MEES), Kremenchuk,

Ukraine, 2023. P. 1–6. doi: https://doi.org/10.1109/MEES61502.2023.10402431

[24] Zablodskiy M., Spodoba M. Determination of energy efficient level of the speed of mixing body of electromechanical system. Electromechanical and Energy Saving Systems. 2020. Vol. 4, № 52. P. 17–26. doi: https://doi.org/10.30929/2072-2052.2020.4.52.17-26

[25] Spodoba M. O., Spodoba O. O., Kovalchuk S. I., Oliinik Yu. O. Determination of the Energy Efficient Speed of the Working Body of the Agitator for Small Biogas Reactors. Problemele energeticii regionale. 2025. № 3. P. 141–152. doi: https://doi.org/10.52254/1857-0070.2025.3-67.12

[26] Spodoba M., Zablodskiy M. Dependence of energy costs on the type of mechanical stirrer used in a biogas reactor. Electrical Engineering and Power Engineering. 2021. № 1. P. 26–33. doi: https://doi.org/10.15588/1607-6761-2021-1-3

[27] Сподоба М., Сподоба О. Дослідження енергетичних витрат на механічне змішування сировини в біогазовому реакторі. Електротехніка та енергетика. 2025. № 2. С. 18–25. doi: https://doi.org/10.15588/1607-6761-2025-2-2

[28] Skliar A. G., Skliar R. V. Analysis of methods and means for mixing the substrate in the methane kit of biogas plants. Machinery & Energetics. 2019. Vol. 10, № 4. P. 19–26. doi: https://doi.org/10.31548/machenergy.2019.04.019-026

[29] Черевко О. І., Поперечний А. М. Процеси і апарати харчових виробництв : підручник. 2-ге вид., доп. та випр. Світ Книг, 2014. 495 с.

[30] Пересада С. М., Ковбаса С. М., Димко С. С., Благодір В. О. Порівняльний аналіз енергетичної ефективності алгоритмів прямого векторного керування моментом асинхронних двигунів з максимізацією співвідношення момент-струм. Технічна електродинаміка. 2015. № 4. С. 36–40.

[31] Квітка С. О., Безменнікова Л. М., Вовк О. Ю., Квітка О. С. Методи управління та апаратна реалізація сучасних перетворювачів частоти. Праці Таврійського державного агротехнологічного університету : наукове фахове видання. Мелітополь : ТДАТУ, 2013. Вип. 3, Т. 2. С. 164–171.

[32] Дегтярьов А. В., Кокодій М. Г., Маслов В. О., Тіманюк В. О. Постановка експерименту та обробка результатів : навчальний посібник для студентів фізичних спеціальностей вищих навчальних закладів. Харків : ХНУ імені В. Н. Каразіна, 2017. 176 с.

Надійшла *(Received)* *09.02.2026;*
Прийнята *(Accepted) 27.03.2026;*
Опублікована *(Published) 29.05.2026;*

RESEARCH ON ENERGY CONSUMPTION FOR RAW MATERIAL MIXING IN A BIOGAS REACTOR USING MECHANICAL MIXERS

SPODOBA M.O. Ph.D, Assistant, Department of Electrical Engineering, Electromechanics and Electrotechnology, National University of Life and Environmental Sciences of Ukraine, Kyiv, Ukraine. ORCID: https://orcid.org/0000-0001-6179-0825; e-mail: spmisha@ukr.net;

SPODOBA O.O. Ph.D, Senior lecturer, Department of Design of Machines and Equipment, National University of Life and Environmental Sciences of Ukraine, Kyiv, Ukraine, ORCID: https://orcid.org/0000-0001-8217-866X; e-mail: sp1309@ukr.net;

Purpose. *Research of energy costs for maintaining the balanced state of raw materials in a biogas reactor using mechanical mixers with the aim of choosing an energy-efficient design of a mechanical mixer.*

Methodology. *Comparative analysis and use of mathematical modeling methods to determine the amount of energy spent on mixing, generalization of the results obtained.*

Findings. *The formation of a modern and balanced energy system consists in introducing renewable energy systems into its composition, including biogas technologies. The energy efficiency of biogas technologies depends on the amount of energy spent on supporting anaerobic digestion. This factor is one of the main ones when investors consider financing opportunities for projects related to the construction or modernization of biogas technologies. One of the main means of intensification of anaerobic digestion is maintaining the temperature of the raw material within the specified limits and a balanced state of the raw material in the volume of the biogas reactor, which is achieved by mixing. The most rational ways to increase the energy efficiency of mixing are to establish the dependence of energy consumption by mechanical mixing devices, to choose a rational type of mixer, which includes the search for rational mass-dimensional characteristics that ensure uniform flows of raw material in the biogas reactor and at the same time spend the least amount of energy for mixing. The above actions ensure the determination of rational mass-dimensional characteristics of the mixer, which significantly reduces energy consumption for mixing and increases the profitability of introducing biogas technologies into the energy system.*

Originality. *The authors have derived criterion equations that allow mathematically determining the change in the*

power consumption of the electric drive from the frequency of rotation of the shaft of mechanical mixers. Analytical dependencies between the power consumption of the electric drive and the frequency of rotation of the shaft of mechanical mixers for biogas reactors have been established, which take into account the rheological properties of the substrate. Graphical dependencies of the change in the power consumption from the frequency of rotation of the working body of mechanical mixers for biogas reactors of cylindrical shape have been obtained.

Practical value. *The results obtained in the work allow calculating the amount of energy consumed mathematically, without conducting additional experimental studies, which significantly reduces financial costs and time for designing raw material mixing systems in biogas reactors. The direction of further research has been established regarding the consumption of reactive power by electric motors during the technological cycle of the mixer, which will allow determining the pattern of changes in reactive power consumption and outlining the directions of movement towards its reduction.*

Keywords: energy consumption, comparative analysis, energy efficiency, polynomial, Euler criterion, mechanical mixing, electric motor power.

REFERENCES

[1] WBA. (2019). Global Potential of Biogas; World Biogas Association: London, UK.

[2] EBA. (2023). EBA Statistical Report 2023; European Biogas Association: Brussels, Belgium.

[3] Marks, S., Dach, J., Fernandez Morales, F.J., Mazurkiewicz, J., Pochwatka, P., Gierz, Ł. (2020). New Trends in Substrates and Biogas Systems in Poland. Journal of Ecological Engineering, 21, 4, 19-25. DOI: 10.12911/22998993/119528

[4] Balussou D. McKenna R., Möst D. Fichtner W. (2018). A model-based analysis of the future capacity expansion for German biogas plants under different legal frameworks. Renew. Sustain. Energy Rev. 96, 119–131. DOI: https://doi.org/10.1016/j.rser.2018.07.041

[5] Ward, A.J., Hobbs, P.J., Holliman, P.J., Jones, D.L. (2008). Optimisation of the anaerobic digestion of agricultural resources. Bioresour. Technol. 99, 7928. DOI: https://doi.org/10.1016/j.biortech.2008.02.044

[6] Ratushnyak, G.S., Lyalyuk, O.G., Koshcheev, I.A. (2017) Biogazovi ustanovki z vidnovlyuvanimi dzherelami energiï termostabilizatsiï protsesu fermentatsiï biomasi. [Biogas plants with renewable energy sources for thermal stabilization of the biomass fermentation process] Vinnitsya: VNTU, 84.

[7] Holub S., Shinkaruk N. (2021). Principles of legal regulation of bioenergy use in the European Union. Law. Human. Environment, Kyiv, 12(4), 72-77. DOI: https://doi.org/10.31548/law2021.04.09

[8] Zablodskiy M., Spodoba M., Spodoba O. (2022). Experimental study of energy losses of a biogas reactor to the environment in the mesophilic mode of fermentation. Energy and automation, 2, 18-32. DOI: https://doi.org/10.31548/energiya2022.02.018

[9] M. Zablodskiy, M. Spodoba, O. Spodoba. (2022). Experimental investigation of energy consumption for the process of initial heating of a substrate for the use of electric heat-mechanical system. Electrical Engineering and Power Engineering, 1, 49–59. DOI: https://doi.org/10.15588/1607-6761-2022-1-5

[10] Zablodskiy M.M., Spodoba M.O. (2020). Rationale for creating an electrothermomechanical system for mixing and heating biomass. Energy and Automation, Kyiv, 5, 136-148. DOI: https://doi.org/10.31548/energiya2020.05.136

[11] Foukrach, M., Bouzit, M., Ameur, H. (2020). Effect of Agitator's Types on the Hydrodynamic Flow in an Agitated Tank. Chin. J. Mech. Eng. 33, 37. DOI: https://doi.org/10.1186/s10033-020-00454-2

[12] Kuris, Yu.V. Bioyenergetichni ustanovki. Obladnannya ta tekhnologiï pererobki organovmisnikh energoresursiv. [Bioenergy plants. Equipment and technologies for processing organic energy resources]. Zaporizhzhya: ZDIA, 348.

[13] Ratushnyak, G.S., Anokhina, K.V., Dzhedzhula, V.V. (2010) Doslidzhennya parametriv protsesu peremishuvannya organichnoï masi v biogazoviy ustanovtsi z vertikalnim propelernim peremishuvachem. [Research of parameters of the process of mixing organic mass in a biogas plant with a vertical propeller mixer]. Vinnitsya: VNTU, 170.

[14] Chervoniy, I.F., Kuris, Yu.V. (2012) Doslidzhennya pristroïv ta udoskonalennya protsesiv peremishuvannya v biogazovikh ustanovkakh. [Research on devices and improvement of mixing processes in biogas plants]. Kh.: Energosberezheniye. Energetika. Energoaudit. 2, 96.

[15] Spodoba, M.O., Zablodskiy, N.N., Radko, I.P. (2019) Osnovni skladovi metodologiï pobudovi zaglibnogo elektromekhanichnogo peretvoryuvacha dlya biogazovikh kompleksiv [Main components of the methodology for constructing a submerged electromechanical converter for biogas complexes]. V International scientific and practical conference dedicated to the memory of Professor Viktor Mykhailovych Synkov "Problems and prospects for the development of energy, electrical technologies and automation in the agricultural complex». K.: NUBiP.

[16] D. Deublein and A. Steinhauser, "Biogas from Waste and Renewable Resources. An Introduction" in, Weinheim:KGaA, pp. 450, 2008.

[17] Marks, S., Jeżowska, A., Kozłowski, K., Dach, J., Wilk, B., Fudala-Książek, S. (2017). Review of mixing systems of fermentation liquid used in biogas plants. Technika Rolnicza Ogrodnicza Leśna, 6, 24.

[18] Lunyaka, K., Vus, D., Chumakov, G. (2008)

Doslidzhennya masoperedachi pri peremishuvanni turbinnoyu mishalkoyu v posudinakh z vidbivnimi peregorodkami. [Mass transfer studies during mixing with a turbine mixer in vessels with reflecting baffles]. Ternopil: Visnik Ternopilskogo derzhavnogo tekhnichnogo universitetu, 13,171-176.

[19] Zakomorniy, D.M., Povodzinskiy, V.M. (2015) Klasifikatsiya ta analiz roboti fermenteriv z mekhanichnimi peremishuyuchimi pristroyami v ayerobnikh protsesakh biotekhnologiї. [Classification and analysis of the operation of fermenters with mechanical stirring devices in aerobic biotechnology processes]. ScienceRise, 5 (2), 24-32.

[20] Lunyaka K.V., Vus D.N., Rusanov S.A., Klyuyev O.I. (2009) Rozchinennya tverdoї rechovini pri peremishuvanni mishalkami v posudinakh z vertikalnimi peregorodkami. [Dissolution of a solid substance by stirring with stirrers in vessels with vertical partitions]. Kherson, 36-39.

[21] Ameur H. (2016). Mixing of complex fluids with flat and pitched bladed impellers: effect of blade attack angle and shear-thinning behavior. Food Bioprod. Process. 99, 71-77.

[22] Ameur H. (2018). Modifications in the Rushton turbine for mixing viscoplastic fluids. J. Food Eng. 223, 117-125. DOI: https://doi.org/10.1016/j.jfoodeng.2018.04.005

[23] M. Spodoba and O. Spodoba (2023). Mathematical Model of Changes in Energy Costs for Thermostabilization of the Substrate and Objects in a Biogas Reactor," 2023 IEEE 5th International Conference on Modern Electrical and Energy System (MEES), Kremenchuk, Ukraine, 1-6, doi: https://doi.org/10.1109/MEES61502.2023.10402431

[24] M. Zablodskiy and M. Spodoba (2020). Determination of energy efficient level of the speed of mixing body of electromechanical system, Kremenchuk: Electromechanical and energy saving systems, 4, 52, 17-26. DOI: https://doi.org/10.30929/2072-2052.2020.4.52.17-26

[25] Spodoba M.O., Spodoba O.O., Kovalchuk S.I., Oliinik Yu.O. (2025). Determination of the Energy Efficient Speed of the Working Body of the Agitator for Small Biogas Reactors. Problemele energeticii regionale, 3, 141-152. DOI: https://doi.org/10.52254/1857-0070.2025.3-67.12

[26] Spodoba M. Zablodskiy M. (2021). Dependence of energy costs on the type of mechanical stirrer used in a biogas reactor. Electrical engineering and power engineering, 1, 26-33. DOI: https://doi.org/10.15588/1607-6761-2021-1-3

[27] Spodoba, M., Spodoba, O. (2025). Research of energy expenditures for mechanical mixing of raw materials in a biogas reactor. Electrical Engineering and Power Engineering, 2, 18–25. DOI: https://doi.org/10.15588/1607-6761-2025-2-2

[28] A.G. Skliar, R.V. Skliar (2019). Analysis of methods and means for mixing the substrate in the methane kit of biogas plants. Machinery & Energetics, 10(4), 19. DOI: 10.31548/machenergy.2019.04.019-026

[29] Cherevko, O.I., Poperechniy, A.M. (2014) Protsesi i aparati kharchovikh virobnitstv [Food production processes and equipment]: pidruchnik 2-e vidannya. dop. ta vipr. Kh.: Svit Knig, 495

[30] Peresada S.M., Kovbasa, S.M., Dymko, S.S., Blagodir, V.O. (2015). Porivnialnyi analiz enerhetychnoi efektyvnosti alhorytmiv priamoho vektornoho keruvannia momen-tom asynkhronnykh dvyhuniv z maksymizatsiieiu spivvidnoshennia moment-strum. [Comparative analysis of energy efficiency of algorithms for direct vector torque control of asynchronous motors with maximization of the torque-current ratio]. Technical Electrodynamics. 4. 36-40.

[31] Kvitka S.O., Bezmennikova L.M., Vovk O.Yu., Kvitka O.S. Metody upravlinnia ta aparatna realizatsiia su-chasnykh peretvoriuvachiv chastoty [Control methods and hardware implementation of modern frequency converters]. Proceedings of the Tavria State Agrotechnological University: scientific professional publication. Melitopol: TGATU, 2013. Issue 3, vol. 2. P. 164-171.

[32] A. V. Degtyarev, M. G. Kokodiy, V. O. Maslov, V. O. Timanyuk. Postanovka eksperymentu ta obrobka rezul-tativ: navchalnyi posibnyk dlia studentiv fizych-nykh spetsialnostei vyshchykh navchalnykh zakladiv. [Experiment setup and results processing: a textbook for students of physics majors of higher educational institutions]. KhNU named after V. N. Karazin, 2017. 176 p.

УДК 621.317:519.254

ВИКОРИСТАННЯ ЛІНІЙНОЇ РЕГРЕСІЇ ДЛЯ ОЦІНКИ ІНДЕКСУ ДИСБАЛАНСУ ТРИФАЗНОЇ НАПРУГИ НА ОСНОВІ ПАРАМЕТРІВ ПРОСТОРОВОГО ВЕКТОРУ КУТОВОЇ ЧАСТОТИ

КОЗЛОВСЬКИЙ Є. В. аспірант кафедри електропостачання, гр. ГЕ-41ф, ІЕЕ, Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського», м. Київ, Україна, ORCID : https://orcid.org/0009-0009-2753-3900 e-mail: eugene.kozlovskiy@gmail.com;

ВОЛОШКО А. В. д-р техн. наук, проф. кафедри електропостачання Національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського», м. Київ, Україна, ORCID: https://orcid.org/0009-0004-2113-3600, e-mail: avolosko820@gmail.com;

Мета роботи. *Розробка та дослідження методу оцінки індексу дисбалансу трифазної напруги на основі лінійної регресії для підвищення оперативності контролю якості електроенергії. Застосування лінійного співвідношення між максимальним радіусом просторового вектору та величиною дисбалансу має на меті забезпечити високу швидкість обчислень (до 10 мс) при збереженні прийнятної точності.*

Методи дослідження. *Для досягнення мети використано теорію просторового вектору для аналізу трифазних систем у часовій області. Застосовано методи математичної статистики та лінійної регресії (метод найменших квадратів) для встановлення кореляційної залежності між геометричними параметрами годографа просторового вектору (R_{max}) та індексом дисбалансу напруги (VUF). Проведено комп'ютерне моделювання різних типів провалів напруги для верифікації запропонованої моделі.*

Отримані результати. *Встановлено, що модель лінійної регресії забезпечує високу кореляцію ($R^2=0,985$) між параметром R_{max} та індексом VUF, що дозволяє адекватно описувати стан асиметрії системи. Головним результатом є скорочення часу оцінки показників небалансу до 10 мс (пів циклу промислової частоти), що у два рази швидше за традиційні методи на основі перетворення Фортеск'ю. Доведено, що для розрахунку за пропонованим методом достатньо знати лише величини лінійних напруг без залучення фазових кутів.*

Наукова новизна. *Вперше обґрунтовано можливість використання лінійної регресійної моделі для визначення індексу дисбалансу напруги через параметри годографа просторового вектору. Виявлено стабільний характер математичного зв'язку між максимальною напіввіссю еліпса просторового вектору та коефіцієнтом несиметрії, що дозволяє спростити математичну модель моніторингу за рахунок відмови від складного розкладання на симетричні складові.*

Практична цінність. *Запропонований метод дозволяє реалізувати моніторинг якості електропостачання в реальному часі в системах з обмеженими обчислювальними ресурсами (мікропроцесорні пристрої захисту та автоматики). Отримана швидкість реакції (10 мс) є критичною для захисту силової електроніки та забезпечення стійкості мікромереж (Smart Grids) в умовах швидких перехідних процесів. Результати можуть бути впроваджені в алгоритми цифрових аналізаторів якості енергії.*

Ключові слова: індекс дисбалансу напруги; просторовий вектор; лінійна регресія; якість електроенергії; несиметрія напруг.

I. ВСТУП

Стабільне функціонування сучасних енергосистем безпосередньо залежить від показників якості електроенергії (ЯЕЕ). Серед чинників, що дестабілізують роботу мережі, критичне значення має несиметрія напруг. Виникнення цього явища зумовлене нерівномірним розподілом потужних однофазних споживачів, конструктивною несиметрією параметрів ліній та трансформаторів, а також недоліками на етапі проєктування. Впровадження новітніх технологій лише загострює проблему підтримки балансу через хаотичний характер зростання несиметричних навантажень.

Для кількісної оцінки цього явища використовують індекс дисбалансу напруги (*VUF*), який визначається як відношення складової зворотної послідовності до складової прямої послідовності. Традиційні методи розрахунку, що базуються на перетворенні Фортеск'ю, вимагають знання як амплітудних значень, так і фазових кутів усіх трьох фаз. Проте такий підхід має суттєві обмеження: математична складність обчислень приз-

© Козловський Є. В., Волошко А. В., 2026
Creative Commons Attribution-ShareAlike 4.0 International License **(CC-BY-CA 4.0)**

DOI: https://doi.org/10.15588/1607-6761-2026-2-7

водить до того, що розрахунок займає значний час (зазвичай щонайменше один системний цикл або 20 мс). Це стає критичним бар'єром для моніторингу якості мережі в реальному часі, де необхідна швидкість реакції має становити близько 10 мс.

Зменшення часу оцінки до 10 мс дозволяє системам автоматичного керування реагувати в межах пів періоду промислової частоти, що є критичним для захисту силової електроніки та забезпечення стійкості мікромереж (*microgrids*) в умовах швидких перехідних процесів.

Хоча теорія просторового вектору вже зарекомендувала себе як ефективний аналітичний інструмент для аналізу трифазних систем, існує потреба у спрощенні алгоритмів визначення *VUF*. Використання параметрів просторового вектору, зокрема його максимального радіусу R_{max}), дозволяє перейти від складних комплексних обчислень до більш простих математичних залежностей.

II. АНАЛІЗ ДОСЛІДЖЕНЬ І ПУБЛІКАЦІЙ

Питанням оцінки несиметрії присвячено численні роботи вітчизняних та закордонних вчених. Класичний фундамент базується на методі Фортеск'ю, який є стандартом для розрахунку симетричних складових. Проте, як зазначають дослідники, реалізація цього методу в цифрових пристроях вимагає значного вікна осереднення. Останні публікації в галузі Smart Grid пропонують використання віконного перетворення Фур'є (*STFT*) та вейвлет-перетворення для виявлення спотворень, проте ці методи залишаються ресурсомісткими для бюджетних мікропроцесорних систем моніторингу.

Альтернативним напрямком є використання теорії миттєвої потужності та просторового вектору (*Space Vector*), що дозволяє аналізувати стан мережі в часовій області. Зокрема, відомо, що годограф просторового вектору напруги при несиметрії перетворюється з кола на еліпс. Невирішеною частиною загальної проблеми залишається пошук спрощених математичних моделей, які б встановлювали пряму кореляцію між геометричними параметрами цього еліпса та стандартизованим індексом *VUF* без переходу до частотної області.

Ця стаття посідає місце в ряду досліджень, спрямованих на оптимізацію алгоритмів моніторингу показників якості електричної енергії (ПЯЕ). Вибір напрямку досліджень обґрунтований гіпотезою про те, що застосування статистичних методів, зокрема лінійної регресії, до параметрів просторового вектору дозволить скоротити час обробки сигналу. Актуальність роботи обумовлена необхідністю створення швидких (*Fast-Response*) алгоритмів для сучасних активних систем розподілу енергії.

III. МЕТА РОБОТИ

Метою роботи є розробка методу швидкої оцінки індексу дисбалансу трифазної напруги на основі лінійної регресійної моделі параметрів просторового вектору. Для досягнення мети вирішуються наступні задачі:

- Встановлення математичної залежності між максимальним радіус-вектором (R_{max}) годографа напруги та величиною індексу *VUF*.

- Побудова лінійної регресійної моделі за результатами моделювання різних режимів несиметрії.

- Оцінка точності отриманої моделі за допомогою коефіцієнта детермінації (R^2).

- Перевірка швидкодії запропонованого алгоритму порівняно з класичним методом симетричних складових.

Критерієм якості результатів є мінімізація середньоквадратичної помилки апроксимації при забезпеченні швидкості розрахунку не більше ніж за пів циклу промислової частоти (10 мс).

Обмеження: дослідження обмежується аналізом несиметрії в системах з номінальною частотою 50 Гц без врахування впливу вищих гармонік понад 5% від основної частоти.

IV. ВИКЛАДЕННЯ ОСНОВНОГУ МАТЕРІАЛУ І АНАЛІЗ ОТРИМАННИХ РЕЗУЛЬТАТІВ

Продуктивність електроенергетичної системи поступово погіршується за наявності проблем з ЯЕЕ, таких як, гармонійні спотворення, різного роду перехідні процеси, коливання напруги живлення та дисбаланс напруги [1, 2]. Основними причинами дисбалансу напруги в електричній мережі є нерівномірний розподіл потужних однофазних навантажень по трифазній системі, непрофесійне проєктування електричних параметрів електричної мережі, а також асиметричний імпеданс ліній електропередач та обмоток трансформаторів [3]. При цьому необхідно відмітити наступне – підтримка балансу по трьох фазах електроенергетичної системи стає дедалі складною через несиметричне споживання електричної енергії [4].

На даний час існує велика кількість метолів визначення дисбалансу напруги в електричній мережі, Серед них, для точного визначення дисбалансу напруг, рекомендується визначення індексів *LVUR* (NEMA - Національна асоціація виробників обладнання) та *VUR* IEEE (Інститут інженерів електротехніки та електроніки) [5].

Визначення дисбалансу напруги, також відоме як частота дисбалансу напруги в мережі (*LVUR*, %), визначається як:

$$LVUR,\% = \frac{Max(|U_{ab}-U_{avg}|,|U_{bc}-U_{avg}|,|U_{ca}-U_{avg}|)}{U_{avg}} \cdot 100, \quad (1)$$

де $U_{avg} = \frac{U_{ab}+U_{bc}+U_{ca}}{3}$ - середнє значення лінійних напруг.

В загальному вигляді (1) можна переписати наступним чином:

$$LVUR = \frac{U_{max}^{dev}}{U_{avg}} \cdot 100, \quad (2)$$

де U_{max}^{dev} - максимальне відхилення напруги від середньої напруги мережі.

Дане визначення дисбалансу передбачає, що середня напруга однакова до номінального значення у трифазній системі, і оскільки в (1) визначаються тільки величини, фазові кути не розглядаються.

Відповідно до стандарту IEC 61000-3-14 [5] Для визначення дисбалансу використовуються фазні напруги, а не міжлінійні. При цьому також не враховується інформація про фазовий кут. Визначення дисбалансу – відношення складової напруги зворотної послідовності до складової напруги прямої послідовності: Коефіцієнт дисбалансу напруги у відсотках (*VUF*,%), визначається наступним чином:

$$VUF = \frac{|U_{/®}|}{|U_{/□}|} \cdot 100, \quad (3)$$

де $U_{зв}$ - модуль (середньоквадратичне значення) вектору напруги зворотної послідовності, $U_{пр}$ - модуль (середньоквадратичне значення) вектору напруги прямої послідовності.

Компоненти комплексної послідовності можна розрахувати, використовуючи фазні напруги за допомогою перетворення Фортеск'ю [6], наступним чином:

$$U_{\text{пр}} = \frac{1}{3}(U_A + aU_B + a^2U_C), \quad (4)$$

$$U_{\text{зв}} = \frac{1}{3}(U_A + a^2U_B + aU_C), \quad (5)$$

$$VUF_{\text{зв.фаз}} = \left|\frac{U_A + a^2U_B + aU_C}{U_A + aU_B + a^2U_C}\right| \cdot 100, \quad (6)$$

При цьому потрібно зазначити, що інші розроблені індекси визначення дисбалансу зазвичай використовуються в поєднані з *LVUR* та *VUR*. Загальний функціонал зворотної послідовності описує існування компоненти зворотної послідовності в електричній мережі, що забезпечує кращу фізичну інтерпретацію дисбалансу напруг та є більш корисним для його аналізу.

Одним із основних обмежень використання індексу *VUF* при моніторингу дисбалансу (продуктивності електричної мережі) є те, що його обчислення вимагає інформації як про величину, так і кути трифазних напруг. Крім того, його визначення складно з математичної точки зору і розрахунок загального функціоналу зворотної послідовності займає значний час порівняно з необхідним часом, дозволеним для зменшення дисбалансу, який становить 10 мс [7].

Як відомо, теорія просторового вектору є ефективним аналітичним інструментом для аналізу трифазних систем. У цьому методі будь-яка змінна у часі трифазної системи перетворюється з часової області на набір із двох векторів у просторовій області [4]. Тобто, трифазна система $u_a(t), u_b(t), u_c(t)$ в площині АВС, може бути представлена просторовим вектором $\overline{U}$, який складається з двох векторів

$$U = U_S + U_Z,$$

де $U_S = U_\alpha + jU_\beta$ та $U_Z = \frac{1}{3}(U_a + U_b + U_c)$.

Після ряду перетворень вираз для просторового вектору запишеться наступним чином:

$$U_{SV} = \frac{2}{3}\left(U_a - \frac{1}{2}U_b - \frac{1}{2}U_c\right) + j\frac{2}{3}\left(\frac{\sqrt{3}}{2}U_b - \frac{\sqrt{3}}{2}U_c\right) \quad (7)$$

Як відомо, основними характеристиками просторового вектору є велика R_{max} та мала R_{min} напівосі, кут повороту сформованого еліпсу θ. Для збалансованих систем просторовий вектор складається тільки з додатного вектору кутової частоти і слідує по колу в комплексній площині з радіусом рівним напрузі (рис. 1, крива 1). Для незбалансованих систем просторовий вектор є еліпсом із параметрами, що залежать від фази падіння напруги, величини провалу напруги та зсуву фазового кута (рис.1 , крива 2).

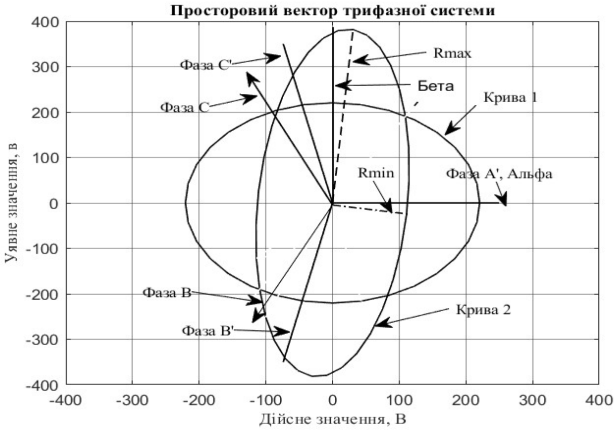
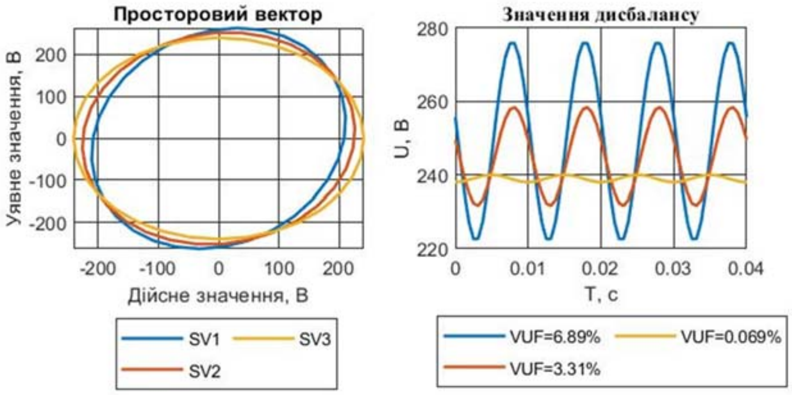


Рисунок 1. Просторовий вектор трифазної системи з наявністю однофазної несправності [8]

Проведемо дослідження залежності параметрів просторового вектору від величини індексу небалансу. В якості дослідження був вибраний параметр просторового вектору - R_{max}, який в значній мірі залежить від величини індексу небалансу [8]. Дослідження проводилися у плані залежності індексу небалансу *VUF* та R_{max} від зсуву фазових кутів та глибини провалів напруг.

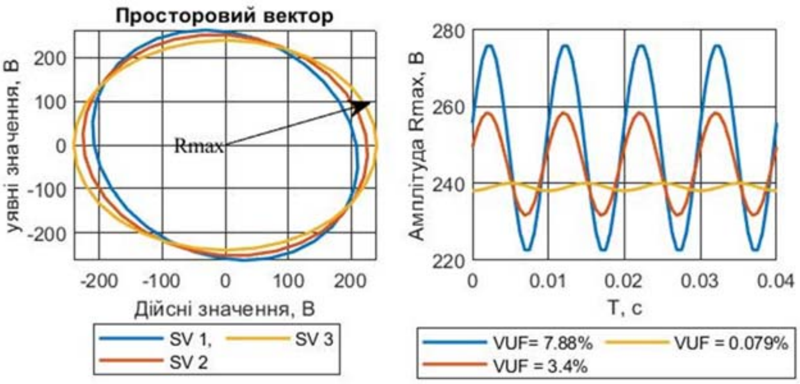
На рис. 2-4 представлені результати такого дослідження.



SV1- $\varphi_B = 1.72рад$, SV2=$\varphi_B = 1.805рад$, SV3=$\varphi_B = 1.985рад$

Рисунок 2. Тип провалу *B*, фаза *B*. Залежність дисбалансу напруг від зсуву фазових кутів

В залежності від значення фазового кута ($\varphi_B = 1.72 \pm 1.805рад$) індекс дисбалансу приймає значення $VUF = 0.069\% \pm 6.89\%$



SV1- $\varphi_C = 1.7рад$, SV2=$\varphi_C = 1.8рад$, SV3=$\varphi_C = 1.98рад$

Рисунок 3. Тип провалу *B*, фаза *C*. Залежність дисбалансу напруги від зсуву фазових кутів

В залежності від значення фазового кута ($\varphi_C = 1.7 \pm 1.98рад$) індекс дисбалансу приймає значення $VUF = 0.07\% \pm 7.88\%$

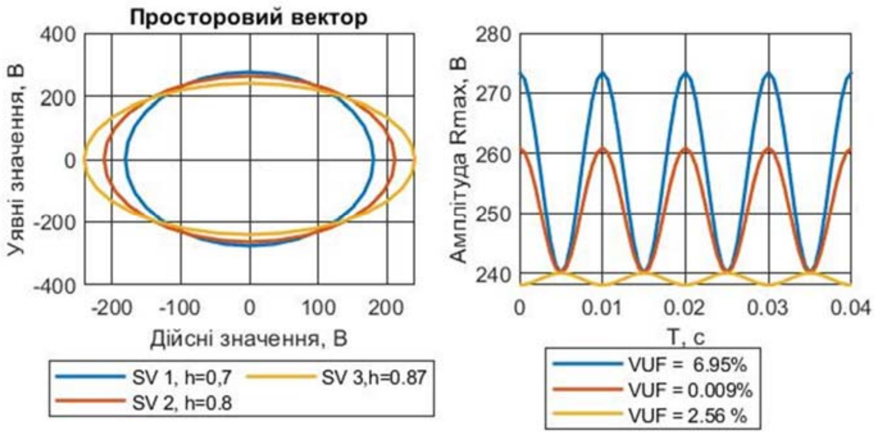


Рисунок 4. Тип провалу *A*. Залежність дисбалансу напруги від глибини провалу

Дослідження залежності R_{max} та VUF від зсуву фазових кутів та глибини провалу напруги проводилися шляхом моделювання різних типів провалу напруги, зсувів фазових кутів та глибини провалу. Аналіз результатів дослідження показав наступне:

1. Параметри R_{max} та VUF суттєво залежать від зсуву фазових кутів та глибини провалу.
2. Прослідковується залежність параметру просторового вектору R_{max} та величини VUF в сторону збільшення зсуву фазових кутів та глибини провалу.

Проведемо дослідження наявності математичної залежності параметру просторового вектору R_{max} та величини дисбалансу трифазної напруги в електричній мережі VUF.

Лінійна регресія – як метод математичного аналізу моделі залежності між скалярною та векторною змінними

Припустимо, що є n точок $\{(x_i, y_i), i = 1,\dots,n\}$, Функція, яка описує зв'язок між x і y записується $y_i = \alpha + \beta x_i + \varepsilon_i$. Завдання полягає в тому, щоб знайти рівняння прямої лінії $y = \alpha + \beta x$, яке б забезпечувало «найкраще» допасування наявних точок даних. Тут під «найкраще» розуміється в сенсі найменшого квадратичного відхилення: лінія, що мінімізує суму квадратів похибок лінійної регресійної моделі. Іншими словами, α (перетин з віссю y) і β (нахил) є розв'язком наступної задачі мінімізації

Знайти $min\, Q\,(\alpha, \beta)$, для $Q(\alpha, \beta) = \sum_{i=1}^{n} \varepsilon_i^2 =$

$$\sum_{i=1}^{n} (y_i - \alpha - \beta x_i)^2, \tag{8}$$

Із (8) отримаємо значення α і β які мінімізують цільову функцію $Q(\alpha, \beta)$:

$$\hat{\beta} = \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \overline{x})(y_i - \overline{y})}{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \overline{x})^2} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i y_i - \overline{x}\overline{y}}{\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - \overline{x}^2} = \frac{\overline{xy} - \overline{x}\overline{y}}{\overline{x^2} - \overline{x}^2} = \frac{Cov[x,y]}{Var[x]} = r_{x,y}\frac{s_y}{s_x}, \tag{9}$$

$$\hat{\alpha} = \overline{y} - \hat{\beta}\overline{x}, \tag{10}$$

де $r_{x,y}$ - коефіцієнт кореляції між x і y, s_x і s_y - стандартні відхилення x і y.

Підставляючи вирази $\hat{\alpha}$ і $\hat{\beta}$ в $f = \hat{\alpha} + \hat{\beta}\overline{x}$, маємо

$$\frac{f - \overline{y}}{s_y} = r_{x,y}\frac{x - \overline{x}}{s_x}, \tag{11}$$

Це показує, що $r_{x,y}$ - нахил регресійної лінії для стандартизованих точок вибірки.

Коефіцієнт детермінації - R^2 дорівнює $r_{x,y}^2$, коли маємо справу з лінійною моделлю з однією незалежною змінною. Це статистичний показник, що вимірює частку варіації залежної змінної, яку може пояснити регресійна модель (незалежні змінні). Він показує, наскільки добре дані підтверджують модель, і приймає значення від 0 до 1, де значення близьке до 1, свідчить про кращу відповідність моделі даним, тобто є ключовим критерієм адекватності регресійної моделі. Розрахований коефіцієнт детермінації $R^2 = 0.985$ - що свідчить про хорошу відповідність моделі даним.

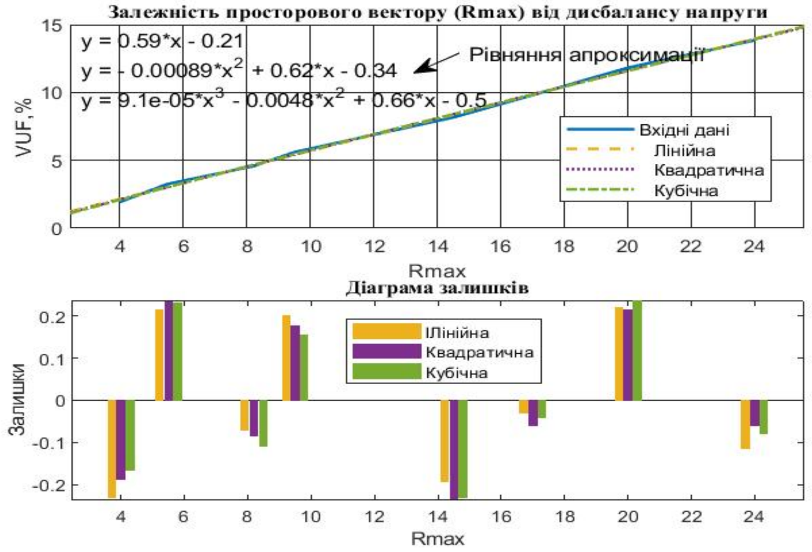


Рисунок 5. Залежність просторового вектору (R_{max}) від значення дисбалансу в електричній мережі та діаграма залишків

Діаграма залишків - це діаграма розсіювання, яка відображає помилки (залишки) регресійної моделі (фактичне y - прогнозоване y) на вертикальній осі відносно незалежної змінної (x) або прогнозованих значень на горизонтальній осі для оцінки відповідності моделі, виявляючи такі закономірності, як нелінійність або гетероскедастичність (нерівномірний розкид), які свідчать про неадекватність моделі, тоді як випадкове розсіювання навколо нуля вказує на хорошу лінійну відповідність [9].

Таблиця 1. Порівняльний аналіз розрахунку індексу небалансу VUF,% та по пропонованому способу

VUF, %	$\boldsymbol{R_{max}}$	*VUF* (лінійна апроксимація), %	Відносна похибка,$\boldsymbol{\delta}$, %
13,85	24	13,95	0,7
11,82	20	11,59	1,9
9,8	17	9,82	0,2
8,16	14,5	8,345	2,27
5,6	9,5	5,395	3,66
4,56	8,2	4,628	1,49
3,25	5,5	3,035	6,61
1,92	4	2,15	11,9

3. Результати по самій високій відносній похибці (δ=11.9%) були перерахованаі із застосуванням квадратичної апроксимації - рівняння:

$$VUF = -0.00089 \cdot R_{\max}^2 0.62 \cdot R_{\max} - 0.34 = 12.2\%$$

та кубічної апроксимації – рівняння:

$$VUF = 9.1e - 05 \cdot R_{\max}^3 - 0.0048 \cdot R_{\max}^2 + 0.66 \cdot R_{\max} - 0.5 = 7.7\%$$

Як слідує із розрахунків ступінь застосованої апроксимації не сильно впливає на похибку визначення значення *VUF* по R_{max} просторового вектору. Це також слідує і із рис. 5.

У таблиці наведено результати розрахунку дисбалансу за отриманим лінійним рівнянням регресії та порівняно результати з даними, отриманими за допомогою традиційного методу - відношенням зворотної послідовності до прямої для 8 випадків. Крім того, оцінка *VUF* шляхом розрахунку співвідношення між напругою зворотної послідовності та напругою прямої послідовності займає щонайменше 20 мс, тоді як по R_{max} - до 10мс.

Конфлікт інтересів. Автори заявляють про відсутність конфлікту інтересів.

V. ВИСНОВКИ

У ході проведеного дослідження було розв’язано важливу науково-практичну задачу підвищення оперативності оцінки якості електроенергії в трифазних системах. На основі отриманих результатів можна зробити наступні висновки:

1.Для отримання лінійної регресії між максимальним радіусом R_{max} просторового вектору та, відповідно, значенням *VUF*, необхідно лише величини трифазних лінійних напруг. Це суттєво спрощує знаходження індексу *VUF* у плані швидкодії із збереженням достатньої точності.

2. Застосування пропонованого способу визначення *VUF* по лінійній регресії між *VUF* і R_{max} просторового вектору дозволяє проводити моніторинг якості електропостачання в реальному часі.

3. Доведено, що використання параметрів просторового вектору, зокрема його максимального радіусу R_{max}), дозволяє адекватно описувати стан асиметрії трифазної системи без необхідності складного розкладання на симетричні складові за методом Фортеск’ю. Це спрощує математичну модель моніторингу.

4. Встановлено, що модель лінійної регресії забезпечує високу кореляцію між геометричними параметрами годографа просторового вектору та індексом дисбалансу напруги (*VUF*). Запропоноване лінійне співвідношення дозволяє мінімізувати обчислювальні витрати, що є критичним для мікропроцесорних систем захисту та автоматики.

5. Головним результатом роботи є скорочення часу оцінки показників небалансу. Запропонований метод дозволяє отримати достовірне значення *VUF* за проміжок часу до 10 мс (пів циклу промислової частоти), що у два рази швидше за традиційні методи, які потребують повного циклу (20 мс). Така швидкість реакції дозволяє системі моніторингу миттєво реагувати на перехідні процеси та динамічні зміни навантаження.

6. Проведене моделювання підтвердило, що похибка визначення індексу за допомогою регресійної моделі знаходиться в межах допустимих норм для промислових засобів вимірювання. Це робить метод придатним для використання в інтелектуальних мережах (*Smart Grids*) та системах енергетичного менеджменту.

7. Результати дослідження можуть бути впроваджені в алгоритми роботи сучасних цифрових аналізаторів якості енергії та інтелектуальних реле захисту. Подальші дослідження можуть бути спрямовані на адаптацію даного методу для умов значного гармонійного спотворення напруги (несинусоїдних режимів), що дозволить ще більше розширити сферу його застосування.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

[1] D. Chapman, " Power Quality Guide Application: Introduction", Elect.Eng. Res, CDA. Europe, 2001.

[2] J. Huang and Z. Jiang, "Power Quality Assessment of

Different Load Categories", Energy Procedia, vol. 141, pp. 345-351, 2017. https://doi.org/10.1016/j.egypro.2017.11.041

[3] J. Ghaeb and J. Chebil, "Prediction of Voltage Unbalance Employing Space Vector Property", International Journal of Engineering Research and Development, vol. 12, no. 12, pp. 65-70, 2016.

[4] Bhaskar Bhattacharya, Ajoy Kumar Chakraborty/ Three Dimensional Space Vector Modulation Theory: Practices without Proofs . International Journal of Electrical and Computer Engineering (IJECE). Vol. 6, No. 1, February 2016, pp. 21~25. https://doi.org/10.11591/ijece.v6i1.7963.

[5] IEC 61000-3-14: Assessment of Emission Limits for Harmonics, Interharmonics, Voltage Fluctuations and Unbalance for the Connection of Disturbing Installations to LV Power Systems; IEC: Geneva, Switzerland, 2011.

[6] Fortescue, C.L. Method of symmetrical co-ordinates applied to the solution of polyphase networks. AIEE Trans. 1918, 37, 1027–1140. DOI: https://doi.org/10.1109/T-AIEE.1918.4765570

[7] A. Rajapakse and A. Puangpairoj, "Harmonic Reducing ANN Controller for a SVC Compensating Unbalanced Fluctuating Loads", International Journal of Emerging Electric Power Systems, vol. 7, no. 1, 2006. DOI: https://doi.org/10.2202/1553-779X.1279.

[8] А.В. Волошко, В.В. Шевчук. Ідентифікація та класифікація однофазних провалів напруги за методологією просторового вектору кутової частоти. Енергетика: економіка, технології. Екологія. 2023. № 4. С. 145 – 149. https://doi.org/10.20535/1813-5420.4.2023.290944.

[9] Dana M. Ragab, Jasim A Ghaeb. A Linear Relation for Voltage Unbalance factor Evaluation in Three-Phase Electrical Power System Using Space Vector. World Academy of Science, Engineering and Technology International Journal of Energy and Power Engineering Vol:13, No:2, 2019. Pp. 79 - 82. https://www.researchgate.net/publication/332082277_A_Linear_Relation_for_Voltage_Unbalance_Factor_Evaluation_in_Three-phase_Electrical_Power_System_Using_Space_Vector#full-text

[10] A. S. Abdel-Khalik, A. S. Ghany and A. M. Agwa, "Voltage Unbalance Estimation Using Machine Learning Techniques," *IEEE Access*, vol. 9, pp. 45123-45135, 2021.

[11] S. Chen and X. Wang, "Real-time Monitoring of Voltage Fluctuations Based on Improved Space Vector Analysis," *International Journal of Electrical Power & Energy Systems*, vol. 112, pp. 210-218, 2019.

[12] M. Bollen, "Understanding Power Quality Problems: Voltage Sags and Interruptions," *IEEE Press Series on Power Engineering*, New York: Wiley-IEEE Press, 2000.

[13] P. Pillay and M. Manyage, "Definitions of Voltage Unbalance," *IEEE Power Engineering Review*, vol. 21, no. 5, pp. 49-51, May 2001.

[14] ДСТУ EN 50160:2023 Характеристики напруги електропостачання в електричних мережах загальної призначеності (EN 50160:2022, IDT). — Київ: ДП «УкрНДНЦ», 2023.

[15] Y. J. Wang, "An Analytical Study on the Calculation of Voltage Unbalance Factor," *International Journal of Electrical Engineering*, vol. 13, no. 3, pp. 283-290, 2006.

[16] Z. Leonowicz, "Advanced Methods of Spectral Analysis in Power Quality Monitoring," *Przegląd Elektrotechniczny*, vol. 88, no. 10a, pp. 115-119, 2012.

Надійшла *(Received) 20.04.2026;*
Прийнята *(Accepted) 11.05.2026;*
Опублікована *(Published) 29.05.2026;*

USING LINEAR REGRESSION FOR VOLTAGE UNBALANCE FACTOR ESTIMATION BASED ON SPACE VECTOR ANGULAR FREQUENCY PARAMETERS

KOZLOVSKYI Y.V. PhD student of Power Supply Department, Group GE-41f, IEE, National Technical University of Ukraine "Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute", Kyiv, Ukraine, ORCID: https://orcid.org/0009-0009-2753-3900, e-mail: eugene.kozlovskiy@gmail.com;

VOLOSHKO A.V. Doctor of Technical Sciences, Professor of Power Supply Department of National Technical University of Ukraine "Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute", Kyiv, Ukraine, ORCID: https://orcid.org/0009-0004-2113-3600, e-mail: avolosko820@gmail.com;

Purpose. *Development and investigation of a method for estimating the three-phase voltage unbalance index based on linear regression to improve the responsiveness of power quality control. The application of a linear relationship between the maximum radius of the space vector and the unbalance magnitude aims to ensure high computational speed (up to 10 ms) while maintaining acceptable accuracy.*

Methodology. *To achieve the goal, the space vector theory was used to analyze three-phase systems in the time domain. Methods of mathematical statistics and linear regression (least squares method) were applied to establish a correlation between the geometric parameters of the space vector locus (R_{max}) and the voltage unbalance factor (VUF). Computer modeling of various types of voltage sags was conducted to verify the proposed model.*

Findings. *It was found that the linear regression model provides a high correlation (R2=0.985) between the Rmax parameter and the VUF index, which allows to describe adequately the state of system asymmetry. The main result is the reduction of the unbalance indicator estimation time to 10 ms (half a cycle of the power frequency), which is twice as fast as traditional methods based on the Fortescue transform. It is proven that for calculation by the proposed method, it is sufficient to know only the magnitudes of the line voltages without involving phase angles.*

Originality. *For the first time, the possibility of using a linear regression model to determine the voltage unbalance index through the parameters of the space vector locus was substantiated. A stable mathematical relationship between the semi-major axis of the space vector ellipse and the unbalance factor was identified, allowing for the simplification of the mathematical monitoring model by avoiding complex symmetrical component decomposition.*

Practical value. *The proposed method enables the implementation of real-time power quality monitoring in systems with limited local computational resources (microprocessor-based protection and automation devices). The achieved response speed (10 ms) is critical for the protection of power electronics and ensuring the stability of microgrids (Smart Grids) under rapid transient conditions. The results can be implemented into the algorithms of digital power quality analyzers.*

Keywords*: voltage unbalance factor; space vector; linear regression; power quality; voltage asymmetry.*

REFERENCES

[1] Chapman, D. (2001). Power quality guide application: Introduction. Elect. Eng. Res, CDA Europe.

[2] Huang, & Jiang, Z. (2017). Power quality assessment of different load categories. Energy Procedia, 141, 345–351. https://doi.org/10.1016/j.egypro.2017.11.041

[3] Ghaeb, J., & Chebil, J. (2016). Prediction of voltage unbalance employing space vector property. International Journal of Engineering Research and Development, 12(12), 65–70.

[4] Bhattacharya, B., & Chakraborty, A. K. (2016). Three dimensional space vector modulation theory: Practices without proofs. International Journal of Electrical and Computer Engineering (IJECE), 6(1), 21–25. https://doi.org/10.11591/ijece.v6i1.7963

[5] International Electrotechnical Commission. (2011). IEC 61000-3-14: Assessment of emission limits for harmonics, interharmonics, voltage fluctuations and unbalance for the connection of disturbing installations to LV power systems. IEC.

[6] Fortescue, C. L. (1918). Method of symmetrical coordinates applied to the solution of polyphase networks. AIEE Transactions, 37, 1027–1140. https://doi.org/10.1109/T-AIEE.1918.4765570

[7] Rajapakse, A., & Puangpairoj, A. (2006). Harmonic reducing ANN controller for a SVC compensating unbalanced fluctuating loads. International Journal of Emerging Electric Power Systems, 7(1). https://doi.org/10.2202/1553-779X.1279

[8] Voloshko, A. V., & Shevchuk, V. V. (2023). Identyfikatsiia ta klasyfikatsiia odnofaznykh provaliv napruhy za metodolohiieiu prostorovoho vektoru kutovoi chastoty. Enerhetyka: ekonomika, tekhnolohii. Ekolohiia, (4), 145–149. https://doi.org/10.20535/1813-5420.4.2023.290944

[9] Ragab, D. M., & Ghaeb, J. A. (2019). A linear relation for voltage unbalance factor evaluation in three-phase electrical power system using space vector. World Academy of Science, Engineering and Technology International Journal of Energy and Power Engineering, 13(2), 79–82.

[10] Abdel-Khalik, A. S., Ghany, A. S., & Agwa, A. M. (2021). Voltage unbalance estimation using machine learning techniques. IEEE Access, 9, 45123–45135.

[11] Chen, S., & Wang, X. (2019). Real-time monitoring of voltage fluctuations based on improved space vector analysis. International Journal of Electrical Power & Energy Systems, 112, 210–218.

[12] Bollen, M. (2000). Understanding power quality problems: Voltage sags and interruptions. Wiley-IEEE Press.

[13] Pillay, P., & Manyage, M. (2001). Definitions of voltage unbalance. IEEE Power Engineering Review, 21(5), 49–51.

[14] DSTU EN 50160:2023. (2023). Kharakterystyky napruhy elektropostachannia v elektrychnykh merezhakh zahalnoho pryznachennia (EN 50160:2022, IDT). UkrNDNTs.

[15] Wang, Y. J. (2006). An analytical study on the calculation of voltage unbalance factor. International Journal of Electrical Engineering, 13(3), 283–290.

[16] Leonowicz, Z. (2012). Advanced methods of spectral analysis in power quality monitoring. Przegląd Elektrotechniczny, 88(10a), 115–119.

UDC 621.31

ASSESSMENT OF THE EFFECT OF STRUCTURAL AND GEOPHYSICAL PARAMETERS ON THE MAGNETIC FIELD DISTRIBUTION AROUND POWER LINES LOCATED IN UNDERGROUND COLLECTORS

DANYLCHENKO D.O. PhD, Associate Professor, Professor of the Department of Electric Power Transmission, National Technical University "Kharkiv Polytechnic Institute", Kharkiv, Ukraine, ORCID: https://orcid.org/0000-0001-7912-1849, e-mail: Dmytro.Danylchenko@khpi.edu.ua;

SHEVCHENKO S.Yu. Doctor of Technical Sciences, Professor, Head of the Department of Electrical Power Transmission at the National Technical University "Kharkiv Polytechnic Institute", Kharkiv, Ukraine, ORCID: https://orcid.org/0000-0002-9658-7787, email: sergii.shevchenko@khpi.edu.ua;

KHOMIAK Y.V. PhD, Associate Professor, Associate Professor of the Department of Information and Measurement Technologies, National Technical University "Kharkiv Polytechnic Institute", Kharkiv, Ukraine, ORCID: https://orcid.org/0000-0001-6998-8393, e-mail: Yurii.Khomiak@khpi.edu.ua;

POTRYVAI A.E. PhD Student of the Department of Electric Power Transmission, National Technical University "Kharkiv Polytechnic Institute", Kharkiv, Ukraine, ORCID: https://orcid.org/0009-0001-2442-6087, e-mail: andrii.potryvai@ieee.khpi.edu.ua;

Purpose. *To quantitatively estimate the contribution of the surrounding-medium parameters to the magnetic flux density of a three-phase 110 kV air-insulated transmission line installed inside an underground tunnel, and to clarify whether such parameters must be included in routine engineering magnetic-field assessments.*

Methodology. *Numerical quasi-stationary simulation of the magnetic field at industrial frequency was carried out for a symmetric three-phase system of AC-240/32 conductors loaded with 500 A. The computational domain was decomposed into five characteristic horizontal layers extending from the open air above the ground surface to the very plane of the phase wires. Two parametric series were performed: in the first the soil resistivity was scanned from 50 to 1000 Ω·m at a fixed wall thickness; in the second the concrete-wall thickness was varied from 250 to 500 mm at a fixed soil resistivity of 70 Ω·m.*

Findings. *Within the studied envelope of parameters neither the resistivity of the soil nor the thickness of the concrete wall measurably alters the magnetic flux density either at the control point or inside any of the analyzed layers. The configuration of the field is governed almost exclusively by the magnitude of the phase current and by the geometry of the conductor cluster. At the reference point the peak flux density is approximately 1.5 μT and is reached at phase angles of about 115° and 295°; the value rises to roughly 2.27 μT at the ground surface, to about 8 μT on the upper outer face of the tunnel and exceeds 10 μT on its inner face, while pronounced local maxima are observed in the immediate vicinity of the individual phase wires.*

Originality. *A systematic quantitative demonstration is provided that for a 110 kV underground concrete collector in typical urban operating conditions the soil and the reinforced-concrete envelope contribute negligibly to magnetic-field attenuation at 50 Hz. The widespread informal design assumption about the natural shielding role of these media is therefore not supported within the considered ranges of parameters.*

Practical value. *The reported results allow designers to omit detailed soil and concrete characterization from preliminary magnetic-field calculations above underground collectors and to instead direct mitigation efforts toward optimization of phase-conductor geometry or toward dedicated active and passive shielding solutions, the only practically effective routes to a noticeable reduction of magnetic flux density in compact underground transmission infrastructure.*

Keywords: electric power industry, magnetic flux density; underground collector air insulation; soil resistivity; reinforced-concrete tunnel; phase-conductor geometry; numerical modelling; electromagnetic compatibility.

I. INTRODUCTION

Modern development of urban electric grids is shaped by two simultaneous and partly contradictory pressures: load densities continue to grow inside densely built-up areas, while the right-of-way available for traditional overhead corridors is steadily shrinking. To reconcile these constraints, network operators ever more often relocate high-voltage circuits below the surface, placing air-insulated bare conductors inside cast reinforced-

© Danylchenko D.O., Shevchenko S.Yu., Khomiak Y.V., Potryvai A.E., 2026
Creative Commons Attribution-ShareAlike 4.0 International License **(CC-BY-CA 4.0)**

DOI: https://doi.org/10.15588/1607-6761-2026-2-8

concrete tunnels – the so-called underground collectors. Such installations mechanically protect the live parts, isolate them from people and surface traffic, free up valuable urban land and visually disappear from the landscape. At the same time, they appreciably modify the electromagnetic environment along the route and raise new questions about the magnetic flux density to which pedestrians and equipment located directly above the corridor will be exposed.

Reliable assessment of this flux density is required both by electromagnetic compatibility standards and by sanitary norms limiting prolonged human exposure to power-frequency magnetic fields. Practising engineers, however, frequently rely on a tacit and convenient assumption: that the natural cover of soil above the conduit and the massive concrete shell of the tunnel itself together behave as a partial magnetic shield and visibly attenuate the field at ground level. The factual basis of this expectation is far from solid. The actual shielding effectiveness depends on the conductivity and magnetic permeability of every material lying on the path of the field, on the geometric arrangement of the conductors inside the conduit and on the operating regime of the line, and very little of this dependency has so far been quantified for the geometry typical of municipal collectors in Ukraine.

II. ANALYSIS OF LAST RESEARCHES

A review of recent literature dealing with the magnetic environment around underground power infrastructure reveals a clear concentration around two topics. The first one focuses on the electric and magnetic fields associated with cable systems or air-insulated lines accommodated inside service tunnels, with particular attention to the safe-work envelope of maintenance personnel and to the contribution of return currents, sheaths and earthing schemes to the resulting field [1–3]. The second covers practical field-reduction techniques, including passive metallic loops, ferromagnetic plates, conductive screens, optimized phase splitting and transposition arrangements [4–7]. Detection-oriented works, in which buried conductors are localized through their stray power-frequency field, indirectly confirm that the field persists at ground level despite the presence of soil and concrete and remains a measurable quantity [5, 6].

A separate group of publications examines the thermal behaviour and electromagnetic characteristics of cables enclosed in non-homogeneous soil masses, as well as the uncertainty associated with overhead-line field calculations [8–12]. In all of these works the soil and the supporting structures are described through their electrophysical parameters, yet the actual sensitivity of the magnetic flux density to the precise numerical values of those parameters is rarely studied systematically. The outcome is an asymmetry that has consequences in routine design: where the geometry of the conductors is treated in great detail, the surrounding medium typically enters the calculation through default values or coarse engineering rules of thumb, leaving the designer without a defensible answer to the question of whether refined soil and concrete data are worth acquiring at all.

International standardization documents and recent surveys [13–16] reinforce the same observation: while measurement protocols and shielding strategies are described in considerable depth, the quantitative sensitivity of the field to the dielectric and magnetic parameters of the host medium in compact underground geometries is not the subject of dedicated studies. The gap is particularly evident at the preliminary design stage, when the geometry of the collector still has to be fixed and detailed in-situ measurements of soil resistivity or concrete quality are rarely available. Closing this gap, even within a limited but representative configuration, therefore has direct practical value.

III. FORMULATION OF THE WORK PURPOSE

The objective of the present work is to determine the influence of the parameters of the medium surrounding a 110 kV underground transmission line – first of all the resistivity of the soil cover and the thickness of the concrete-tunnel wall – on the magnetic flux density at observation points located both above ground and inside the conduit, and to establish whether the inclusion of these parameters in engineering magnetic-field calculations is justified.

In line with this objective, the work analyzes a three-phase air-insulated 110 kV line carrying 500 A and installed inside a reinforced-concrete underground tunnel. AC-240/32 conductors with an overall diameter of 21.6 mm are used; the phase angles are set to −120°, 0° and 120°. The computational domain is split into five characteristic layers – the air space 1 m above the ground (Layer 1), the ground surface itself (Layer 2), the upper outer face of the tunnel (Layer 3), its inner face (Layer 4) and the plane of the phase conductors (Layer 5). A control point situated 1 m above ground over the central axis of the tunnel is used as the reference observation site. The soil resistivity is scanned within the range 50–1000 Ω·m and the concrete-wall thickness within 250–500 mm; all remaining geometric parameters are kept fixed.

Cost trade-offs of construction, extrapolation beyond the declared parameter ranges and detailed analysis of transient regimes lie outside the scope of the present study.

IV. EXPOUNDING THE MAIN MATERIAL AND RESULTS ANALYSIS

Mathematical formulation. The magnetic field is computed in a quasi-stationary formulation, in which displacement currents and wave-propagation effects can be neglected because at the industrial frequency f = 50 Hz the characteristic wavelength in vacuum (about 6000 km) exceeds the typical dimensions of the computational domain (a few metres) by many orders of magnitude. Under such conditions the problem reduces to the Poisson-type equation for the magnetic vector potential A:

$$\nabla \times \left(\frac{1}{\mu} \nabla \times A\right) = J_s - \sigma \frac{\partial A}{\partial t} \quad (1)$$

where μ is the absolute magnetic permeability of the medium, σ its electrical conductivity and J_s the source current density distributed across the cross-section of the phase conductors. The magnetic flux density at any observation point is recovered from B = ∇ × A. A balanced three-phase sinusoidal excitation is imposed:

$$i_k(t) = I_m \sin(2\pi f t + \varphi_k),\ k = \mathrm{A, B, C} \quad (2)$$

where $I_m = \sqrt{2} \cdot 500$ A is the amplitude per phase and φ_k = −120°, 0°, 120° are the initial phase angles. The simulation is parametrised by the phase angle θ = 2πft + φ_k, so that the full 360° cycle is sampled and both the time evolution of the field and the positions of its instantaneous maxima can be recovered.

Geometric model and material parameters. The phase wires are represented as continuous conductors of circular cross-section corresponding to the AC-240/32 specification with an overall diameter of 21.6 mm. The inter-axis spacing of adjacent phases is 300 mm. The reinforced-concrete tunnel has an internal square cross-section of 1000 mm on a side; its wall thickness T is varied within 250–500 mm. The reinforcement is modelled as a regular grid of 16 mm steel bars spaced 250 mm apart, with electrical conductivity σ_r = 1.5 MS/m and relative magnetic permeability μ_r = 60. The surrounding soil is described by its electrical resistivity ρ^g, taken successively at 50, 70, 100 and 1000 Ω·m to cover the range from moist clay-loam through average mineral soils to dry rocky terrain. The external boundary of the computational domain is placed sufficiently far from the conductor cluster to make boundary reflections insignificant.

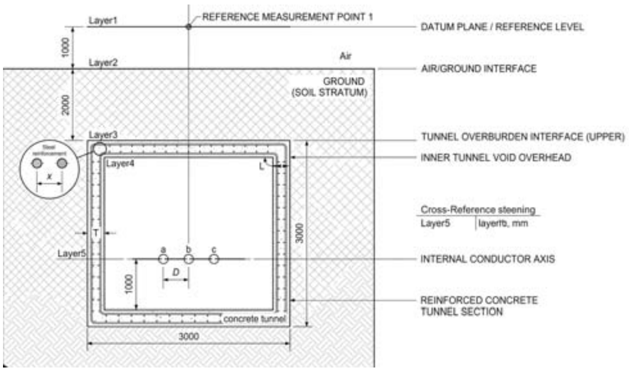


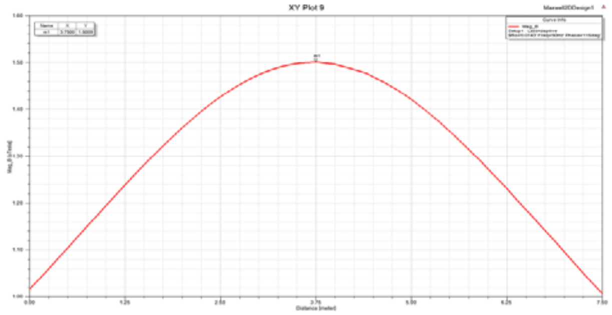
Figure 1. General view of the underground reinforced-concrete collector with the three-phase conductor cluster and the reinforcement grid

Procedure. The magnetic flux density is evaluated at the reference point Point 1 and along characteristic cross-sections lying inside Layers 1–5. The phase-angle scan is performed with a step of 5° in θ, which provides adequate resolution of the instantaneous extrema while keeping the computational cost moderate. Two parametric series are performed independently. In the first series the soil resistivity ρ^g is varied while the concrete-wall thickness is held fixed; in the second the wall thickness T is varied while the soil resistivity is held at the practically representative value of 70 Ω·m. This separation isolates the individual contribution of each factor and allows their relative importance to be judged directly. To exclude residual influence of numerical artefacts, every series is repeated with two independent mesh densities and the obtained values are compared; the difference between the corresponding curves does not exceed 0.7 %, which is well below the variation that any meaningful physical effect of the medium would produce. The simulation results discussed in the following subsections therefore reflect physical behaviour rather than discretization errors.

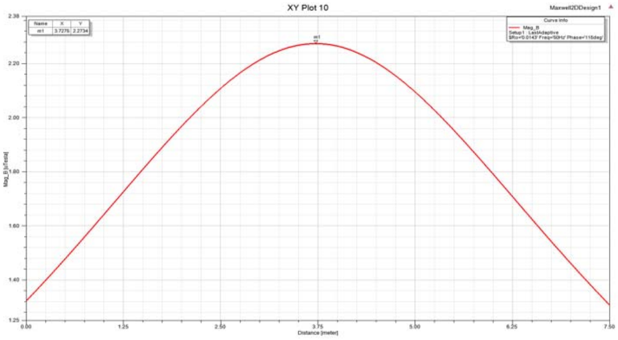
Influence of soil resistivity. The plots of magnetic flux density at Point 1 versus the phase angle θ obtained for ρ^g = 50, 70, 100 and 1000 Ω·m turn out to be virtually indistinguishable – the four curves overlap within the line width of the plot. The flux density follows a smooth near-sinusoidal pattern with two clear maxima of approximately 1.5 μT at θ ≈ 115° and θ ≈ 295°, which correspond to the moments at which the contributions of the two outer phases add coherently along the vertical line passing through the control point.

The same picture is observed across Layers 1–5: for a given resistivity the layer-wise profiles fall on top of each other, with no measurable separation between the curves. This insensitivity to ρ^g is found not only at Point 1 but throughout the entire computational domain. The absolute magnitudes, however, change strongly when the observation moves from Layer 1 to Layer 5. In Layer 1, located 1 m above the ground, the peak flux density is about 1.5 μT; on the ground surface (Layer 2) it grows to roughly 2.27 μT; on the upper outer face of the tunnel (Layer 3) it reaches approximately 8 μT; on the inner face of the tunnel (Layer 4) it exceeds 10 μT; in the plane of the conductors (Layer 5) the curve becomes strongly non-uniform with sharp local maxima around the individual phase wires – a direct fingerprint of the geometric factor.

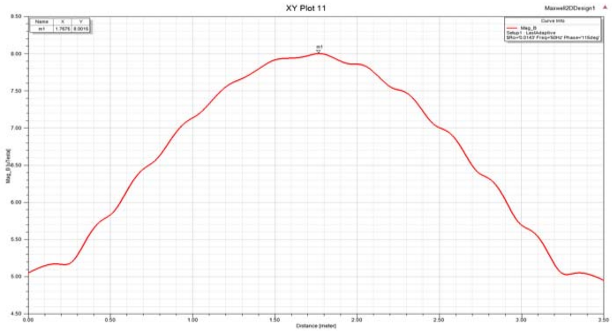
Influence of concrete wall thickness. In the second series the soil resistivity is held at 70 Ω·m and the wall thickness T is set successively to 250, 300 and 500 mm. The dependences B(θ) at the reference point again practically coincide: a twofold increase of the concrete shell does not visibly alter the magnetic flux density at the control point, while the position of the maxima at θ ≈ 115° and θ ≈ 295° as well as their magnitude of about 1.5 μT remain unchanged. Inspection of the layer-wise distributions for the three thickness values yields the same conclusion. Across Layers 1–5 the curves obtained for different T overlap within the resolution of the graph, with deviations of the same order as the numerical noise of the model.



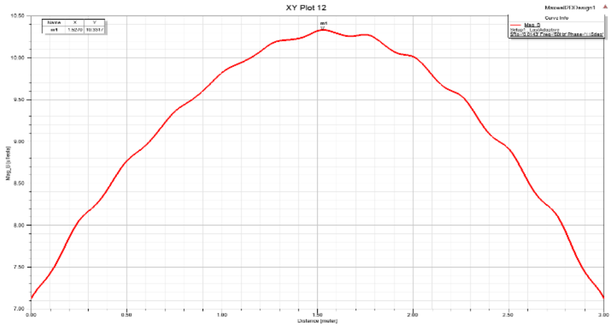
a)



b)



c)



d)

Figure 2. Magnetic flux density distribution in: a) Layer 1 at T = 250 mm; b) Layer 2 at T = 250 mm; c) Layer 3 at T = 250 mm; d) The same in Layer 4 at T = 250 mm

A consolidated comparison of peak flux density at the control point for all combinations of ρ^g and T is summarised in a generalised plot.

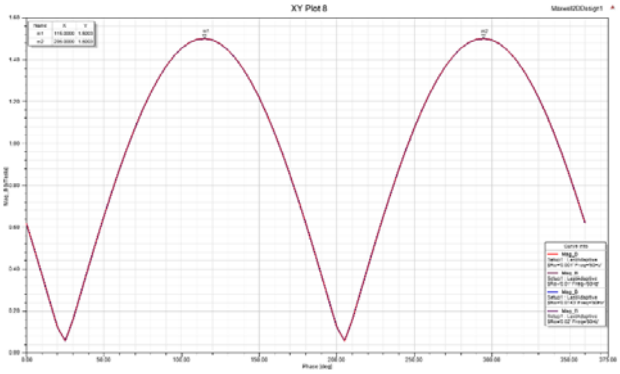


Figure 3. Peak magnetic flux density at Point 1 for the full set of ρ_g and T combinations

The bars are visually indistinguishable; the relative spread does not exceed several per cent and stays inside the uncertainty band of the underlying numerical model. Both series therefore confirm that, within the considered ranges, the surrounding medium does not contribute appreciably to the formation of the magnetic field.

Physical interpretation. The observed insensitivity admits a straightforward physical explanation. In contrast to the electric field, which is strongly modulated by the dielectric properties of the medium, the magnetic field of a power-frequency conductor system is governed primarily by the source current and by the spatial arrangement of the conductors. For materials with relative magnetic permeability close to unity (soil, plain concrete) and modest electrical conductivity, the induced eddy-current response at 50 Hz is so weak that it cannot perceptibly redistribute the field across spatial scales of the order of metres. A simple skin-depth estimate confirms this: at 50 Hz the skin depth in soil with ρ^g = 100 Ω·m exceeds 700 m, which is about three orders of magnitude larger than the characteristic thickness of the soil layer above the tunnel. Under such conditions the soil is essentially transparent to the time-varying magnetic field, and any back-reaction it can produce is negligible. The reinforcement bars introduce locally elevated permeability (μ_r = 60), but the volume fraction they occupy and the 250 mm grid pitch are far too small for them to act as a continuous high-permeability shield at the frequency of interest; their contribution shows up only in a slight perturbation of the field near individual rods and is not visible at the macroscopic observation scales considered here.

The dramatic growth of B between Layer 1 and Layer 5 confirms the dominance of the geometric factor: the flux density follows a Biot–Savart-type decay with distance from the conductor cluster, and the field on the inner face of the tunnel is several times higher than on the ground surface even though the materials filling these two zones are entirely different. The visible spatial non-uniformity in Layer 5 – where the field develops sharp local peaks close to each phase wire – is the direct fingerprint of this dependency and could only be removed, in principle, by tighter compensation between the phase con-

tributions. Any meaningful reduction of magnetic exposure above an underground collector should therefore be sought through changes of phase geometry – tighter triangular bundles, compensating split-phase arrangements, optimal phase transposition – or through dedicated passive and active screens, rather than through reliance on the natural shielding of soil or concrete. The combination of geometric optimization with a single layer of conducting screen typically yields the strongest practical reduction with the smallest construction overhead.

Generalization and limitations. The reported insensitivity of the magnetic flux density to the considered medium parameters has been established within a clearly delimited configuration: 110 kV three-phase line, current 500 A, tunnel of fixed internal dimensions and reinforcement grid, observation points up to 1 m above the ground. Extrapolation of the present conclusions to substantially different geometries – for example, larger underground vaults with multiple parallel circuits, shielded buses, or installations operating at considerably higher currents – is not warranted and should be supported by dedicated simulations. Similarly, the model assumes balanced sinusoidal currents at the industrial frequency; the influence of harmonics, of transient overcurrents and of asymmetric earth-fault regimes lies outside its scope. Within the declared envelope, however, the results are robust and provide a defensible quantitative basis for omitting the surrounding-medium parameters in preliminary engineering calculations.

Comparison with normative limits. It is also instructive to compare the calculated magnetic flux density at the reference point with the public-exposure limits adopted by international standards. The ICNIRP guideline for the general public at the power frequency of 50 Hz sets the reference level at 200 μT, while the more conservative occupational reference is 1000 μT. The peak value of approximately 1.5 μT registered 1 m above the ground in the present geometry is therefore more than two orders of magnitude below the public-exposure threshold, which means that even significant variations of operating current would not bring the field anywhere close to the regulatory limit. From the standpoint of human safety the underground collector considered here is fully compliant; nevertheless, accurate computation of the magnetic field remains valuable for electromagnetic-compatibility purposes – in particular for the protection of sensitive electronic equipment that may be installed at or below the surface in the immediate vicinity of the corridor.

Implication for instrumentation and surveys. A practically important corollary of the obtained results concerns the planning of in-situ magnetic-field surveys around underground collectors. Since the field above the conduit is determined chiefly by the geometric configuration and by the current actually flowing in the line, any field measurement must be accompanied by an accurate synchronous record of the load current and of the relative position of the probe with respect to the tunnel axis. Variations of soil moisture, seasonal changes of the upper soil layer, or differences in the concrete grade between adjacent route segments may safely be excluded from the list of dominant uncertainty sources within the parameter ranges considered. This observation simplifies both the design of measurement campaigns and the subsequent interpretation of their results, allowing the survey team to concentrate on the truly influential variables.

Conflict of interest. The authors declare that they have no conflicts of interest.

V. CONCLUSION

The numerical study reported above quantifies how the parameters of the surrounding medium affect the magnetic field of a three-phase 110 kV transmission line installed inside an underground reinforced-concrete collector. Within the practically meaningful ranges considered – soil resistivity from 50 to 1000 Ω·m and concrete-wall thickness from 250 to 500 mm – the magnetic flux density at the reference point 1 m above the ground and along the five analyzed layers of the computational domain remains effectively unchanged. The structure of the field is determined almost exclusively by the magnitude of the phase current and by the geometric arrangement of the conductors, whereas the soil and the concrete envelope do not provide measurable magnetic shielding at industrial frequency.

It is further established that the flux density depends strongly on the position of the observation site relative to the conductor cluster: it grows from approximately 1.5 μT at the control point to over 10 μT on the inner face of the tunnel, with pronounced local maxima around the individual phase wires in the plane of the conductors. From the engineering point of view this means that the natural medium cannot be relied upon as a field-attenuation mechanism. Reduction of magnetic exposure above an underground collector should be achieved through optimization of phase-conductor geometry or through application of dedicated active and passive shielding solutions. The obtained results may be used directly for rapid preliminary estimation of magnetic-field levels in newly designed underground transmission corridors without the need for detailed soil or concrete characterization.

From a methodological standpoint, the work also delineates a clear hierarchy of factors that influence the magnetic field of underground transmission corridors. The dominant role belongs to the magnitude and phase distribution of the conductor currents, the second tier is occupied by the relative geometric placement of the phases, while the parameters of the surrounding medium – within the limits considered – form a tertiary contribution that can be reasonably neglected. This hierarchy provides a basis for rational prioritization of design effort: detailed soil sampling and concrete quality control, although still important for thermal and mechanical performance of the conduit, do not need to be repeated for electromagnetic purposes. The same principle can be applied to the planning of in-situ field surveys, where the focus should remain on the verification of geometric parameters and cur-

rent loading rather than on the characterization of the medium.

Further work will be directed at the influence of conductor-bundle geometry, varying current load and shifted positions of control points on the magnetic-field distribution, as well as at the development and experimental validation of efficient shielding strategies tailored specifically to compact underground collectors. An additional line of research will focus on extending the present analysis to higher-voltage classes (220 kV and 330 kV) and to multi-circuit underground vaults, where mutual coupling between adjacent circuits and the resulting redistribution of currents may become a non-trivial source of additional field non-uniformity.

REFERENCES

[1] Shevchenko, S. Y., Danylchenko, D. O., Hanus, R. O., Dryvetskyi, S. I., Berezka, S. K., Grechko, O. M. (2025). Features of designing high-voltage overhead power lines in an underground collector. Electrical Engineering & Electromechanics, 5, 80–88. DOI: https://doi.org/10.20998/2074-272X.2025.5.11

[2] Shevchenko, S., Danylchenko, D., Hanus, R., Potryvai, A., Petrov, S. (2025). Moisture Discharge Voltage of Insulators. Analysis of Calculation Methods and Creation of an Automated Calculation Tool. In: Babak, V., Zaporozhets, A. (eds) Systems, Decision and Control in Energy VII. Studies in Systems, Decision and Control, vol. 595, Springer, Cham. DOI: https://doi.org/10.1007/978-3-031-90466-0_6

[3] Seong, M., Kim, D. H., Kim, S. C. (2021). Analysis of electric and magnetic fields distribution and safe work zone of 154 kV power line in underground power cable tunnel. Safety Science, 133, 105020. DOI: https://doi.org/10.1016/j.ssci.2020.105020

[4] Memari, A. R., Janischewskyj, W. (1996). Mitigation of magnetic field near power lines. IEEE Transactions on Power Delivery, 11(3), 1577–1586. DOI: https://doi.org/10.1109/61.517519

[5] Sun, X., Lee, W. K., Hou, Y., Pong, W. T. (2014). Underground Power Cable Detection and Inspection Technology Based on Magnetic Field Sensing at Ground Surface Level. IEEE Transactions on Magnetics, 50(7), 1–5, Art. no. 6200605. DOI: https://doi.org/10.1109/TMAG.2013.2297195

[6] Zhu, J., Chen, G., Tian, G., Liu, H. (2024). Underground Passive LF RFID Localization Method Based on Magnetic Field Model of Reader Coil Antenna. IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, 73, 1–10, Art. no. 8000410. DOI: https://doi.org/10.1109/TIM.2023.3334337

[7] Grinchenko, V. S. (2018). Znizhennya magnitnogo polya trifaznih linij elektroperedachi gratchastim elektromagnitnim ekranom [Reduction of the magnetic field of three-phase power lines by a lattice electromagnetic shield]. Tekhnichna elektrodinamika, 4, 29–32. DOI: 10.15407/techned2018.04.029. (in Ukrainian)

[8] Alihodzic, A., Mujezinovic, A., Kasumovic, M., Hivziefendic, J. (2022). Determination of electric and magnetic field calculation uncertainty in the vicinity of overhead transmission lines. Journal of Microwaves, Optoelectronics and Electromagnetic Applications, 21, 392–413. DOI: https://doi.org/10.1590/2179-10742022v21i3262024

[9] De Lieto Vollaro, R., Fontana, L., Vallati, A. (2014). Experimental study of thermal field deriving from an underground electrical power cable buried in non-homogeneous soils. Applied Thermal Engineering, 62(2), 390–397. DOI: https://doi.org/10.1016/j.applthermaleng.2013.09.002

[10] Rozov, V. Yu., Reutskyi, S. Yu., Pelevin, D. Ye., Pyliuhina, K. D. (2022). Approximate method for calculating the magnetic field of 330–750 kV high-voltage power line in maintenance area under voltage. Electrical Engineering & Electromechanics, 5, 71–77. DOI: https://doi.org/10.20998/2074-272X.2022.5.12

[11] Mahin, A. U., Islam, S. N., Ahmed, F., Hossain, M. F. (2022). Measurement and monitoring of overhead transmission line sag in smart grid: A review. IET Generation, Transmission & Distribution, 16(1), 1–18. DOI: https://doi.org/10.1049/gtd2.12271

[12] International Commission on Non-Ionizing Radiation Protection (ICNIRP). (2010). Guidelines for limiting exposure to time-varying electric and magnetic fields (1 Hz to 100 kHz). Health Physics, 99(6), 818–836. DOI: https://doi.org/10.1097/HP.0b013e3181f06c86

[13] Bavastro, D., Canova, A., Freschi, F., Giaccone, L., Manca, M. (2015). Magnetic field mitigation at power frequency: design principles and case studies. IEEE Transactions on Industry Applications, 51(3), 2009–2016. DOI: https://doi.org/10.1109/TIA.2014.2369813

[14] Danylchenko D., Khomiak, Y., & Potryvai A.. (2026). The influence of the environment on the magnetic field of power transmission lines located in underground collectors. Bulletin of the National Technical University "KhPI". Series: New solutions in modern technologies, (1(27), 11–16. https://doi.org/10.20998/2413-4295.2026.01.02.

[15] Cruz Romero, P., Maza Ortega, J. M., Pavón Naranjo, C. (2007). Magnetic field mitigation in power lines with passive and active loops. CIGRE Symposium, 296, 1–8.

[16] Kuznetsov, B. I., Nikitina, T. B., Bovdui, I. V. (2022). Active and passive shielding of magnetic field of overhead power line by passive loop and ferromagnetic shield. Electrical Engineering & Electromechanics, 1, 17–23. DOI: https://doi.org/10.20998/2074-272X.2022.1.03

Received *02.04.2026;*
Accepted *10.05.2026;*
Published *29.05.2026;*

ОЦІНКА ВПЛИВУ КОНСТРУКТИВНИХ ТА ГЕОФІЗИЧНИХ ПАРАМЕТРІВ НА РОЗПОДІЛ МАГНІТНОГО ПОЛЯ ВІД ЛІНІЙ ЕЛЕКТРОПЕРЕДАЧ, РОЗМІЩЕНИХ У ПІДЗЕМНИХ КОЛЕКТОРАХ

ДАНИЛЬЧЕНКО Д.О. канд. техн. наук, доцент, професор кафедри передачі електричної енергії Національного технічного університету «Харківський політехнічний інститут», Харків, Україна, ORCID: https://orcid.org/0000-0001-7912-1849, e-mail: Dmytro.Danylchenko@khpi.edu.ua;

ШЕВЧЕНКО С.Ю. доктор техн. наук, професор, завідувач кафедри передачі електричної енергії Національного технічного університету «Харківський політехнічний інститут», Харків, Україна, ORCID: https://orcid.org/0000-0002-9658-7787, e-mail: sergii.shevchenko@khpi.edu.ua;

ХОМЯК Ю.В. канд. техн. наук, доцент, доцент кафедри інформаційно-вимірювальних технологій Національного технічного університету «Харківський політехнічний інститут», Харків, Україна, ORCID: https://orcid.org/0000-0001-6998-8393, e-mail: Yurii.Khomiak@khpi.edu.ua;

ПОТРИВАЙ А.Е. аспірант кафедри передачі електричної енергії Національного технічного університету «Харківський політехнічний інститут», Харків, Україна, ORCID: https://orcid.org/0009-0001-2442-6087, e-mail: andrii.potryvai@ieee.khpi.edu.ua;

Мета роботи. *Кількісно оцінити, наскільки електрофізичні характеристики навколишнього середовища впливають на магнітну індукцію трифазної лінії електропередачі напругою 110 кВ із повітряною ізоляцією, розміщеної у підземному тунелі, та з'ясувати, чи доцільно враховувати ці параметри під час інженерних оцінок магнітного поля на етапі попереднього проєктування міських підземних транзитних трас.*

Методи дослідження. *Виконано квазістаціонарне чисельне моделювання магнітного поля промислової частоти для симетричної трифазної системи проводів типу АС-240/32 зі струмовим навантаженням 500 А. Розрахункова область декомпонована на п'ять характерних шарів – від простору над поверхнею землі до площини фазних провідників. Проведено дві паралельні серії розрахунків: у першій варіювався питомий опір ґрунту в межах 50–1000 Ом·м при фіксованій товщині стінки тунелю; у другій – товщина бетонної стінки в межах 250–500 мм при питомому опорі ґрунту 70 Ом·м. Контрольну точку розміщено на висоті 1 м над поверхнею землі по центру тунелю; крок сканування фазового кута становив 5°.*

Отримані результати. *У межах розглянутих діапазонів параметрів ні питомий опір ґрунту, ні товщина бетонної стінки не змінюють помітно рівень магнітної індукції ані в контрольній точці, ані всередині жодного з аналізованих шарів. Поле визначається насамперед величиною фазного струму та геометрією розташування провідників. У контрольній точці максимуми магнітної індукції становлять близько 1,5 мкТл при фазових кутах приблизно 115° та 295°; на поверхні землі рівень зростає до 2,27 мкТл, на верхній зовнішній поверхні тунелю – близько 8 мкТл, на внутрішній поверхні – понад 10 мкТл, а в площині провідників фіксуються локальні максимуми поблизу окремих фаз. Отримане значення індукції в контрольній точці більш ніж на два порядки нижче за нормований референтний рівень для населення.*

Наукова новизна. *Систематично продемонстровано, що для типового підземного бетонного колектора напругою 110 кВ ґрунтове покриття та залізобетонна оболонка в розглянутих умовах не забезпечують відчутного послаблення магнітного поля на промисловій частоті. Поширене припущення про природну екрануючу роль цих середовищ у межах досліджених параметрів кількісно не підтверджується. Встановлено ієрархію чинників впливу на рівень магнітного поля підземної траси: домінуючими є струмове навантаження та геометрія фазної системи, тоді як параметри середовища складають незначний внесок, яким можна знехтувати.*

Практична цінність. *Отримані результати дозволяють відмовитися від детальної характеризації властивостей ґрунту й бетону при попередніх оцінках магнітного поля над підземними колекторами та зосередити інженерні зусилля на оптимізації геометрії розташування фаз або на застосуванні спеціалізованих активних і пасивних екрануючих рішень як єдиних практично ефективних шляхах зниження магнітної індукції в компактних підземних трасах.*

Ключові слова: *електроенергетика, магнітна індукція; підземний колектор; повітряна ізоляція; питомий опір ґрунту; залізобетонний тунель; геометрія фазних провідників; чисельне моделювання; електромагнітна сумісність.*

ISSN 1607-6761 (Print) «ЕЛЕКТРОТЕХНІКА ТА ЕЛЕКТРОЕНЕРГЕТИКА»
ISSN 2521-6244 (Online)

КАЧАН ЮРІЙ ГРИГОРОВИЧ

(17.02.1947 – 27.04.2026)

Колектив кафедри електропостачання промислових підприємств з глибоким сумом сповіщає про смерть (27 квітня 2026 року) видатного вченого, доктора технічних наук, професора Юрія Григоровича Качана. Юрій Григорович був відомим фахівцем у галузі автоматизованих систем керування та енергетичного менеджменту.

Він народився 17 лютого 1947 року у м. Тернопіль. Закінчив Дніпропетровський гірничий інститут (1968), де відтоді й почав працювати. Його науково-педагогічна діяльність була тісно пов’язана з багатьма провідними технічними закладами вищої освіти України. Так, у 1977-1992 роках він працював у Донецькому гірничому інституті на посаді завідувача кафедри прикладної математики і технічної кібернетики (1984-1986 рр.), а після захисту докторської дисертації в 1990 р. та присвоєння вченого звання професора у 1991 р. – професором кафедри автоматизації технологічних процесів (1990-1992 рр.).

Значну частину свого життя присвятив Запорізькій державній інженерній академії (1972-1997 рр. та 1992-2018 рр.), де обіймав посадо професора, проректора з навчальної роботи і комерції, проректора з навчально-виховної роботи, а також завідувача кафедр електроенергетики та електротехніки й енергетичного менеджменту.

З 2019 року Юрій Григорович працював у Національному університеті «Запорізька політехніка» на кафедрі електропостачання промислових підприємств, де передавав свій багаторічний досвід студентам, аспірантам і колегам. Під його наставництвом путівку в наукове життя отримали близько 30 кандидатів та 3 доктори наук. Юрій Григорович є автором понад 900 наукових праць, одного підручника, трьох навчальних посібників та трьох монографій, отримав 30 свідоцтв на винаходи.

Багато років він був членом спеціалізованих рад Д 26.249.01 при Інституті відновлюваної енергетики НАН України (м. Київ) та Д 08.080.07 при Національному технічному університеті «Дніпровська політехніка» (м. Дніпро) з захисту кандидатських та докторських дисертації за спеціальностями, що відповідають галузі 14 «Електрична інженерія».

Основними науковими інтересами Юрія Григоровича були розробка технічних і програмних засобів оптимізації технологічних та технічних об’єктів, зокрема енергетичних комплексів та систем електроспоживання за економічними критеріями; удосконалення методології промислового енергоменеджменту на основі інформаційних технологій.

Юрій Григорович був не лише висококваліфікованим вченим, але й талановитим педагогом, мудрим наставником і шанованим колегою. Світла пам’ять про Юрія Григоровича Качана назавжди залишиться в серцях колег, учнів і всіх, хто його знав. Висловлюємо щирі співчуття рідним і близьким покійного.